

# 全國公立高中 111 學年度第四次模擬考 數學 A

第壹部分：選擇(填)題(占 85 分)

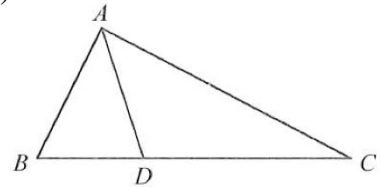


## 一、單選題(占 25 分)

- 若  $x$  為實數，且  $|x| + |x-5| < 8$ ，則  $x$  的整數解有多少個？  
(1)6 (2)7 (3)8 (4)9 (5)10
- 已知一直角三角形的兩股長分別為  $\frac{\log 8}{\log 9}$  與  $\frac{\log 4}{\log 3}$ ，若此直角三角形的周長為  $\log_3 x$ ，則  $x$  之值為下列何者？(1)32 (2)64 (3)256 (4)1024 (5)4096

- 如右圖，在  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A$  的內角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$ ，且  $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{AC} = 6$ 、 $\overline{AD} = 3$ ，則  $\cos(\angle BAC)$  的值為何？

- (1)  $\frac{3}{5}$  (2)  $\frac{3}{4}$  (3)  $\frac{4}{5}$  (4)  $\frac{1}{8}$  (5)  $\frac{7}{8}$



- 已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點不共線， $P$ 、 $Q$  為直線  $BC$  上相異兩點，且  $\overrightarrow{AP} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{AQ} = 2b\overrightarrow{AB} + (7a-3b)\overrightarrow{AC}$ ，其中  $a$ 、 $b$  為相異實數。若  $\triangle ABC$  面積為 48，則  $\triangle APQ$  面積為多少？ (1)24 (2)36 (3)48 (4)60 (5)72
- 大華、中明、小強 三人要輪流在週一到週六的晚上留在公司值班，一天一人，每人排兩天，若恰有一人要連排 2 個晚上，且其他兩人皆不可連排，則總共有多少種排法？  
(1)10 (2)12 (3)24 (4)30 (5)36

## 二、多選題(占 30 分)

- 下列哪些選項中的兩個圖形經過左右或上下平移後可完全重合？

- (1)  $y = 2x^2 + 1$  的圖形與  $y = 2x^2 + 3x - 1$  的圖形  
 (2)  $y = 2x^3 + 1$  的圖形與  $y = 2x^3 - 12x^2 + 1$  的圖形  
 (3)  $y = \cos 2x$  的圖形與  $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$  的圖形  
 (4)  $y = 10^x$  的圖形與  $y = 3(10^x - 2)$  的圖形  
 (5)  $y = \log_2 x$  的圖形與  $y = \log_2 (3x - 12)$  的圖形

- $A = \begin{bmatrix} \sin 50^\circ & \cos 50^\circ \\ -\cos 50^\circ & \sin 50^\circ \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} \cos 80^\circ & \sin 80^\circ \\ \sin 80^\circ & -\cos 80^\circ \end{bmatrix}$  為兩個二階方陣，

試選出正確的選項。(1)  $A^{11} = A^2$  (2)  $B^{13} = B^5$  (3)  $AB = \begin{bmatrix} \cos 40^\circ & -\sin 40^\circ \\ \sin 40^\circ & \cos 40^\circ \end{bmatrix}$

(4)  $(AB)^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (5)  $B \begin{bmatrix} 1 \\ \tan 40^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \tan 40^\circ \end{bmatrix}$

- 已知  $f(x) = ax^3 + 9x^2 + bx - 4$  圖形的對稱中心為  $(-3, 20)$ ，試選出正確的選項。(1)  $(a, b) = (1, 10)$  (2)  $f(-10000) > 0$  (3)  $y = f(x)$  的圖形在點  $(-2, f(-2))$  附近，會近似於一直線  $y = -14x - 24$  (4)  $f(-1.99) \approx 3.86$  (四捨五入至小數點以下第二位)  
(5) 若  $g(x) = f(x) - 20$ ，則  $g(x) = 0$  只有一個實根
- $U$  國在其南部邊境小島上部署  $A$  型、 $B$  型、 $C$  型三種反艦飛彈，其命中率分別為 0.5、0.6、0.7，且飛彈不會互相干擾。 $R$  國來犯的每一艘驅逐艦，如果被 2 枚或 2 枚以上的飛彈擊中必會沉沒。請問下列敘述何者正確？

