全國高中 113 年(112 學年度)高三上
第四次學測模擬考　數學(數 A)試題

俞克斌老師編寫

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. 已知 a、b 為正整數，定義一個新的運算符號 $\{\ \}$ 滿足 $a\{1\}b=a^{b}$ 及 $a\{n+1\}b=a^{a\{n\}b}$，$n\in N$，例如：$2\{1\}4=2^{4}$，$2\{2\}4=2^{2\{1\}4}=2^{2^{4}}$，$2\{3\}4=2^{2\{2\}4}=2^{2^{2^{4}}}$，…。試問下列哪個選項是數字 $2\{3\}3$ 以十進位表示時的位數？
(1) 4 位數　(2) 19 位數　(3) 20 位數　(4) 77 位數　(5) 78 位數

答：(5)

解：$2^{2^{2^{3}}}=2^{2^{8}}=2^{256}=\left(10^{\log 2}\right)^{256}\doteqdot 10^{0.3010\times 256}\doteqdot 10^{77.056}=1.\cdots\times 10^{77}$

表 78 位數

2. 已知一速食店推出「買 A 送 B」的優惠活動，買 A 欄中的任何一品項即送 B 欄中的任何一品項，可自由搭配，飲品中冰／熱視為不同的品項，假設每種品項皆供應無虞，惟需注意供應時間，沒有標註時間的品項即為全天供應。試問正午十二點參加「買 A 送 B」活動，A 欄、B 欄各選一品項共有多少種不同的商品組合？（例如：A 欄美式咖啡(熱) $+$ B 欄雪碧與 A 欄雪碧 $+$ B 欄美式咖啡(熱)視為相同的商品組合）

A			
那堤(冰/熱) 卡布奇諾(冰/熱) 美式咖啡(冰/熱)	雪碧 冰紅茶 冰綠茶 冰奶茶	薯餅(上午 11:00 前供應) 薯條(上午 11:00 後供應)	4 塊雞塊 6 塊雞塊

B			
美式咖啡(冰/熱)	雪碧 冰紅茶 冰綠茶 冰奶茶	地瓜餅(上午 11:00 前供應) 地瓜條(上午 11:00 後供應)	大杯玉米濃湯 小杯玉米濃湯

(1) 104 種　(2) 103 種　(3) 102 種　(4) 101 種　(5) 100 種

答：(3)

解：$\underbrace{13}_{A}\times\underbrace{9}_{B}-\underbrace{C^{6}_{2}}_{\text{美冰,美熱,雪碧,冰紅,冰綠,冰奶}}=117-15=102$

AB各選一,視為相同組合
（即A美冰B雪碧與A雪碧B美冰視為同一組合）

3. 已知三個數列$\langle a_n \rangle$、$\langle b_n \rangle$及$\langle c_n \rangle$，其中$\langle a_n \rangle$、$\langle b_n \rangle$的遞迴式如下：

$\langle a_n \rangle = \begin{cases} 3 & , n=1 \\ a_{n-1}+2 & , n \ge 2 \text{且} n \in N \end{cases}$，$\langle b_n \rangle = \begin{cases} 4 & , n=1 \\ b_{n-1}+4n & , n \ge 2 \text{且} n \in N \end{cases}$，

而a_n, b_n, c_n為直角三角形的三個邊長，且c_n為斜邊長，試求$c_1+c_2+c_3+\cdots+c_{10}$之值為何？

(1) 881　(2) 890　(3) 925　(4) 950　(5) 1010

答：(2)

解：$a_n = 3+(n-1)\times 2 = 2n+1$

$b_n = 4+4[2+3+4+\cdots+n] = 2n(n+1)$

$c_n = \sqrt{a_n^2+b_n^2} = \sqrt{(2n+1)^2+[2n(n+1)]^2} = 2n^2+2n+1$

所求$= \sum_{n=1}^{10}\left(2n^2+2n+1\right) = 2\times\frac{1}{6}\times 10\times 11\times 21 + 2\times\frac{1}{2}\times 10\times 11+10 = 890$

