

111 年學科能力第六次模擬測驗數學 A(110-W6)



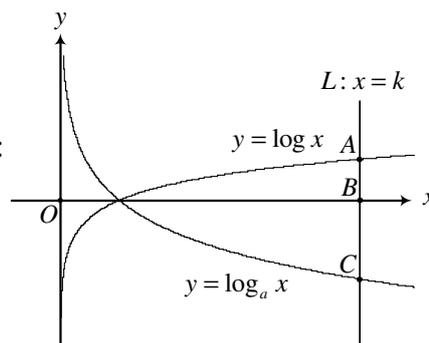
第壹部分：選擇題(占 85 分)

一、單選題(占 30 分)

1. 已知 $x-3$ 為多項式 $f(x)$ 的一次因式，若 $f(x)$ 除以 x^2-x-4 的商式為 $g(x)$ ，餘式為 $8x+4$ ，則 $g(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為下列何者？(1) -28 (2) -14 (3) -12 (4) 14 (5) 28
2. 已知 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五點的極坐標分別為 $A[3, 70^\circ]$ 、 $B[3, 100^\circ]$ 、 $C[3, 175^\circ]$ 、 $D[3, 265^\circ]$ 、 $E[3, 358^\circ]$ ，試問下列哪一點與 y 軸的距離最近？(1) A 點(2) B 點(3) C 點(4) D 點(5) E 點
3. 炎炎夏日，游泳戲水是許多人消暑解熱的最佳休閒活動。某游泳池統計最近一個月每天的最高溫 x ($^\circ\text{C}$)與當日的泳客人數 y (人)的平均數分別為 $\mu_x = 31$ ， $\mu_y = 120$ 標準差分別為 $\sigma_x = 2$ ， $\sigma_y = 10$ 。已知由 y 對 x 的迴歸直線推測當某日的最高溫為 30°C 時，其當日的泳客人數為 116 人。試問 x 與 y 的相關係數為下列何者？

- (1) 0.5 (2) 0.6 (3) 0.7 (4) 0.8 (5) 0.9

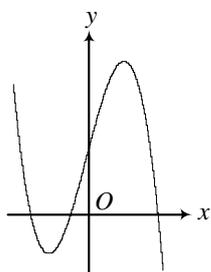
4. 設 $0 < a < 1$ ， $k > 1$ ，已知直線 $L: x = k$ 分別與 $y = \log x$ 、 x 軸、 $y = \log_a x$ 的圖形交於 A 、 B 、 C 三點，如圖所示：若 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ ，則 a 之值為下列何者？



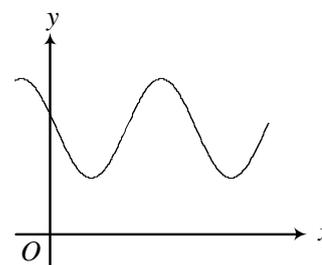
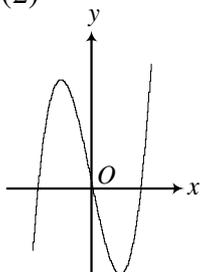
- (1) 10^{-2} (2) $10^{\frac{-3}{2}}$ (3) $10^{\frac{-2}{3}}$
 (4) $10^{\frac{2}{3}}$ (5) $10^{\frac{3}{2}}$

5. 設 a 、 b 為實數，已知右圖為 $y = a \sin x + b$ 的部分圖形，試問下列何者可能為 $y = ax^3 + bx$ 的部分圖形？

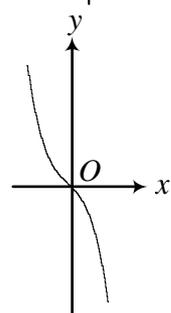
(1)



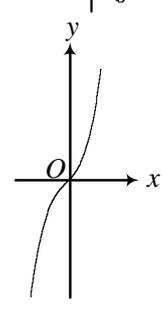
(2)



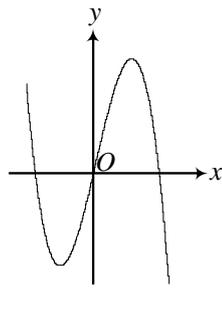
(3)



(4)



(5)



6. 坡地排水渠流之平均流速常採用曼寧公式計算，其公式如下：
$$v = \frac{1}{n} \times R^{\frac{2}{3}} \times S^{\frac{1}{2}}$$

其中 v ：平均流速(公尺/秒)， n ：曼寧粗糙係數， R ：水力半徑(公尺)， S ：水力坡降。

已知有一渠道的水力半徑為 0.3 公尺，水力坡降為 $\frac{1}{1000}$ ，曼寧粗糙係數為 0.01，試求水通過這個渠道的平均流速最接近下列何者？

- (1) $10^{0.1}$ (公尺/秒) (2) $10^{0.15}$ (公尺/秒) (3) $10^{0.2}$ (公尺/秒)
 (4) $10^{0.25}$ (公尺/秒) (5) $10^{0.3}$ (公尺/秒)

