數學 A 考科詳解

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
(3)	(1)	(3)	(2)	(4)	(2)(3)(4)(5)	(1)(2)(3)
8.	9.	10.	11.			
(2)(5)	(1)(4)	(2)(3)(5)	(2)(3)(4)			

第壹部分、選擇（填）題

一、單選題

1. (3)

出處：第一冊〈數與式〉

目標：指數律運算、算幾不等式

解析：由題目知 $Q=8^x+4^y=2^{3x}+2^{2y}$

由算幾不等式知：

$$\frac{2^{3x}+2^{2y}}{2} \geq \sqrt{2^{3x}\cdot 2^{2y}}=\sqrt{2^{3x+2y}}=\sqrt{2^5}=4\sqrt{2}$$

$\therefore 2^{3x}+2^{2y}\geq 8\sqrt{2}$

故選(3)。

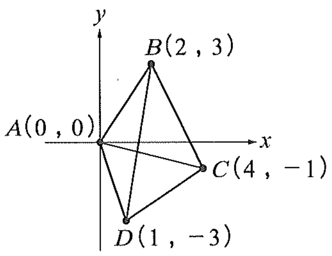
2. (1)

出處：第三冊〈平面向量〉

目標：向量求三角形面積、行列式

解析：將 A，B，C，D 四點坐標化並令 A 為原點 $(0,0)$，

依序 $B(2,3)$、$C(4,-1)$、$D(1,-3)$，



則可由上圖觀察出 B 到 $\overline{AC}$ 之距離大於 D 到 $\overline{AC}$ 之距離，

表示同樣以 $\overline{AC}$ 為底的$\triangle ABC$ 面積大於$\triangle ADC$ 面積，

同理 C 到 $\overline{BD}$ 之距離大於 A 到 $\overline{BD}$ 之距離，

表示同樣以 $\overline{BD}$ 為底的$\triangle BCD$ 面積大於$\triangle ABD$ 面積，

因此欲求最大的三角形面積只需比較$\triangle ABC$ 面積與$\triangle BCD$ 面積之大小即可，

又其中$\triangle ABC=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}2 & 3\\4 & -1\end{vmatrix}\right|=7$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}-2 & 4\\-3 & -2\end{vmatrix}\right|=8$

故選(1)。

3. (3)

出處：第一冊〈指數、對數〉、第二冊〈數列與級數〉

目標：指數律、等差數列

解析：$\because \langle a_n\rangle$ 為等差數列

$\therefore a_{13}=a_9+4d$

$\Rightarrow \left(a_{13},\frac{1}{81}b_9\right)=\left(a_9+4d,\frac{1}{81}b_9\right)$ 為 $y=3^x$ 圖形上一點

又 (a_9,b_9) 也為 $y=3^x$ 圖形上一點，得 $b_9=3^{a_9}$

$\therefore \frac{1}{81}b_9=3^{a_{13}}=3^{a_9+4d}=3^{a_9}\cdot 3^{4d}=b_9\cdot 3^{4d}$

$\Rightarrow \frac{1}{81}b_9=b_9\cdot 3^{4d}\Rightarrow 3^{-4}\cdot b_9=b_9\cdot 3^{4d}$

$\because b_9\neq 0\quad \therefore d=-1$

故選(3)。

4. (2)

出處：第三冊〈平面向量〉

目標：柯西不等式

解析：$\overline{AB}=3$ 為直徑，所以 $\overline{AQ}^2+\overline{BQ}^2=\overline{AB}^2=9$

由柯西不等式知

$(\overline{AQ}^2+\overline{BQ}^2)(4^2+3^2)\geq(4\overline{AQ}+3\overline{BQ})^2$

$\Rightarrow (9)(25)\geq(4\overline{AQ}+3\overline{BQ})^2$

$\Rightarrow 4\overline{AQ}+3\overline{BQ}\leq 15$

故選(2)。

5. (4)

出處：第二冊〈數據分析〉

目標：一維數據分析-變異數

解析：資料的全距為 12，又最大數值為 2022

所以得知最小數值為 2010

若要求組資料的變異數最小可能值，其中 2022 與 2010 的平均數為 2016，將其餘 6 筆資料皆令為 2016

此時會有最小的變異數為

$$\frac{(2022-2016)^2+(2010-2016)^2+6(2016-2016)^2}{8}=9$$

故選(4)。

二、多選題

6. (2)(3)(4)(5)