4. 設a為實數且$a>0$，已知滿足不等式$3|x-a|-x \le a$的實數解之最小值為 7，試求a值為何？

(1) 14　(2) 18　(3) 21　(4) 24　(5) 28

答：(1)

解：$3|7-a|-7 \le a \Rightarrow |21-3a| \le a+7 \Rightarrow (4a-14)(2a-28) \le 0 \Rightarrow \frac{7}{2} \le a \le 14$

5. 已知二階線性變換矩陣P將點$A(3,4)$對應到點$A'(1,0)$，P將點$B(1,2)$對應到點$B'(0,1)$，若P^{-1}將直線L：$2x+3y=5$上所有點都對應到一直線L'，試求L'之斜率為何？

(1) $-\frac{9}{14}$　(2) $\frac{9}{14}$　(3) $-\frac{14}{9}$　(4) $\frac{8}{7}$　(5) $-\frac{8}{7}$

答：(4)

解：$P\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow P^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$代入$ax'+by'=c$

$\Rightarrow a(3x+y)+b(4x+2y)=c \Rightarrow (3a+4b)x+(a+2b)y=c$

等同$2x+3y=5 \Rightarrow \frac{3a+4b}{2} = \frac{a+2b}{3} = \frac{c}{5} \Rightarrow 7a=-8b$

所求斜率$= -\frac{a}{b} = \frac{8}{7}$

6. 已知$a>b>0$，試問下列等式何者可成立？

(1)$\left(a+\frac{4}{a}\right)\left(b+\frac{9}{b}\right)=23$　(2)$\left(a+\frac{9}{b}\right)\left(\frac{4}{a}+b\right)=24$　(3)$(a+b)\left(\frac{4}{a}+\frac{9}{b}\right)=25$

(4)$2^{a}+2^{\frac{4}{a}}=10$　(5)$(\log_3 b)\left(\log_3 \frac{9}{b}\right)=2$

答：(4)

解：(1)$a+\frac{4}{a}\geq 2\sqrt{a\times\frac{4}{a}}=4$，$b+\frac{9}{b}\geq 2\sqrt{b\times\frac{9}{b}}=6$，左式$\geq 24$

(2)左式$=4+9+ab+\frac{36}{ab}\geq 13+2\sqrt{ab\times\frac{36}{ab}}=13+12=25$

(3)左式$=4+9+\frac{4b}{a}+\frac{9a}{b}\geq 13+2\sqrt{\frac{4b}{a}\times\frac{9a}{b}}=13+12=25$

等號成立於$\frac{4b}{a}=\frac{9a}{b}\Rightarrow\frac{b^2}{a^2}=\frac{9}{4}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{3}{2}$，矛盾

(4)左式$\geq 2\sqrt{2^{a+\frac{4}{a}}}\geq 2\sqrt{2^{2\sqrt{a\cdot\frac{4}{a}}}}=2\sqrt{2^4}=8$，可成立

(5)左式$=\left[\log_3 b\right]\left[2-\log_3 b\right]=-\left[\log_3 b-1\right]^2+1\leq 1$

二、多選題

7. 設有 10 筆數據(x_i,y_i)，其中$i=1,2,\cdots,10$，若x與y的散布圖上 10 個點均在直線$y=9-2x$上，且令資料x的算術平均數$\mu_x=3$，資料x的標準差$\sigma_x=2.5$，資料y的算術平均數μ_y，試選出正確的選項。

(1)$\mu_y=3$

(2)資料y的標準差為 4

(3)另外 10 筆數據$(4x_i-3,5-2y_i)$，其中$i=1,2,\cdots,10$的相關係數為 1

(4)若將這 10 筆資料(x_i,y_i)標準化後得(x_i',y_i')，則x'與y'的散布圖上 10 個點均在直線$y'=-x'$上

(5)如果原資料再加上一筆數據(μ_x,μ_y)，y對x的迴歸直線仍為$y=9-2x$

答：(1)(3)(4)(5)