二、多選題(占 30 分)

7. 設實數 a_1, a_2, \dots, a_6 是一個等差數列。若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a_1 & a_4 \\ a_2 & a_5 \\ a_3 & a_6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, 則

下列哪些選項中的矩陣可能與 ABC 相等？

- (1) $\begin{bmatrix} -9 \\ 9 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 9 & 9 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 3 & -3 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 18 & -18 \\ -18 & 18 \end{bmatrix}$

8. 設 θ 為銳角，已知 $\cos \theta$ 、 $2\sin \theta$ 、 $\tan \theta$ 為一等比數列，且其公比為 r ，試選出正確的選項。

- (1) $\sqrt{\cos \theta} \cdot \sqrt{2\sin \theta} \cdot \sqrt{\tan \theta}$ 為一等比數列 (2) $\frac{\cos \theta + \tan \theta}{2} \geq 2\sin \theta$

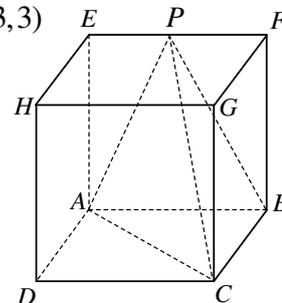
- (3) $\theta > 30^\circ$ (4) $r = \frac{2}{\sqrt{15}}$ (5) $\sin 2\theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$

9. 在坐標空間中，已知 P 、 Q 兩點在平面 $E: 2x - y + 3z = 4$ 上的投影點分別為 A 、 B ，且

$\overrightarrow{AB} = (2, 4, 0)$ 。試問下列哪些選項中的向量可能與 \overrightarrow{PQ} 相等？ (1) 向量 $(-4, 7, -9)$

- (2) 向量 $(-1, 6, -6)$ (3) 向量 $(4, -1, 3)$ (4) 向量 $(4, 2, 0)$ (5) 向量 $(4, 3, 3)$

10. 如右圖，有一稜長為 2 的正立方體 $ABCD-EFGH$ ，且 P 為 \overline{EF} 中點，試選出正確的選項。



- (1) 向量 \overrightarrow{PB} 與向量 \overrightarrow{BC} 垂直 (2) 直線 BC 與平面 ABP 垂直

- (3) 平面 ABC 與平面 PBC 的夾角(以銳角計)小於 60°

- (4) $|\overrightarrow{PB} \times \overrightarrow{PC}| = \sqrt{5}$ (5) $|\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} \times \overrightarrow{PC})| = 8$

11. 在坐標空間中，已知兩直 $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+3a}{4} = \frac{z+2}{3}$ 與 $L_2: \frac{x-2a}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{1}$ ，其中 a 為實數，試選出正確的選項。

- (1) 點 $(3, 2, 4)$ 可能在直線 L_1 上 (2) L_1 與 L_2 的方向向量互相平行
(3) L_1 與 L_2 可能平行 (4) L_1 與 L_2 可能互為歪斜線 (5) L_1 與 L_2 可能交於一點

12. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ ，已知在坐標平面上，直線 $L_1: x + 2y = 1$ 上的點經方陣 A 線性

變換到直線 L_2 上，且直線 L_1 上的點經方陣 A^2 線性變換到直線 L_3 上，試選出正確的選項。

- (1) A 定義的線性變換是鏡射變換 (2) A^2 定義的線性變換是旋轉變換

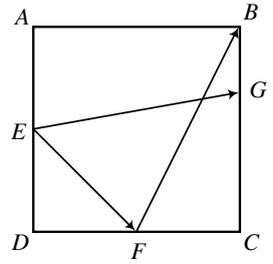
- (3) 直線 L_1 與直線 L_2 的銳夾角為 45° (4) 直線 L_2 的斜率為 $\frac{1}{3}$ (5) 直線 L_3 的斜率為 -2

三、選填題(占 25 分)

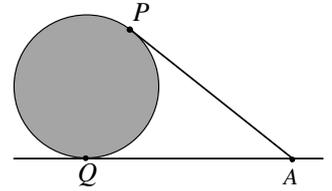
13. 在坐標平面上，已知 A 、 B 為直線 $L_1: x + 2y - 4 = 0$ 上的相異兩點，直線 L_2 與 L_1 恰相交於一點 A ，且 $C(12, 6)$ 為直線 L_2 上一點。若 $|\overline{AC}| = 10$ ，則 \overline{AC} 在 \overline{AB} 上的正射影長為 _____。(化為最簡根式)