出處：第二冊〈數據分析〉

目標：判讀統計數據資料、相關程度

解析：(1)╳：2021 年男性人口數低於 2022 年男性人口數

(2)○：就 65 歲以上人口數而言，2022 年比 2017 年增加 868 千人＝86.8 萬人＜100 萬人

(3)○：2020 年起的死亡人數都高於出生人數

(4)○：2017 年至 2022 年 0～14 歲人口數逐年降低，西元年分逐年增加

所以兩者呈負相關

(5)○：扶老比＝$\frac{\text{65 歲以上人口數}}{\text{15～64 歲人口數}}$，

因 65 歲以上人口數逐年遞增，而 15～64 歲人口數逐年遞減

所以扶老比逐年遞增

故選(2)(3)(4)(5)。

7. (1)(2)(3)

出處：第二冊〈三角比〉、第三冊〈平面向量〉

目標：正弦定理、餘弦定理、向量內積

解析：設$\angle ABC=\angle ACB=\alpha$、$\angle DBC=\beta$、$\angle ABD=\theta=\alpha-\beta$

由題圖知 $\sin\alpha=\frac{12}{13}$、$\cos\alpha=\frac{5}{13}$、$\sin\beta=\frac{3}{5}$、$\cos\beta=\frac{4}{5}$

(1)○：在$\triangle ABC$ 中，由正弦定理知 $\frac{\overline{AB}}{\sin\alpha}=2R$

因此 $13=2R\times\frac{12}{13}\quad \therefore R=\frac{169}{24}$

〈另解〉

$\triangle ABC$ 面積＝$\dfrac{abc}{4R}$

$\therefore \dfrac{1}{2}\times 10\times 12=\dfrac{13\times 13\times 10}{4R}$　　$\therefore R=\dfrac{169}{24}$

(2) ○：$\sin\theta=\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{33}{65}$

$\therefore \cos\theta=\dfrac{56}{65}$

$\therefore \triangle ABD$ 面積＝$\dfrac{1}{2}\times 13\times 8\times\dfrac{33}{65}=\dfrac{132}{5}$

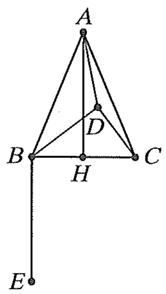
(3) ○：在$\triangle ABD$ 中，由餘弦定理知

$\cos\theta=\dfrac{56}{65}=\dfrac{13^2+8^2-\overline{AD}^2}{2\times 13\times 8}$

$\therefore \overline{AD}^2=\dfrac{269}{5}$

(4) ╳：利用內積的定義知 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BC}>\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$

(5) ╳：如下圖，平移 $\overrightarrow{AH}$ 至 $\overrightarrow{BE}$，



得 $\overrightarrow{AH}$ 與 $\overrightarrow{BD}$ 之夾角＝$90^\circ+\beta$

$\therefore \cos(90^\circ+\beta)=-\sin\beta=\dfrac{-3}{5}$

$\therefore \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BD}=12\times 8\times\dfrac{-3}{5}=\dfrac{-288}{5}$

〈另解 1〉

設坐標系

$B(0,0)$，$H(5,0)$，$A(5,12)$

$D(8\cos\beta,8\sin\beta)=\left(\dfrac{32}{5},\dfrac{24}{5}\right)$

$\therefore \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BD}=(0,-12)\cdot\left(\dfrac{32}{5},\dfrac{24}{5}\right)=\dfrac{-288}{5}$

〈另解 2〉

$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BD}$

$=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BH})\cdot\overrightarrow{BD}$

$=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{BD}$

$=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BD}|\cos(180^\circ-\theta)+|\overrightarrow{BH}||\overrightarrow{BD}|\cos\beta$

$=13\times 8\times\left(-\dfrac{56}{65}\right)+5\times 8\times\dfrac{4}{5}$

$=\dfrac{-288}{5}$

故選(1)(2)(3)。

8. (2)(5)

