

# 新竹區高級中學 112 學年學測模擬考(112-E3)數學 A

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 25 分)

1. 已知三次函數  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 21x - 12$  的函數圖形有對稱中心，則下列何者為此圖形的對稱中心？ (1)(0, -12) (2)(3, -3) (3)(-1, -43) (4)(1, 1) (5)(2, 2)
2. 若點  $(a, b)$  在函數  $y = \log_2 x$  的圖形上，則下列敘述何者正確？  
(1)  $\left(a, \frac{1}{b}\right)$  在函數  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  的圖形上 (2)  $(a, b-1)$  和  $(4a, b)$  所形成的線段與  $y = \log_2 x$  的圖形有相交 (3)  $(a, b)$  和原點所形成的直線斜率必小於 2 (4)  $(a, b)$  可能是第二象限的點 (5)  $(a, b)$  可能同時在  $y = 2^x$  的圖形上
3. 已知  $a, b$  為整數，若不等式  $\begin{cases} 3x - a \leq 0 \\ 5x - b > 0 \end{cases}$  的整數解為 2、3、4、5，則  $a + b$  不可能 為下列何者？ (1) 27 (2) 26 (3) 25 (4) 24 (5) 23
4. 玩家想要設定一組讓其他人進入遊戲空間的密碼，已知密碼設定須滿足兩個條件：  
(i) 密碼須為 3 位以上(含)的正整數； (ii) 數字須由左而右愈來愈小。  
試問設定密碼的選擇有幾種？  
(1) 84 種 (2) 120 種 (3) 967 種 (4) 968 種 (5) 999 種
5. 在坐標平面上一點  $C$  與  $O(0, 0)$  及直線  $3x + 4y = 5$  上任一點  $P$ ，恆有  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OC} = 10$ ，則  $C$  點在下列哪一條直線上？ (1)  $3x + 4y = 10$  (2)  $2x - 5y = -10$  (3)  $x + y = 14$   
(4)  $2x - y = 5$  (5)  $4x - 3y = 10$

二、多選題(占 25 分)

6. 令  $f(x) = \sin x - \cos x$ ，請選出正確的選項。  
(1)  $y = f(x)$  是週期為  $2\pi$  的函數 (2) 若  $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ ，則  $f(x)$  的最大值為  $\sqrt{2}$   
(3) 若  $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ ，則  $f(x)$  的最小值為  $-\sqrt{2}$  (4)  $y = f(x)$  的圖形可由  $y = -\sqrt{2} \sin x$  經過適當(左右、上下)平移得到 (5) 鉛垂線  $x = \frac{\pi}{4}$  為  $y = f(x)$  圖形的對稱軸
7. 已知直線  $L_1: 3x - 2y = 1$ ， $L_2: 2x + ky + 1 = 0$ ， $L_3: y = mx + m - 2$ ，若  $L_1$  與  $L_2$  平行，則下列哪些選項正確？  
(1)  $k = \frac{-4}{3}$  (2)  $L_3$  必過  $(1, -2)$  (3) 若  $L_1$  與  $L_3$  互相垂直，則  $m = \frac{-2}{3}$   
(4)  $L_1$  與  $L_3$  必不相交 (5)  $L_1$  與  $L_2$  的距離為  $\frac{2\sqrt{13}}{13}$
8. 上一屆奧運賽場上，臺灣選手表現優異屢屢得牌，以郭婞淳舉重項目而言，也讓更多人想要接觸舉重。下表為舉重協會為素人選手舉辦的比賽成績，分為抓舉重量( $X$ )以及挺舉重量( $Y$ )，令  $X$  的平均為  $\mu_x$ ，標準差為  $\sigma_x$ ， $Y$  的平均為  $\mu_y$ ，標準差為  $\sigma_y$ ， $X$  與  $Y$

的相關係數為  $r$ 。已知  $\mu_x = 36$ ， $\sigma_x = \frac{4}{\sqrt{5}}$ ，以及  $Y$  對  $X$  以最小平方方法所得的迴歸直線

方程式為  $y = \frac{9}{8}x + \frac{27}{2}$ ，請選出正確的選項。

抓舉 $X$	35	35	34	37	39
挺舉 $Y$	53	51	$a$	$b$	59

- (1)  $\mu_y = 54$     (2)  $b < 54$     (3)  $a > b$     (4)  $\frac{\sigma_y}{\sigma_x} < 1$     (5)  $r = 0.75$

9. 若  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，且  $f(1) = 0$ ， $f(-2) = f(6) = 2$ ，則下列哪些選項正確？

