

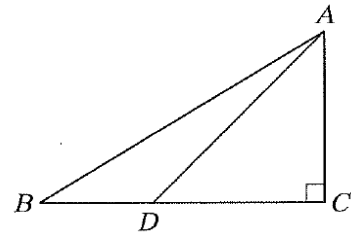
新北基高級中等學校 111 學年度學測模擬考數學 A(111-E4)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

- 若 $\log_{27} n$ 為有理數且 $0 < n < 8000$ ，則共有多少個可能的正整數 n ？
 (1) 3 個 (2) 5 個 (3) 7 個 (4) 8 個 (5) 9 個
- 如右圖 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} = \overline{CD} = 3$ ， $\overline{BD} = 2$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，則 $\tan \angle BAD$ 的值為下列何者？
 (1) $\frac{\sqrt{17}}{17}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{5}{3}$
- 已知三條直線 $L_1: x+2y-1=0$ 、 $L_2: 2x+y+k=0$ 與 $L_3: kx+y+k-4=0$ 可以圍成一個三角形，且此三角形內切圓的圓心為 $C(-1,2)$ ，則下列何者為 k 值？
 (1) -5 (2) -2 (3) -1 (4) 1 (5) 2
- 小帥用 1,000 元投資於購買 1 公克黃金，一年後每公克黃金的價格增加至 1,200 元，第二年後每公克黃金的價格維持在 1,200 元，第三年後每公克黃金的價格增加至 1,500 元，到了第四年末小帥將 1 公克黃金賣出獲得 3,000 元。試問，小帥這四年來投資購買 1 公克黃金獲利的平均成長率最接近下列何者？ (1)25% (2)28% (3)30% (4)32% (5)35%



- 空間中，已知兩直線 $L_1: \begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}, t \in R$ 與 $L_2: \begin{cases} x+z=6 \\ y=0 \end{cases}$ 互相歪斜，則 L_1 與 L_2 的距離為何？
 (1) 3 (2) $\sqrt{3}$ (3) 2 (4) $\sqrt{2}$ (5) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

- 設 $0 \leq x < 2\pi$ ，若 $A = \begin{bmatrix} 2\sin x & 4\sin^3 x \\ \cos x & 2\cos^3 x \end{bmatrix}$ 且 A^{-1} 不存在，則所有可能的 x 值之總和為多少？
 (1) 4π (2) 5π (3) 6π (4) 7π (5) 8π

二、多選題(占 30 分)

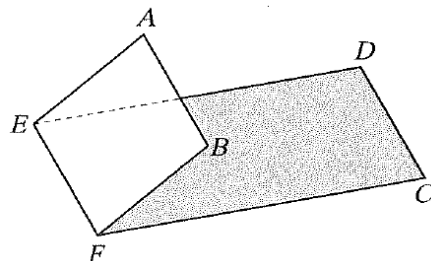
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\overrightarrow{AP} = \frac{9}{16}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ ，若 F 在 \overline{BC} 上且 $\overrightarrow{AF} = t\overrightarrow{AP}$ ，則下列哪些選項正確？
 (1) 點 P 在 $\triangle ABC$ 內部 (2) $t = \frac{16}{13}$ (3) $\overline{BF} : \overline{FC} = 9 : 4$
 (4) $\triangle ABP$ 和 $\triangle ACP$ 的面積比為 $9 : 4$ (5) $\triangle ABP$ 和 $\triangle ABC$ 的面積比為 $1 : 4$
- 令等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和為 S_n ，已知首項 $a_1 < 0$ ， $a_4 + a_{17} = 0$ ，則下列哪些敘述正確？
 (1) 公差 $d > 0$ (2) $a_2 + a_{19} = 0$ (3) $a_{10} > 0$ (4) 數列 $\langle S_n \rangle$ 中最小的值為 S_{10} (5) $S_{20} > 0$
- 下列哪些選項正確？ (1) $\frac{(\frac{1}{3})^5 + (\frac{1}{3})^7}{2} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{5+7}{2}}$ (2) $\log_2 5 > \log_3 5$ (3) $7\log_5 2 > \log_5 127$
 (4) $7^{\log_2 5} > 5^{\log_2 7}$ (5) $\frac{\log_2 3 + \log_2 7}{2} > \log_2 \left(\frac{3+7}{2}\right)$
- 下列哪些選項中的角 θ 可能是第一象限角？ (1) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} > 0$ (2) $\sin \theta \tan \theta < 0$
 (3) $\sin \theta < \cos \theta$ (4) $\sin \theta + \sin^2 \theta = 2$ (5) $\sin 3\theta < 0$ 且 $\cos 3\theta < 0$