出處：第一冊〈多項式函數〉

目標：三次函數、二次函數、二次不等式

解析：$f(x)=-x^3-3x^2+10x=-(x+1)^3+13(x+1)-12$

$\therefore$對稱中心$(-1,-12)$

$\therefore g(x)=a(x+1)^2-12$

又 $g(0)=-11=a-12\Rightarrow a=1$

$\therefore g(x)=(x+1)^2-12=x^2+2x-11$

(1) ╳：$f(x)=0$

$\Rightarrow -x^3-3x^2+10x=-x(x+5)(x-2)=0$

$\therefore f(x)$ 的圖形和 x 軸有三交點$(-5,0)$，$(2,0)$，$(0,0)$

(2) ○：$g(1)=-8$

(3) ╳：公式解 $x=-1\pm 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow -4.464\approx -1-2\sqrt{3}\le x\le -1+2\sqrt{3}\approx 2.464$

$\therefore -4$，-3，……，1，2 共 7 個整數解

(4) ╳：$h(1)=f(1)-g(1)=14\neq 0$

(5) ○：$x=-1$ 附近的一次近似為 $13(x+1)-12=13x+1$

故選(2)(5)。

9. (1)(4)

出處：第三冊〈三角函數〉

目標：三角函數和角公式、三角函數疊合、三角函數圖形

解析：$f(x)=2\sin 2x+2\left(\cos 2x\cos\dfrac{\pi}{6}-\sin 2x\sin\dfrac{\pi}{6}\right)+d$

$=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x+d$

$=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)+d$

(1) ○：$-2+d=-5$　$\therefore d=-3$

(2) ╳：$f(x)$ 的最大值為 $2-3=-1$

(3) ╳：$f(x)$ 的週期為 π

(4) ○：$f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)-3=-2$

$\Rightarrow \sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}$

則可知 $2x+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{6}+2n\pi$，$\dfrac{5\pi}{6}+2n\pi$，$n\in\mathbb{Z}$

$\therefore x=-\dfrac{\pi}{12}+n\pi$，$\dfrac{\pi}{4}+n\pi$，$n\in\mathbb{Z}$

在區間$[0,\pi]$，$x=\dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{11\pi}{12}$ 共兩個交點

(5) ╳：$f(x)=2\sin\left(2\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)\right)-3$

對稱軸：$\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{n}{2}\pi$，$n\in\mathbb{Z}$，

若 (a,b)、$\left(\dfrac{\pi}{3}-a,b\right)$都在 $f(x)$ 的圖形上表

$x=\dfrac{\pi}{6}$ 為對稱軸，但此題對稱軸並無 $x=\dfrac{\pi}{6}$

故選(1)(4)。

10. (2)(3)(5)

出處：第一冊〈直線與圓〉、第三冊〈平面向量〉

目標：圓方程式、二元一次不等式、點到直線的距離、行列式求面積

解析：(1) ╳：設過 A、B、C 三點的圓半徑為 R，則其圓心為$(4,3-R)$

由 $R^2=4^2+(2-R)^2$ 知 $R=5$

因此圓方程式為$(x-4)^2+(y+2)^2=25$

故封閉區域 Ω 為 $\begin{cases}(x-4)^2+(y+2)^2\ge 25\\ x+2y\le 18\\ 3x+2y\le 26\\ x\ge 0\end{cases}$

(2) ○：過圓上 C 點之切線 L 的斜率為 $\dfrac{-4}{3}$，

而 $m_{CD}=\dfrac{-3}{2}$、$m_{CE}=-1$

因 $\dfrac{-3}{2}<\dfrac{-4}{3}<-1$，故 D、E 兩點在 L 的異側

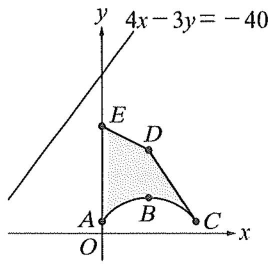
(3) ○：由圖形知四邊形 $ACDE$ 的面積

$=\triangle ACD$ 面積 $+\triangle ADE$ 面積

$=\dfrac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}8&0\\4&6\end{vmatrix}\right|+\dfrac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}4&6\\0&8\end{vmatrix}\right|=40$