解：(1)$(\mu_x,\mu_y)\in y=-2x+9\xrightarrow{\mu_x=3}\mu_y=3$

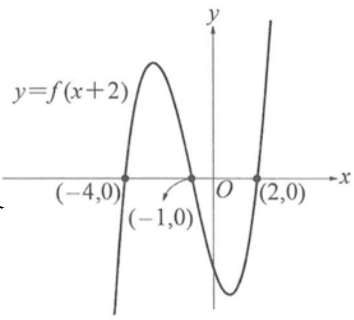
(2)$m=r\times\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\xrightarrow{m=-2,\,r=-1,\,\sigma_x=2.5}\sigma_y=5$

(3)承(2)，相關係數$r'=-r=1$

(4)標準化後，過$(0,0)$，斜率$=r=-1$

(5)正確

8. 已知三次函數 $y=f(x+2)$ 的圖形如圖，且 $f(0)=16$，試選出正確的選項。



(1) $y=f(x)$ 的圖形左移 2 單位即為 $y=f(x+2)$
(2) $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為 -10
(3) $y=f(x)$ 的圖形經過適當平移後會與 $y=x^{3}-9x$ 的圖形重合
(4) $y=f(x)$ 的圖形在對稱中心附近的一次近似直線斜率為 -18
(5)不等式 $(x+2)f(x)\le 0$ 的整數解一共有 5 個

答：(1)(4)(5)

解：$f(x+2)=P(x+4)(x+1)(x-2)\xrightarrow[x=-2]{f(0)=16}P(2)(-1)(-4)=16 \Rightarrow P=2$

則 $f(x+2)=2(x+4)(x+1)(x-2)$

$\Rightarrow f(x)=2(x+2)(x-1)(x-4)=2(x-1)^{3}-18(x-1)$

(1)正確

(2)應為 $f(3)=-20$

(3)應為 $y=2x^{3}-18x$

(4)所求一次近似 $y=-18(x-1)$

(5)左式 $=2(x+2)^{2}(x-1)(x-4)\le 0 \Rightarrow (x-1)(x-4)\le 0$ 或 $x=-2$

$\Rightarrow 1\le x\le 4$ 或 $x=-2 \xrightarrow{x\in Z} x=-2,1,2,3,4$

9. 有一圓心為原點且半徑為 4 的圓，將一雷射光源放在點 $H\left(2\sqrt{3},1\right)$ 沿著 $\vec{v}=(0,-1)$ 的方向發射，碰到圓後進行反射，依序碰到圓上的點分別為 A,B,C,D,E,F，最後光線回到 H 點，試選出正確的選項。 (1)點 A 的極坐標為 $\left[4,\frac{\pi}{6}\right]$ (2) ΔHDE 面

(3)圓上的點與 H 點之距離為整數者共有 16 個　(4) $\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{HF}=-5$

(5)若 $\overrightarrow{HB}=\alpha\overrightarrow{HA}+\beta\overrightarrow{HD}$，其中 α,β 為實數，則 $\alpha+\beta=\frac{7}{3}$

答：(2)(4)(5)

解：(1) $A\left(2\sqrt{3},-2\right)$，$B(0,-4)$，$C\left(-2\sqrt{3},-2\right)$，$D\left(-2\sqrt{3},2\right)$，$E(0,4)$，$F\left(2\sqrt{3},2\right)$

故 $A[4,-30^\circ]=[4,330^\circ]$

(2) ΔHDE 面積 $=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix}\overrightarrow{ED}\\ \overrightarrow{EH}\end{matrix}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix}-2\sqrt{3} & -2\\ 2\sqrt{3} & -3\end{matrix}\right\|=5\sqrt{3}$

(3) $\overline{OH}=\sqrt{13}$，$\underbrace{4-\sqrt{13}}_{0.\cdots}\le d\le\underbrace{4+\sqrt{13}}_{7.\cdots}\xrightarrow{d\in Z}d=1,2,3,\cdots,7$

每個數各對應 2 個圓上點

(4) $\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{HF}=\left(-2\sqrt{3},-5\right)\cdot(0,1)=-5$