11. 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 的係數均為整數，並滿足：
- I. $y = f(x)$ 的圖形通過原點。II. $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 1。III. $13 \leq f(2) \leq 15$ 。
- 則下列哪些對於 $y = f(x)$ 的敘述正確？
- (1) $a+b+c=0$ (2) $y = f(x)$ 的圖形跟 x 軸有 3 個交點 (3) $y = f(x)$ 的圖形經過適當平移後會與 $y = x^3$ 的圖形重合 (4) 圖形的對稱中心為 $(-1, 5)$ (5) 在 $x = -1$ 附近的一次近似為 $y = -6(x+1)$
12. 某種疾病之檢驗方法不是百分之百正確，依過去經驗知患有此疾病的人經檢驗能正確判斷之可能性為 0.85，不患此病的人經檢驗做了錯誤判斷之可能性為 0.05。已知真實患有疾病的人數是所有人數的十分之一，若某人欲接受此檢驗，則下列哪些敘述正確？
- (1) 檢驗結果為患有疾病的機率大於十分之一
 (2) 若檢驗結果為患有疾病，則此人真實不患此病的機率大於 35%
 (3) 若檢驗結果為不患此病，則此人真實患有疾病的機率小於 1%
 (4) 若真實患病的人數比例下降，則整個檢驗被錯誤判斷的機率也會下降
 (5) 只要真實患有疾病的人數不歸零，那麼檢驗被錯誤判斷的機率必定大於 5%

三、選填題(占 25 分)

13. 散布圖中有六個樣本點： $A(1,1)$ 、 $B(2,1)$ 、 $C(3,1)$ 、 $D(3,2)$ 、 $E(4,2)$ 與 $F(5,3)$ 。從中任取 3 點計算相關係數 r ，結果 $r=1$ 的機率為_____。(化為最簡分數)
14. 某生自捷連站出口 A 沿著筆直的道路，欲前往目的地 B 。行走一段時間後到達 C ，但未發現目的地 B ，某生覺得只有可能是「錯過了」或是「一開始就走錯方向」，於是折返，又過一段時間後，終於抵達目的地 B 。若將此筆直的道路視為數線，且捷連站出口及目的地坐標分別為 $A(1)$ 與 $B(9)$ ，並假設某生折返前、後均為等速前進，折返前速度為 2(單位/分鐘)、折返後速度為 3(單位/分鐘)，共計花費 10 分鐘。已知 C 點坐標可能的值為 c_1 與 c_2 ，且 $c_1 > c_2$ ，則 $c_1 - c_2 =$ _____。
15. 公園裡，有一個半徑為 24 公尺的圓形水池，小天 在水池中央(即圓心)的正東方 $24\sqrt{2}$ 公尺處，而小明 坐在水池邊緣，方位是位於水池中央的北偏西 30° 處。在不穿越水池的情形下，小天 走向小明 的最短路徑約為_____公尺。(四捨五入到整數)

16. 將長方形色紙 $ABCD$ 沿著平行 \overline{AB} 的摺痕 \overline{EF} 摺起，如右圖所示。已知摺起後 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AE} = 3$, $\overline{ED} = 12$ 且 $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{ED} = 18$ ，則 $\overline{AC} =$ _____。(化為最簡根式)



17. 空間中有一個四面體 $ABCD$ ，已知其中相接於 A 點三個邊 \overline{AB} 、 \overline{AC} 與 \overline{AD} 兩兩互相垂直，且 $\overline{AB} = \overline{AC} = 1$ ， $\overline{AD} = 2$ 。令平面 BCD 上一點 P 到另外三平面的距離分別為 a 、 b 與 c ，則 $a^2 + b^2 + c^2$ 的最小值為_____。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

小明參加公司舉辦的慶生餐會，公司除了送禮物給本月生日的員工以外，還有活動讓壽星加碼抽紅包。規則如下：在抽獎箱裡面放入相同大小的黑球與白球各 9 個，再從箱中依序抽出 9 顆球並放在底下九宮格子對應的號碼上，如下圖示範。

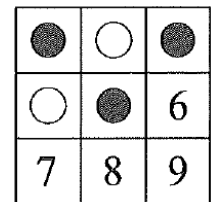


當 9 顆球都抽出並擺完後，若使黑球 3 個連成直的、橫的或斜的對角線任意 1 條線，便可得到 1000 元，若連成 2 條線可得 2000 元，以此類推，最多連成 8 條線則可得 8000 元。試回答下列問題。

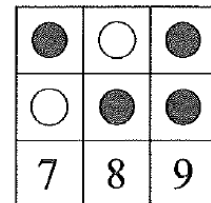
18. 當九宮格擺滿球時，看起來會有多少種不同的結果？(同色的球視為相同的，盤面不可旋轉或翻轉) (單選題，3 分)

- (1) $9!$ (2) C_9^{18} (3) $C_9^{18} \times 9!$ (4) 2^9 (5) 9^2

19. 已知小明抽到第 5 球時的九宮格如右圖，當小明繼續將剩下的球抽出並擺完後，黑球恰連成兩條線的機率是多少？(非選擇題，5 分)



20. 已知小明抽到第 6 球時的九宮格如右圖，試求小明繼續將剩下的球抽出並擺完後，所獲得獎金的期望值。(非選擇題，7 分)



RA4101 新北基高級中等學校 111 學年度學測模擬考數學 A(111-E4)

參考答案

選擇題：1.(5) 2.(2) 3.(2) 4.(4) 5.(2) 6.(4) 7.(1)(2)(5) 8.(1)(2)(4) 9.(1)(2)(3)
10.(1)(3)(5) 11.(1)(2)(4) 12.(1)(4)(5)

選填題：13. $\frac{1}{10}$ 14. 24 15. 55 16. $\sqrt{133}$ 17. $\frac{4}{9}$

混合題：18. (4) 19. $\frac{28}{143}$ 20. $\frac{14250}{11}$ 元