- (1) 針對 R 國 某艘驅逐艦同時發射三型飛彈各 1 枚，則 3 枚飛彈都擊中的機率為 0.21  
 (2) 針對 R 國 某艘驅逐艦同時發射三型飛彈各 1 枚，則此驅逐艦被擊中（不一定要沉沒）的機率為 0.94  
 (3) 針對 R 國 某艘驅逐艦同時發射三型飛彈各 1 枚，則此驅逐艦被擊沉的機率為 0.44  
 (4) 針對 R 國 某艘驅逐艦同時發射三型飛彈各 1 枚，已知此驅逐艦被擊沉的條件下，則它被 A 型與 C 型飛彈擊中的機率為  $\frac{7}{13}$   
 (5) 針對 R 國 某艘驅逐艦以 A 型飛彈連續攻擊  $n$  發，可以使擊沉此驅逐艦的機率提高到 90% 以上，則  $n$  的最小值為 7

10. 已知函數  $f(x) = 2\sin 2x - 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ ，且  $x$  為任意實數，下列敘述何者正確？

(1)  $f(-x) = -f(x)$  (2) 若  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ，則  $-\sqrt{3} \leq f(x) \leq 2$  (3)  $f\left(\frac{\pi}{9}\right) > f\left(\frac{\pi}{8}\right)$

(4) 直線  $x = \frac{-5\pi}{12}$  是  $y = f(x)$  圖形的對稱軸

(5)  $y = f(x)$  的圖形可由  $y = 2\sin 2x$  向左平移  $\frac{\pi}{3}$  而得

11. 學測 15 級分制的計算方式為：前 1% 學生平均原始得分除以 15，作為各該科之級距。

考生原始得分 0 分得 0 級分，高於 0 分但低於或等於 1 個級距是 1 級分，高於 1 個級距但低於或等於 2 個級距是 2 級分，以此類推到 14 級分；原始得分高於 14 個級距，則為滿級分 15 級分。學測 60 級分制的計算方式為：前 1% 學生平均原始得分除以 60，作為各該科之級距。考生原始得分 0 分得 0 級分，高於 0 分但低於或等於 1 個級距是 1 級分，高於 1 個級距但低於或等於 2 個級距是 2 級分，以此類推到 59 級分；原始得分高於 59 個級距，則為滿級分 60 級分。舉例來說明 15 級分制，假設該科分數最高之前 1% 學生平均原始得

分為 96 分，則級距為  $\frac{96}{15} = 6.40$ 。考生如果考 0 分，為 0 級分；考生高於 0 分，但低於或

等於 6.4 分 (1 個級距)，則為 1 級分；考生高於 6.4 分，但低於或等於 12.8 分 (2 個級距)，則

為 2 級分，依此類推到 14 級分。原始得分高於 14 個級距 ( $14 \times 6.4 = 89.6$ )，則為滿級分 15

級分。阿明與阿嬌班上有 35 位學生參加學測，下列針對學測英文成績的敘述，請判斷何

者正確。(1) 假設全國最高前 1% 平均原始得分為 90 分，阿明考 68 分，則以 60 級分制計算可得 46 級分

(2) 假設全國最高前 1% 平均原始得分為 90 分，且原始得分阿明比阿嬌多 11 分，則以 60 級分制計算阿明與阿嬌可能同級分

(3) 假設以 60 級分制計算，阿明全班級分之中位數為 40 級分，則以 15 級分制計算，全班級分之中位數為 10 級分

(4) 假設以 15 級分制計算，阿明全班級分之平均數為 8.5 級分，則以 60 級分制計算，全班級分之平均數為 34.5 級分

(5) 假設以 15 級分制計算，阿明全班級分之標準差為  $S_1$  級分，則以 60

級分制計算，全班級分之標準差為  $S_2$  級分，則  $S_2 \geq 4S_1$

### 三、選填題(占 30 分)

12. 設兩變量  $x$  與  $y$  的  $n$  筆數據為  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，且  $x$  與  $y$  的平均數

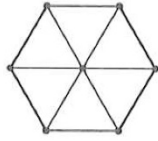
分別為  $\mu_x = 51$  與  $\mu_y$ ，標準差分別為  $\sigma_x = 18$ 、 $\sigma_y = 10$ 。已知變量  $x = 27$  時，可由  $y$  對