(5) $\overrightarrow{HB}=\alpha\overrightarrow{HA}+\beta\overrightarrow{HD} \Rightarrow \left(-2\sqrt{3},-5\right)=\alpha(0,-3)+\beta\left(-4\sqrt{3},1\right)$

$\Rightarrow \alpha=\frac{11}{6}$，$\beta=\frac{1}{2}$，故 $\alpha+\beta=\frac{7}{3}$

10. 已知函數 $f(x)=\cos 2x-\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，試選出正確的選項。

(1) $f(x)$ 的週期為 π

(2) a 為實數，可知 $f(a)=f\left(\dfrac{\pi}{3}-a\right)$

(3)在區間 $[0,2\pi)$ 中滿足 $f(x)=\dfrac{1}{2}$ 的所有實數 x 之和為 $\dfrac{10}{3}\pi$

(4) $f(x)=\dfrac{x}{3}$ 有 5 個實根

(5) $y=f(x)$ 的圖形可由 $y=2\sin^2 x$ 的圖形經適當（左右、上下）平移得到

答：(1)(3)(4)(5)

解：$f(x)=\cos 2x-\left[\cos 2x\cos\dfrac{\pi}{3}+\sin 2x\sin\dfrac{\pi}{3}\right]=\sin(30^\circ-2x)=\cos(2x+60^\circ)$

(1)週期 $2\pi\times\dfrac{1}{2}=\pi$

(2)對稱軸 $k\pi-\dfrac{\pi}{6}$

(3) $0\le x<2\pi \quad\Rightarrow \dfrac{\pi}{3}\le 2x+\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{13\pi}{3}$

$f(x)=\dfrac{1}{2} \quad\Rightarrow 2x+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{3},\dfrac{7\pi}{3},\dfrac{11\pi}{3} \quad\Rightarrow x=0,\dfrac{2\pi}{3},\pi,\dfrac{5\pi}{3}$

(4) $y=f(x)$ 與 $y=\dfrac{x}{3}$ 交於 5 個點

(5) $y=2\sin^2 x=1-\cos 2x=1+\cos(2x+\pi)$

11. 已知平面上有四個非零向量 $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$，$\vec{b}=\overrightarrow{OB}$，$\vec{c}=\overrightarrow{OC}$，$\vec{d}=\overrightarrow{OD}$，其中 O 為原點，且滿足 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=|\vec{d}|=1$ 及 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{d}>0$，$\vec{a}\cdot\vec{d}=\vec{b}\cdot\vec{c}=0$。
試選出正確的選項。

(1) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 必不平行　(2) $\vec{a}$ 與 $\vec{c}$ 必不平行　(3) $\vec{a}+\vec{b}$ 與 $\vec{c}-\vec{d}$ 垂直

(4)若將點 A 以 O 為中心旋轉有向角 θ 至點 C，則點 B 以 O 為中心旋轉 θ 角至點 D

(5)若將點 A 以過原點 O 的直線 L 為鏡射軸鏡射至點 B，則點 C 以 L 為鏡射軸會鏡射至點 D

答：(1)(3)(5)

解：(1)若 $\vec{a}\,//\,\vec{b} \Rightarrow \vec{a}=t\vec{b}$

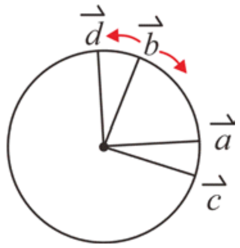
則 $\vec{a}\cdot\vec{c}=t\vec{b}\cdot\vec{c}=0$，矛盾

(2) $\vec{a}=\vec{c}$ 可成立

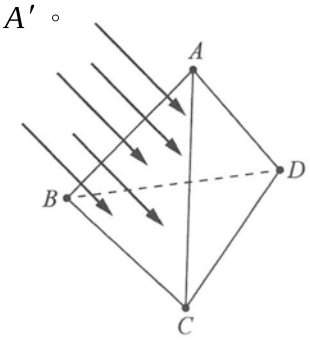
(3) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{c}-\vec{d})=\vec{a}\cdot\vec{c}-0+0-\vec{b}\cdot\vec{d}=0$