故封閉區域 Ω 的面積 <40

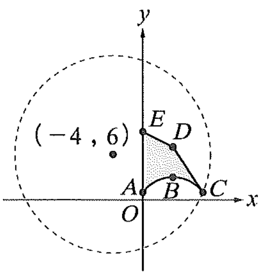
(4) ╳：從下圖中看出



E 點到直線 $4x-3y=-40$ 之距離為最短，E 點即為 P 點

代點到直線距離公式得最短距離為 $\dfrac{13}{5}=2.6$

(5) ○：由下圖可知



$(-4,6)$ 與 C 點之距離最大，兩點求距離得 $\sqrt{(8-(-4))^2+(1-6)^2}=13$

故選(2)(3)(5)。

11. (2)(3)(4)

出處：第三冊〈平面向量〉

目標：向量內積、正射影、三角形面積、共線定理

解析：將 A 點設為原點，定義直角坐標系，則 $C(3,\sqrt{3})$、$B(2,-3\sqrt{3})$

(1) ╳：由題圖觀察知 $\angle CAB>90^\circ$

〈另解〉

由 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6-9=-3<0$ 知 $\angle CAB>90^\circ$

(2) ○：$\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為

$\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|^2}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{-3}{12}\overrightarrow{AC}=\dfrac{-1}{4}\overrightarrow{AC}$

(3) ○：$|\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}|$ 的最小值發生在

$\overrightarrow{AC}\perp(\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC})$，故 $t=\dfrac{1}{4}$

由畢氏定理知

$|\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}|=\sqrt{(\sqrt{31})^2-\left(\dfrac{\sqrt{12}}{4}\right)^2}=\dfrac{11}{2}$

(4) ○：$\overrightarrow{AP}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{PC}+\dfrac{4}{5}\overrightarrow{PB}$

$\therefore 5\overrightarrow{AP}=3(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AC})+4(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AB})$

$\therefore\overrightarrow{AP}=\dfrac{3}{12}\overrightarrow{AC}+\dfrac{4}{12}\overrightarrow{AB}$

$\therefore P$ 在 $\triangle ABC$ 的內部

(5) ╳：由(4)知，P 點坐標為 $\left(\dfrac{17}{12},\dfrac{-3\sqrt{3}}{4}\right)$

則 $\triangle APC=\dfrac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}\dfrac{17}{12}&\dfrac{-3\sqrt{3}}{4}\\3&\sqrt{3}\end{vmatrix}\right|=\dfrac{11}{6}\sqrt{3}$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}2&-3\sqrt{3}\\3&\sqrt{3}\end{vmatrix}\right|=\dfrac{11}{2}\sqrt{3}$

$\therefore\triangle APC$ 面積 $=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$ 面積

〈另解〉

延長 $\overline{AP}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D，設 $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AP}$

$\therefore\overrightarrow{AD}=t\left(\dfrac{3}{12}\overrightarrow{AC}+\dfrac{4}{12}\overrightarrow{AB}\right)=\dfrac{3t}{12}\overrightarrow{AC}+\dfrac{4t}{12}\overrightarrow{AB}$

因為 B、C、D 三點共線 $\therefore\dfrac{3t}{12}+\dfrac{4t}{12}=1$

$\therefore t=\dfrac{12}{7}$

$\therefore\overrightarrow{AD}=\dfrac{3}{7}\overrightarrow{AC}+\dfrac{4}{7}\overrightarrow{AB}$ 且 $\overline{AD}=\dfrac{12}{7}\overline{AP}$

$\therefore\overline{CD}:\overline{DB}=4:3$ 且 $\overline{AP}:\overline{PD}=7:5$

$\triangle APC$ 面積 $=\dfrac{7}{12}\triangle ACD$ 面積

$=\dfrac{7}{12}\times\dfrac{4}{7}\triangle ABC$ 面積

$=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$ 面積

故選(2)(3)(4)。

三、選填題

12. $\dfrac{27}{266}$

出處：第二冊〈排列組合與機率〉

目標：直線排列、機率

解析：分母為樣本空間個數：C^{21}_3

分子為三張號碼完全連續的個數，

有 123，234，345，456，567 共 5 種完全連續情形：

5x3x3x3

故所求為 $\dfrac{5\times 3^3}{C^{21}_3}=\dfrac{27}{266}$。

13. $2\sqrt{5}$

出處：第二冊〈三角比〉、第三冊〈三角函數〉

目標：倍半角公式、正弦定理

解析：設 $\angle DAB=2\theta$，則 $\angle CAB=\theta$，$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AD}^2+\overline{DB}^2}=10$

由 $\cos 2\theta=\dfrac{3}{5}=1-2\sin^2\theta$

得 $\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ ，$\cos\theta=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

