

全國公私立高中 112 學年度第三次學測模擬考(數 A)

第壹部分：選擇題(占 85 分)

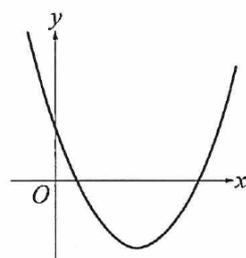


一、單選題(占 30 分)

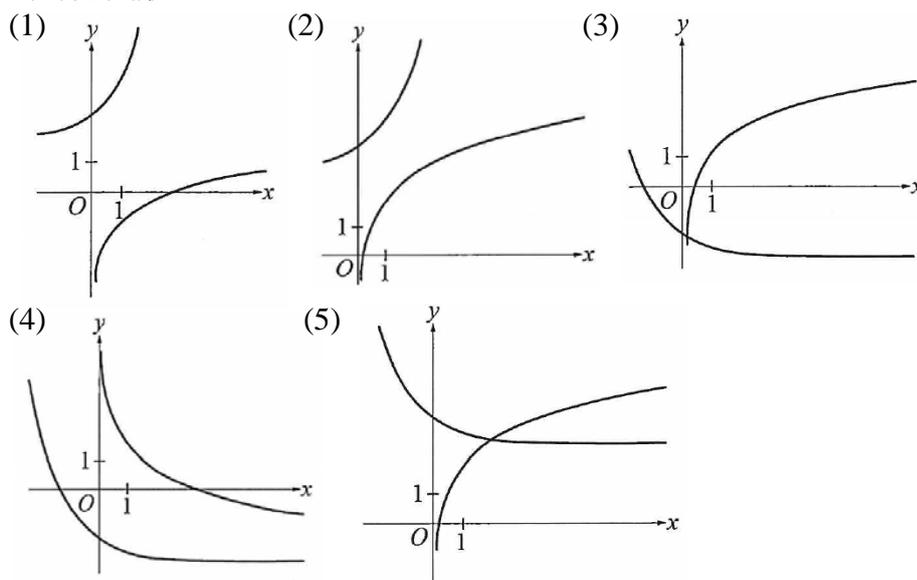
1. 設 m 為實數，已知坐標平面上，直線 $L: y = mx$ 除 $(0, 0)$ 外，仍會通過其他格子點 (x, y 坐標皆為整數)，則 m 值可能為下列哪一個選項？

- (1) $10^{\log\sqrt{2}}$ (2) $\log 2$ (3) $\log_{\frac{1}{4}}\sqrt{\sqrt{2}}$ (4) $2^{\sqrt{2}}$ (5) $2^{\frac{1}{4}}$

2. 二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 a, b, c 為實數且 $a \neq 0$) 的部份圖形如圖(1)，試問下列哪一個選項可能為 $y = b + a^x$ 與 $y = c + \log_a x$ 的部分圖形？

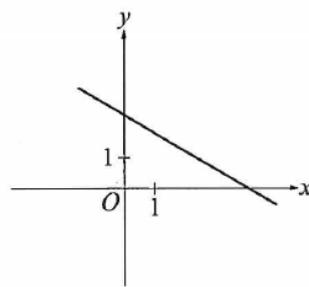


圖(1)