14. 已知鍋中有紅豆湯圓 5 顆、花生湯圓 4 顆、芝麻湯圓 3 顆，且每顆湯圓的大小與外觀均相同。若芸希從鍋中任意舀取 5 顆湯圓，則至少有 3 顆紅豆湯圓的機率為 _____。(化為最簡分數)

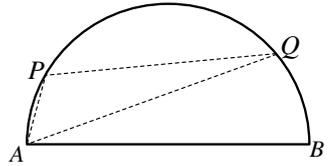
15. 如右圖，在正方形 $ABCD$ 中， E 為 \overline{AD} 邊之中點， F 為 \overline{CD} 邊之中點， G 在 \overline{BC} 邊上且 $\overline{CG} = 2\overline{BG}$ 。若 $\overrightarrow{EF} = a\overrightarrow{EG} + b\overrightarrow{FB}$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



16. 在藝術文化祭中，有一巨型藝術氣球被固定在地面上的 Q 點，並在氣球上一點 P 用一條繩子將其固定，而繩子的另一端則固定在地面上的 A 點。已知此氣球的側面圖為一圓 Γ ，如下圖：其中 \overline{AQ} 、 \overline{AP} 分別與圓 Γ 相切於 Q 、 P 兩點。若此條繩子的長度為 15 公尺 (即 $\overline{AP} = 15$)，且 P 點離地高度為 9 公尺，則圓 Γ 的直徑長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公尺。



17. 如圖，有一半圓形的生態池，其四周設有環池步道， P 、 Q 為環池步道上兩點， \overline{AB} 為該半圓的直徑，且 $\overline{PQ} = 200\sqrt{6}$ (公尺)、 $\overline{AB} = 120\sqrt{30}$ (公尺)。已知艾塔、禾美、佳雪三人相約於此環池步道散步，目前艾塔、禾美、佳雪分別位於 A 、 P 、 Q 三點，若艾塔與佳雪兩人的直線距離為艾塔與禾美兩人直線距離的 3 倍，則此時艾塔與佳雪兩人的直線距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公尺。



第貳部分：混合題或非選擇題 (占 15 分)

18-20 題為題組

最近在天玉社區附近新開了一間日式料理店，店裡僅提供定食，每份定食必須選一份主食，並從 A 、 B 、 C 、 D 四類附餐中，各選出一份附餐，其菜餐如下：

主食	刺身	壽司	炸物	燒烤	煮物
A 附餐	小魚沙拉	蔬食沙拉	野菜黑醋沙拉	馬鈴薯沙拉	芝麻沙拉
B 附餐	炸雞塊	炸豆腐	炸魚丸		
C 附餐	黑豆	辣味螺肉	泡菜	干貝唇	高麗菜絲
D 附餐	鮮蝦茶碗蒸	干貝茶碗蒸	鮮魚茶碗蒸	蛤蜊茶碗蒸	

已知在天玉社區的居民中，有 25% 的居民看過此間日式料理店的宣傳單，看過宣傳單的居民中有 60% 的人來用餐過，而未看過宣傳單的居民中有 40% 的人來用餐過。試回答下列問題。

18. 例如：刺身 + 蔬食沙拉 + 炸魚丸 + 辣味螺肉 + 鮮魚茶碗蒸為一種定食組合，試問此間日式料理店的定食組合共有幾種？(單選題，3 分)
 (1) 300 種 (2) 900 種 (3) 1200 種 (4) 1500 種 (5) 2000 種
19. 從天玉社區的所有居民中隨機抽查一人，試求此人在有到該日式料理店用餐過的條件下，有看過該店宣傳單的機率。(非選擇題，6 分)
20. 根據日式料理店的店長統計發現，在所有顧客中，主食為刺身有 30%、為壽司有 20%、為炸物有 20%、為燒烤有 25%、為煮物有 5%，而每份主食為刺身、壽司、炸物、燒烤、煮物的利潤分別為 120 元、200 元、150 元、100 元、180 元。已知此日式料理店每日的平均顧客人數為 100 人，且每位顧客在點餐時不互相影響，試求每日該店在主食部分的利潤期望值。(非選擇題，6 分)

RA4103 111 年學科能力第六次模擬測驗數學 A(110-W6)

參考答案

選擇題：1. (2) 2. (4) 3. (4) 4. (3) 5. (5) 6. (2) 7. (3)(4) 8. (1)(2)(4) 9. (1)(5)
10. (1)(2)(5) 11. (1)(4)(5) 12. (2)(3)(4)

選填題：13. $2\sqrt{5}$ 14. $\frac{41}{132}$ 15. $(\frac{9}{11}, \frac{-7}{11})$ 16. 10 17. 600

混合題：18. (4) 19. $\frac{1}{3}$ 20. 14000