在△ACD 中，由正弦定理知 $\dfrac{\overline{CD}}{\sin\theta}=2R$ 得 $\overline{CD}=2\sqrt{5}$ 。

14. 202

出處：第二冊〈數列與級數〉

目標：遞迴關係、級數和公式

解析：由觀察知

$f(n)=2\times[1+3+5+\cdots\cdots+(2n-1)]-1=2\times n^2-1$

$\therefore a_n=1+2\times(2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2)-(n-1)$

$=2\times\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}-n$

$\therefore a_7-f(6)=202$。

〈另解〉

由 $a_n=a_{n-1}+f(n)$ 知

$a_7=a_6+f(7)$ 及 $a_6=a_5+f(6)$

兩式相減得

$a_7-f(6)=a_6+f(7)-(a_6-a_5)=a_5+f(7)$

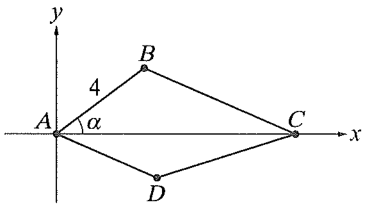
$=105+97=202$。

15. $4\sqrt{3}$

出處：第二冊〈三角比〉、第三冊〈三角函數〉

目標：極坐標轉換、三角形面積、和差角公式

解析：依題意所示，畫出四邊形 $ABCD$



由 $\overline{AB}=4$、$\overline{AC}=2\sqrt{19}$ 、$\angle ABC=\dfrac{2\pi}{3}=120^\circ$，

利用餘弦定理知 $\cos\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{-1}{2}=\dfrac{4^2+\overline{BC}^2-(2\sqrt{19})^2}{2\times4\times\overline{BC}}$

得 $\overline{BC}=6$

在△ABC 中由正弦定理知 $\dfrac{2\sqrt{19}}{\sin\dfrac{2\pi}{3}}=\dfrac{6}{\sin\alpha}$

得 $\sin\alpha=\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{19}}$ ，故 $\cos\alpha=\dfrac{7}{2\sqrt{19}}$

$\sin(\angle CAD)=\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)=\sin\dfrac{\pi}{3}\cos\alpha-\cos\dfrac{\pi}{3}\sin\alpha$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$

故△ACD 的面積為 $\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{19}\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}=4\sqrt{3}$ 。

〈另解〉

在△ABC 中利用正弦定理：

$\dfrac{\overline{AB}}{\sin\angle BCA}=\dfrac{\overline{AC}}{\sin\angle ABC}$ ，

可得 $\dfrac{4}{\sin\angle BCA}=\dfrac{2\sqrt{19}}{\sin120^\circ}$

$\Rightarrow\sin\angle BCA=\dfrac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{19}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$

$\because\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$ $\quad\therefore\angle BCA=\angle DAC$

$\Rightarrow\sin\angle BCA=\sin\angle DAC=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$

故△ACD 的面積為 $\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{19}\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}=4\sqrt{3}$ 。

16. 4000

出處：第二冊〈排列組合與機率〉

目標：期望值

解析：根據題意，列表如下：

骰子擲出的點數	x 坐標	y 坐標	移動至
1	-1	-1	C 點
2	1	1	A 點
3	-1	1	D 點
4	1	-1	B 點
5	-1	1	D 點
6	1	-1	B 點

故 P(移至 A 點)$=\dfrac{1}{6}$ ；P(移至 B 點)$=\dfrac{2}{6}$ ；

P(移至 C 點)$=\dfrac{1}{6}$ ；P(移至 D 點)$=\dfrac{2}{6}$

因此期望值$=\dfrac{1}{6}\times9000+\dfrac{2}{6}\times6000+\dfrac{1}{6}\times3000+\dfrac{2}{6}\times0$

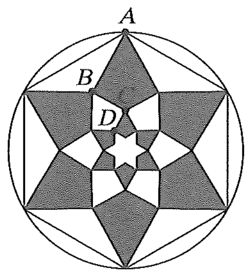
$=4000$ 元。

17. $\dfrac{80\sqrt{3}}{3}$

出處：第二冊〈數列與級數〉

目標：等比級數

解析：由半徑$=6$ 知 $\overline{AB}=2\sqrt{3}$



利用 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 直角三角形的邊長比關係

知 $\overline{BC}=2$、$\overline{CD}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