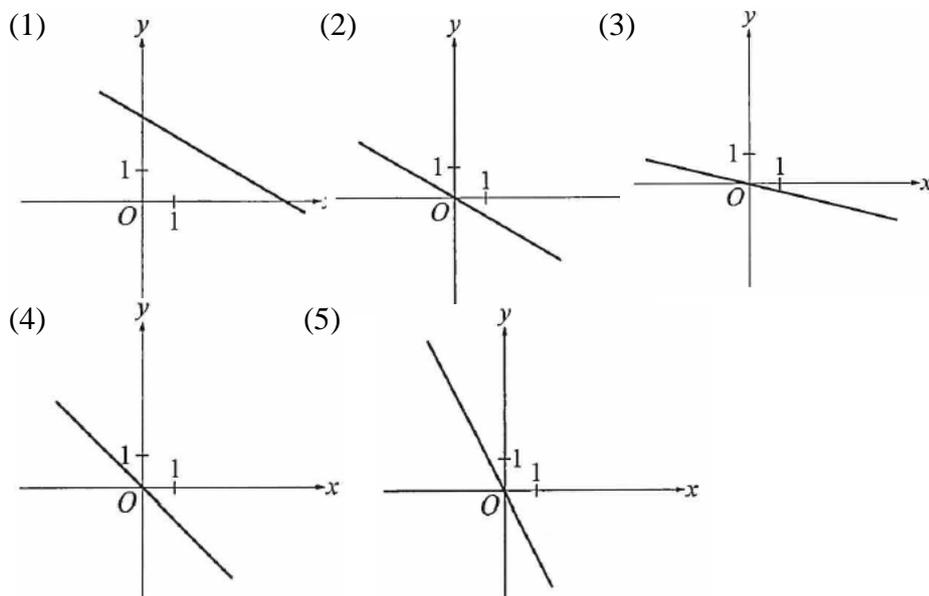


3. 甲、乙、……、壬共 9 人抽籤平分成 3 隊報名籃球賽，則甲、乙同隊的機率為下列哪一選項？ (1) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{2}{3}$

4. 一筆成對資料 (X, Y) 之 Y 對 X 的迴歸直線如圖(2)。設 Y 的標準差大於 X 的標準差，若將兩變量 X, Y 分別標準化後得到新的一筆成對資料 X', Y' ，則 Y' 對 X' 的迴歸直線最有可能為下列哪一個選項？



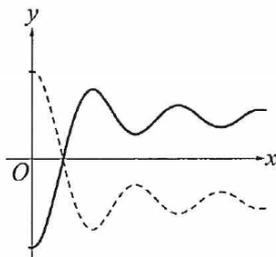
圖(2)



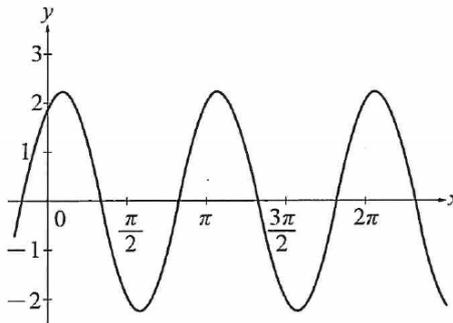
5. 小賴和小劉是好朋友，他們一起到台東鹿野高台參加熱氣球嘉年華。已知小賴先搭乘熱氣球上升到空中，觀測遠處地面上的小劉，俯角為 θ_1 ；垂直向上飛行 100 公尺後，重新觀測小劉的俯角為 θ_2 ，再垂直向上飛行 100 公尺後，重新觀測小劉的俯角為 θ_3 。下列哪一個選項的數值依序必為等差數列？(小賴和小劉的身高可忽略不計)

- (1) $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ (2) $\theta_1, \theta_2 - \theta_1, \theta_3 - \theta_2$ (3) $\sin \theta_1, \sin \theta_2, \sin \theta_3$
 (4) $\cos \theta_1, \cos \theta_2, \cos \theta_3$ (5) $\tan \theta_1, \tan \theta_2, \tan \theta_3$

6. 「主動式抗噪耳機」的原理是先使用耳機上的麥克風測量周圍的噪音聲波，如圖(3)的實線，再利用電子電路製造出一個相位相反、振幅相同的聲波，如圖(3)的虛線，來抵銷噪音以達抗噪功效，即虛線與實線對稱 x 軸。若某款主動式抗噪耳機上的麥克風測得目前周圍的噪音聲波如圖(4)，則該耳機應產生下列哪一個聲波才足以抵銷目前周圍的噪音？



圖(3)



圖(4)

- (1) $\sqrt{5} \sin(x + \frac{\pi}{6})$ (2) $\sqrt{5} \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ (3) $-\sin(2x + \frac{\pi}{3})$
 (4) $\sqrt{5} \sin(-2x - \frac{\pi}{6})$ (5) $\sqrt{5} \sin(-2x - \frac{\pi}{3})$

二、多選題(占 25 分)

7. 設 a 、 x 為實數，試選出正確的選項。

- (1) 方程式 $|4x-2|=a$ 的解與方程式 $\sqrt{(-4x+2)^2}=a$ 的解相同
 (2) 方程式 $|4x-2|=a$ 的解與方程式 $4x-2=\pm a$ 的解相同
 (3) 不等式 $|4x-2|\geq a$ 的解與不等式 $(4x-2)^2\geq a^2$ 的解相同
 (4) 不等式 $|4x-2|<2a$ 的解與不等式 $|-2x+1|>-a$ 的解相同
 (5) 不等式 $-3<|4x-2|<|a|$ 的解與不等式 $|4x-2|<|a|$ 的解相同