- (1) 當  $x = 2$  時， $f(x)$  有最大值    (2)  $a - b + c > 0$     (3) 此函數圖形的對稱軸為  $x = 2$   
 (4)  $f(x)$  除以  $(x+2)(x-6)$  的餘式為 2    (5)  $f(x)$  除以  $(x-1)(x+2)$  的餘式為  $\frac{2}{3}$

10. 坐標平面上有一正八邊形  $ABCDEFGH$ ，請選出正確的選項。

- (1) 若  $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ，則  $P$  點在  $\overline{BC}$  邊的中點    (2) 若  $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AH}$ ，則  $Q$  點在正八邊形的外部  
 (3) 若  $R$  為平面上的任一點，則  $\overrightarrow{AR}$  可表示成  $x\overrightarrow{BC} + y\overrightarrow{HE}$ ，其中  $x$ 、 $y$  為實數  
 (4)  $\sin \angle EAG = \sin \angle EFG$     (5)  $\frac{\overline{ED}}{\sin \angle EAD} = \frac{\overline{GD}}{\sin \angle GFD}$

### 三、選填題(占 35 分)

11. 有一遊戲規則為：袋中有 1 號、2 號、3 號、……、9 號球各一個，由袋中任抽兩球，每球被抽出的機率相同。若兩球的號碼，在右方的看板上，為同行不相鄰或同列不相鄰，則可以得到兩個格子內金額的獎金；否則沒有獎金，例如：抽到 6 號、8 號則可得到 6+8 元，抽到 1 號、9 號得到 0 元，則玩此遊戲一次所得獎金的期望值為\_\_\_\_\_元。(化為最簡分數)

5	9	2
8	1	6
4	7	3

12. 曉華在一直角坐標平面上玩射擊遊戲，若她在  $P(-2, 4)$  的位置手持雷射槍射到  $Q(0, 2)$  後，以  $y$  軸當鏡面反射，則反射後會射中位於\_\_\_\_\_的目標。

13. 某銀行的信用卡循環利息為年利率 10% 並且每年以複利計息一次，若刷卡刷了一筆款項後一直沒有繳卡費，則在不計額外產生的違約金的情況下，至少需要\_\_\_\_\_年所欠繳的卡費會超過原本刷卡金額的兩倍。

14. 設一等差數列  $\{a_n\}$  首項為 20，公差為 -3，則  $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{19}| + |a_{20}| =$  \_\_\_\_\_。

15. 若一個三角形的高分別為 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{8}$ ，則以 $\frac{1}{6}$ 為高的底邊長為\_\_\_\_\_。
16. 已知兩平行線 $x-2y+m=0$ 與 $x-2y+n=0$ 將圓 $C : x^2 + (y-1)^2 = 10$ 的圓周四等分，則 $m+n =$ \_\_\_\_\_。
17. 紅色、藍色、黃色卡片各有 6 張，每組相同顏色的 6 張卡片分別寫有號碼 1 到 6。將這 18 張卡片裝進一個袋子裡，一次取出三張卡片，每張卡片被取出的機率相同，則取出的三張卡片上的號碼連續的機率為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

**第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)**

**第 18 至 20 題為題組**

棒球比賽時，打擊者站在投手的南方 16 公尺處，短打擊中了投手所投出的球，此球從打擊者位置保持以每秒 5 公尺的速度往東 $30^\circ$ 北直線等速滾過去，若已知投手跑步最快的速度是每秒 $x$ 公尺，試回答下列問題：

18. 若投手想跑最短距離去接球，則他應該往何種方向跑去？(單選題，3 分)  
(1)東 $60^\circ$ 北 (2)東 $30^\circ$ 北 (3)東 $60^\circ$ 南 (4)東 $30^\circ$ 南 (5)正東方
19. 承 18.題，此時 $x$ 至少要多少才能接住球？(非選擇題，6 分)
20. 若投手實際跑步最快的速度是每秒 7 公尺，則此投手最快幾秒可以接到球？  
(非選擇題，6 分)

**RA398 新竹區高級中學 112 學年學測模擬考(112-E3)數學 A**

**參考答案**

**選擇題：**1. (2) 2. (3) 3. (1) 4. (4) 5. (3) 6. (1)(2)(4) 7. (1)(3) 8. (1)(2)(3)(5)  
9. (2)(3)(4) 10. (1)(4)(5)

**選填題：**11.  $\frac{29}{18}$  12.  $(-8, -6)$  13. 8 14. 324 15.  $\frac{\sqrt{15}}{15}$  16. 4 17.  $\frac{9}{68}$

**混合題：**18. (3) 19.  $5\sqrt{3}$  20. 2 秒