〈解法一〉

圖㈡的黑色部分面積為 $\left(\dfrac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\right)\times2\times6=24\sqrt{3}$

觀察其比例關係知：

圖㈣中增加的黑色部分面積為圖㈡的黑色部分面積的

$\left(\dfrac{\overline{CD}}{\overline{AB}}\right)^2=\dfrac{1}{9}$ 倍

故圖㈣中增加的黑色部分面積為 $24\sqrt{3}\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{8}{3}\sqrt{3}$

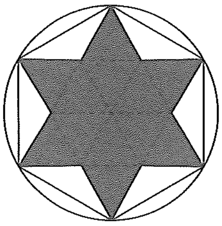
故面積和為 $24\sqrt{3}+\dfrac{8}{3}\sqrt{3}=\dfrac{80\sqrt{3}}{3}$ 平方公分。

〈解法二〉

第一個正六角星的面積

$=12$ 個小正三角形的面積

$=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=36\sqrt{3}$



觀察其比例關係知：

第二個正六角星的面積

$=$第一個正六角星的面積的$\left(\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}\right)^2=\dfrac{1}{3}$倍

故黑色部分的面積為 $36\sqrt{3}\left(1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{27}\right)=\dfrac{80\sqrt{3}}{3}$ 平方公分。

第貳部分、混合題或非選擇題

18. 420

出處：第一冊〈數與式〉

目標：讀表格內容、一次函數

解析：$\dfrac{800-500}{2.5}=120$，

選擇甲方案騎乘的里程至 420 公里時須繳金額為 800 元

所以曉高騎乘的里程若超過 420 公里建議改選擇乙方案較划算。

19. 151 種

出處：第二冊〈排列組合與機率〉

目標：分情況討論、取捨原理

解析：〈解法一〉

原本兩個空插槽為剛放入的低電量電池，所以不會彈出來需避開，

	行 1	行 2	行 3	行 4	行 5	行 6
列 1	○	空	○	○	○	○
列 2	○	○	○	空	○	○
列 3	○	○	○	○	○	○
列 4	○	○	○	○	○	○

所以可以分情況討論：

①兩顆電池由列 3 且列 4 彈出：$6\times5=30$

②一顆電池由列 1 或列 2 彈出，另一顆電池由列 3 或列 4 彈出：

$$\underbrace{C_1^2}_{\text{一顆由 }(2,2)\text{ 或 }(1,4)\text{ 彈出}}\times\underbrace{C_1^2}_{\text{列 3 列 4 擇 1}}\times\underbrace{5}_{\text{其餘 5 行擇 1}}+\underbrace{C_1^2}_{\text{列 1 列 2 擇 1}}\times\underbrace{4}_{\text{行 1356 擇 1}}\times\underbrace{C_1^2}_{\text{列 3 列 4 擇 1}}\times\underbrace{5}_{\text{其餘 5 行擇 1}}=100$$

③兩顆電池由列 1 且列 2 彈出：

$$\underbrace{4}_{\text{列 1 由行 1356 擇 1}}\times\underbrace{4}_{\text{列 2}}+\underbrace{1}_{\text{列 1 行 4}}\times\underbrace{5}_{\text{列 2 由行 12356 擇 1}}=21$$

①+②+③$=151$ (種)。

〈解法二〉

全部－同行或同列

$C_2^{22}-\underbrace{(4\times C_2^4+2\times C_2^3)}_{\text{同行}}-\underbrace{(2\times C_2^6+2\times C_2^5)}_{\text{同列}}=151$ (種)。

〈解法三〉

不同行且不同列

－不同行且不同列且選中 (1 , 2)

－不同行且不同列且選中 (2 , 4)

＋不同行且不同列且選中 (1 , 2) 及 (2 , 4)