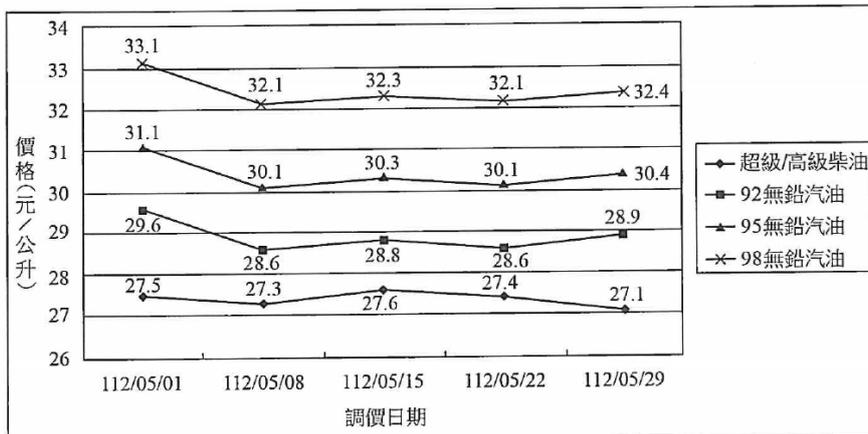
8. 關於三次函數 $f(x)=(x-1)^3+2(x-1)^2+p(x-1)+1=a(x+2)^3+b(x+2)^2+18(x+2)+c$ ，試選出正確的選項。

- (1) 序組 $(p, a, b, c) = (3, 1, -7, -17)$ (2) $f(0.98) \approx 0.94$ (四捨五入至小數點後第二位)
 (3) $y=f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(1, 1)$ (4) $y=f(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y=3x-2$
 (5) $y=f(x)$ 圖形與 x 軸必有交點

9. 已知兩圓方程式分別為圓 $C_1: x^2+y^2=16$ ，圓 $C_2: (x-6)^2+(y-1)^2=4$ ，其中圓 C_1 的圓心為 O_1 ，圓 C_2 的圓心為 O_2 ，設 P 為圓 C_1 上一點， Q 為圓 C_2 上一點，試選出正確的選項。

- (1) 設 \overline{PQ} 最小值為 m ，則 $0 < m < 1$ (2) 設 \overline{PQ} 最大值為 M ，則 $12 < M < 13$
 (3) 同時與圓 C_1 、圓 C_2 相切的直線只有 2 條
 (4) 設同時與圓 C_1 、圓 C_2 皆相切的直線為 L_1 與 L_2 ，且 L_1 、 L_2 與 $\overline{O_1O_2}$ 皆不相交，則 L_1 與 L_2 的交點 K 坐標為 $(12, 2)$ (5) 設 R 點在圓 C_1 上，則 $\triangle PQR$ 可能為正三角形

10. 圖(5)為台灣中油今年5月每週一調整後的零售價。關於這5次調價的敘述，試選出正確的選項。



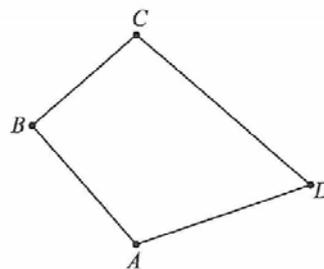
圖(5)

- (1) 95 無鉛汽油這 5 次零售價的平均價格為 30.4 元 (2) 95 無鉛汽油這 5 次零售價的標準差小於 1 元 (3) 92 無鉛汽油、95 無鉛汽油與 98 無鉛汽油這 5 次零售價的標準差皆一樣 (4) 超級/高級柴油這 5 次零售價的標準差比 95 無鉛汽油的標準差大 (5) 台灣中油依經濟部指示實施油價平穩機制，當 95 無鉛汽油零售價在 30~32.4 元/公升，當週油價若須上漲 x 元，則零售價只漲 $\frac{3x}{4}$ ，其餘 $\frac{x}{4}$ 元由台灣中油吸收(下跌時亦同)。因此 95 無鉛汽油在 5 月最後一次調價時，台灣中油吸收了 0.1 元/公升
11. 如圖(6)，以紅、黃、綠三種顏色塗色三行三列的格子，每格只塗一色，相鄰格子不同色，且三色皆須使用。小天依相鄰格子數多寡分成圖中三區：I、II、III，並依序完成塗色。其計畫先塗 I 區，再依 II 區顏色異同的個數及分布塗色，最後塗完 III 區。試選出正確的選項。(1) 若 II 區顏色皆相同，則塗完所有格子的方法有 6 種 (2) 若 II 區恰有 3 格用同一色，則塗完所有格子的方法有 24 種 (3) 若 II 區只用紅色及綠色，每種顏色塗 2 格，則 II 區的塗法有 $C_2^4 C_2^2$ 種 (4) 若 II 區恰為兩種顏色各塗 2 格，則塗完所有格子的方法有 72 種 (5) 塗完所有格子的方法共有 240 種塗法