$x$  的迴歸線預測  $y$  值為 49。若將  $n$  筆數據  $(x_i, y_i)$  標準化為新數據  $(x'_i, y'_i)$ ，

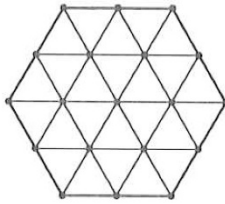
$i = 1, 2, 3, \dots, n$ ，可得  $y'$  對  $x'$  的迴歸線為  $y' = -0.9x'$ ，求  $\mu_y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 坐標平面上，已知直線  $L: y = 2x - 1$  與圓  $C$  相切於點  $A(2, 3)$ ，且  $B(-2, 5)$  在圓  $C$  上，則圓心坐標為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

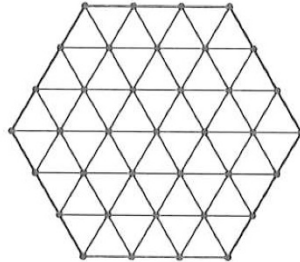
14.用單位長的不鏽鋼條焊接如下圖的正六邊形，圖中的小黑點「●」為焊接點，



圖(1)



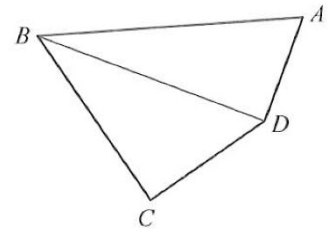
圖(2)



圖(3)

在圖(1)中，用了12根不鏽鋼條，7個焊接點；在圖(2)中，用了42根不鏽鋼條，19個焊接點；在圖(3)中，用了90根不鏽鋼條，37個焊接點。試問依此規則，圖(5)共需\_\_\_\_\_根不鏽鋼條。

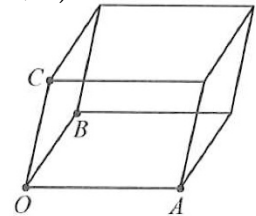
15.如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle BCD = \angle BDA = 90^\circ$ ， $\overline{DA} = 7$ 、 $\overline{DB} = 25$ 、 $\overline{DC} = 15$ ，則 $\overline{AC} =$ \_\_\_\_\_。



16.如圖，空間坐標中一平行六面體，某一底面的其中三個頂點為 $O(0,0,0)$ 、 $A(a_1, a_2, a_3)$ 、 $B(b_1, b_2, b_3)$ ，另一面之一頂點為 $C(2, 2, 1)$ ，

$$\text{已知 } 2 \times \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = 72,$$

則 $\Delta OAB$ 面積的最小值為\_\_\_\_\_。



17.若 $m$ 為實數，且滿足聯立不等式 
$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 12 \\ mx - y \leq m \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 的所有點所形成區域面積為 $\frac{23}{4}$ 平方單位。則 $m =$ \_\_\_\_\_。

**第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)**

**第 18 至 20 題為題組**

已知空間中有兩個平面 $E_1 : 2x - y + cz = 1$ ， $E_2 : x + y + dz = 2$ 與一直線

$$L_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-2}{-2}, \text{ 試回答下列問題：}$$

18.若平面 $E_1 : 2x - y + cz = 1$ 與直線 $L_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-2}{-2}$ 不相交，則 $c$ 之值可能為何？(單選題，3分) (1)-2 (2)-1 (3)0 (4)1 (5)2

19.若平面 $E_1$ 與平面 $E_2$ 互相垂直， $A(0,1,2)$ 與 $B(-2,-7,2)$ 兩點與平面 $E_2$ 等距離且此兩點在平面 $E_2$ 的異側，試求 $(c,d) = ?$ (非選擇題，6分)

20.已知直線 $L$ 為平面 $E_1$ 與平面 $E_2$ 的交線，若 $P(2,1,3)$ 、 $Q(3,-1,1)$ 兩點與直線 $L$ 皆落在平面 $E$ 上，則平面 $E$ 與直線 $L_1$ 的交點為何？(非選擇題，6分)

RA4100 國公私立高中 111 學年度第四次模擬考 數學 A

參考答案

選擇題：1. (3) 2. (2) 3. (4) 4. (4) 5. (5) 6. (1)(3)(4)(5) 7. (1)(2)(4)(5) 8. (1)(3)(4)  
9. (1)(2)(4)(5) 10. (2)(3)(4) 11. (1)(2)(3)

選填題：12. 37 13. (0, 4) 14. 240 15.  $\sqrt{442}$  16. 12 17. 2

混合題：18. (4) 19.  $(\frac{-1}{3}, 3)$  20.  $(\frac{13}{14}, \frac{40}{21}, \frac{43}{21})$