$=\dfrac{24\times15}{2}-15-15+1$

$=151$ (種)。

〈解法四〉窮舉法

① (1 , 2)，(2 , 4) 無法彈出

②若其中一顆彈出位置在

(1 , 1)，(1 , 3)，(1 , 5)，(1 , 6)，

(2 , 1)，(2 , 3)，(2 , 5)，(2 , 6)，

(3 , 2)，(3 , 4)，(4 , 2)，(4 , 4)，

共 12 種情況，

則另一顆剩 14 格可彈出：$12\times14=168$

③若其中一顆彈出位置在 (2 , 2)，(1 , 4) 此 2 種情況，

則另一顆剩 15 格可彈出：$2\times15=30$

④若其中一顆彈出位置在

(3 , 1)，(3 , 3)，(3 , 5)，(3 , 6)，

(4 , 1)，(4 , 3)，(4 , 5)，(4 , 6)，

共 8 種情況，

則另一顆剩 13 格可彈出：$8\times13=104$

①+②+③+④$=302$

但因為不分先後順序，

故將排列數除掉為 $\dfrac{302}{2}=151$ 種。

◎評分原則

〈解法一〉

原本兩個空插槽為剛放入的低電量電池，所以不會彈出來需避開，

	行 1	行 2	行 3	行 4	行 5	行 6
列 1	○	空	○	○	○	○
列 2	○	○	○	空	○	○
列 3	○	○	○	○	○	○
列 4	○	○	○	○	○	○

所以可以分情況討論：

①兩顆電池由列 3 且列 4 彈出：$6\times5=30$ (2 分)

②一顆電池由列 1 或列 2 彈出，另一顆電池由列 3 或列 4 彈出：

$$\underbrace{C^2_1}_{\text{一顆由}(2,2)\text{或}(1,4)\text{彈出}} \times \underbrace{C^2_1}_{\text{列 3 列 4 擇 1}} \times \underbrace{5}_{\text{其餘 5 行擇 1}} + \underbrace{C^2_1}_{\text{列 1 列 2 擇 1}} \times \underbrace{4}_{\text{行 1356 擇 1}} \times \underbrace{C^2_1}_{\text{列 3 列 4 擇 1}} \times \underbrace{5}_{\text{其餘 5 行擇 1}} = 100 \quad (3\text{ 分})$$

③兩顆電池由列 1 且列 2 彈出：

$$\underbrace{4}_{\text{列 1 由行 1356 擇 1}} \times \underbrace{4}_{\text{列 2}} + \underbrace{1}_{\text{列 1 行 4}} \times \underbrace{5}_{\text{列 2 由行 12356 擇 1}} = 21 \quad (3\text{ 分})$$

①＋②＋③＝151 (種)。 (1 分)

〈解法二〉

全部－同行或同列

$$\underbrace{C^{22}_2}_{(2\text{ 分})} - \underbrace{(4\times C^4_2 + 2\times C^3_2)}_{\text{同行}\ (3\text{ 分})} - \underbrace{(2\times C^6_2 + 2\times C^5_2)}_{\text{同列}\ (3\text{ 分})} = \underbrace{151}_{(1\text{ 分})}\ (\text{種})。$$

〈解法三〉

不同行且不同列

－不同行且不同列且選中 (1 , 2)

－不同行且不同列且選中 (2 , 4)

＋不同行且不同列且選中 (1 , 2) 及 (2 , 4)

$$= \underbrace{\frac{24\times 15}{2}}_{(3\text{ 分})} - \underbrace{15}_{(2\text{ 分})} - \underbrace{15}_{(2\text{ 分})} + \underbrace{1}_{(1\text{ 分})}$$

＝151 (種)。 (1 分)

〈解法四〉窮舉法

① (1 , 2)，(2 , 4) 無法彈出 (1 分)

②若其中一顆彈出位置在

(1 , 1)，(1 , 3)，(1 , 5)，(1 , 6)，

(2 , 1)，(2 , 3)，(2 , 5)，(2 , 6)，

(3 , 2)，(3 , 4)，(4 , 2)，(4 , 4)，

共 12 種情況，

則另一顆剩 14 格可彈出：12x14＝168 (2 分)

③若其中一顆彈出位置在 (2 , 2)，(1 , 4) 此 2 種情況，則另一顆剩 15 格可彈出：2x15＝30 (2 分)

④若其中一顆彈出位置在

(3 , 1)，(3 , 3)，(3 , 5)，(3 , 6)，

(4 , 1)，(4 , 3)，(4 , 5)，(4 , 6)，

共 8 種情況，

則另一顆剩 13 格可彈出：8x13＝104 (2 分)

①＋②＋③＋④＝302 (1 分)

但因為不分先後順序，

故將排列數除掉為 $\frac{302}{2}$ ＝151 種。 (1 分)