三、選填題(占 25 分)

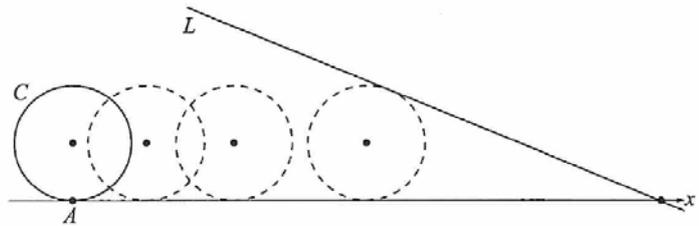
12. 已知小賴和其他四名好朋友一起參加大嘻哈時代的饒舌比賽，他們在某次比賽環節的演唱表演分數都在 80 分到 90 分之間，已知他的四個好朋友的分數分別為 82、84、85、86，小賴的分數是整數，而且他們五個人分數的算術平均數和標準差也都是整數。則小賴的分數為_____分。
13. 設兩相異點 A 、 B 分別為直線 $y=x$ 與 $y = \log_a x$ 的交點，若 O 點為原點，且 A 點恰為 \overline{OB} 的中點，試求 \overline{OA}^2 之值為_____分。

14. 四邊形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = 5$ ， $\overline{DA} = 4$ ，如圖(7)所示。若 \overline{AC} 為 $\angle BCD$ 的角平分線，則 $\overline{AC} =$ _____。(化為最簡根式)



圖(7)

15. 如圖(8)所示，圓 $C: (x+12)^2 + (y-2)^2 = 4$ 與 x 軸相切於 A 點，若圓 C 沿 x 軸向右滾動，碰到直線 L 之後即停止，過程中 A 點繞著圓心旋轉了 -5 徑。已知 L 過點 $(8,0)$ ，則 L 的 y 截距為 _____。(化為最簡分數)



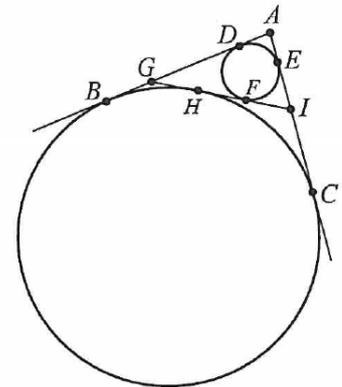
圖(8)

16. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $A(4, -5)$ ，若 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之角平分線分別為 $L_1: x+y=3$ ， $L_2: x-3y=-11$ ，試求直線 BC 的斜率為 _____。(化為最簡分數)
17. 設正六邊形 $ABCDEF$ 的邊長為 1，今以 E 為圓心作一圓弧 DF ，如圖(9)所示。若 P 為圓弧 DF 上之動點，則當內積 $\vec{AC} \cdot \vec{BP}$ 有最大值時， \vec{AC} 與 \vec{BP} 的夾角餘弦值為 _____。(化為最簡根式)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

小賴創業，自行設計公司的商標如圖(10)所示， \overline{AB} 和 \overline{AC} 為大圓的切線， B 和 C 為切點，其中 G 在 \overline{AB} 上， I 在 \overline{AC} 上， H 為 \overline{GI} 和大圓的切點； $\triangle AGI$ 為小圓的外切三角形， D, E, F 為切點；且 $\overline{AD}=1$ ， $\overline{GF}=3$ ， $\overline{EI}=2$ (單位為公分)。試回答下列問題：



圖(10)

18. $\angle AGI$ 的餘弦值為下列哪一個選項？(單選題，4 分)
- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{4}{5}$
19. 大圓的切線長 \overline{AB} 為 _____。(選填題，4 分)
20. 試求出大圓的半徑。(非選擇題，7 分)

RA397 全國公私立高中 112 學年度第三次學測模擬考(數 A)

參考答案

選擇題：1. (3) 2. (4) 3. (2) 4. (3) 5. (5) 6. (5) 7. (1)(5) 8. (1)(2)(4)(5) 9. (1)(2)(4)(5)

10. (1)(2)(3)(5) 11. (3)(5)

選填題：12. 88 13. 8 14. $\sqrt{21}$ 15. $\frac{10}{3}$ 16. $-\frac{7}{5}$ 17. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

混合題：18. (5) 19. 6 20. 6