(4)應為 D 旋轉 θ 角到 B

(5)正確



12. 已知有一正四面體 $A-BCD$，如示意圖，其中平面 BCD 平貼於地面，今太陽光（平行光）垂直照射平面 ABC，若太陽光將點 A 照射在平面 BCD 的影子為點 A'。



試選出正確的選項。
(1)直線 AA' 垂直平面 ABC
(2)點 A' 在 ΔBCD 的內部
(3)設平面 $AA'B$ 與平面 $AA'C$ 的兩面角為 α，則 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$
(4)設太陽光與平面 BCD 的銳夾角為 β，則 $\sin\beta=\frac{1}{3}$
(5) $\Delta A'BC$ 的面積為 ΔABC 面積的 3 倍

答：(1)(4)(5)

解：$B(-3,0,0)$，$C(3,0,0)$，$D\left(0,3\sqrt{3},0\right)$，$\Delta BCD\in xy$ 平面（$z=0$）
$A\left(0,\sqrt{3},2\sqrt{6}\right)$，$\Delta ABC\in 2\sqrt{2}y-z=0$，法向量 $\overrightarrow{N}=\left(0,2\sqrt{2},-1\right)$

(1)正確

(2) $\overleftrightarrow{AA'}$ 上動點 $\left(0,\sqrt{3}+2\sqrt{2}t,2\sqrt{6}-t\right)$
與 $z=0$ 交於 $A'\left(0,9\sqrt{3},0\right)$，在 ΔBCD 外部

(3) $A'AB$ 所在平面：$3\sqrt{6}x-\sqrt{2}y-4z=-9\sqrt{6}$
$A'AC$ 所在平面：$3\sqrt{6}x+\sqrt{2}y+4z=9\sqrt{6}$
$\cos\alpha=\frac{54-2-16}{\sqrt{72}\sqrt{72}}=\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\alpha=60^\circ$

(4) $\cos\theta=\frac{\left(0,2\sqrt{2},-1\right)\cdot(0,0,1)}{3\times1}=\frac{-1}{3}\quad\Rightarrow\sin\beta=\left|\cos\theta\right|=\frac{1}{3}$

(5) $\Delta A'BC$ 面積 $=3\Delta DBC$ 面積 $=3\Delta ABC$ 面積（$\because\overline{OA'}=3\overline{OD}$）

三、選填題

13. 棒球投手大古和打擊手翔評哪一位比較厲害，常是人們茶餘飯後的話題。已知大古投球時可將球投進好球帶及沒有投進好球帶兩種結果，翔評擊球時可將球擊出安打、被接殺、及揮棒落空三種結果，今由電腦大數據分析，翔評擊出安打、被接殺、及揮棒落空的機率分別為 0.2、0.4、0.4，已知翔評擊出安打、被接殺、及揮棒落空的條件下，大古能將球投進好球帶的機率分別為 0.9、0.5、0.3，今大古投一球，已知大古沒有將球投進好球帶，則此時被翔評擊出安打的機率為________。(化成最簡分數)

答：$\frac{1}{25}$

解：
安 0.2 $\begin{cases}\text{好 } 0.9\\ \text{壞 } 0.1\end{cases}$
接 0.4 $\begin{cases}\text{好 } 0.5\\ \text{壞 } 0.5\end{cases}$
空 0.4 $\begin{cases}\text{好 } 0.3\\ \text{壞 } 0.7\end{cases}$

所求 $=\frac{0.2\times0.1}{0.2\times0.1+0.4\times0.5+0.4\times0.7}$
$=\frac{2}{2+20+28}=\frac{2}{50}=\frac{1}{25}$

14.設 $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$是一個沒有反方陣的二階轉移矩陣，且 $A+A^2=\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$，則 d 為________。(化成最簡分數)

答： $\frac{3}{4}$

解： $A=\begin{bmatrix} a & b \\ 1-a & 1-b \end{bmatrix} \Rightarrow \det A=a-ab-b+ab=0 \ \Rightarrow a=b$

$\Rightarrow A=\begin{bmatrix} a & a \\ 1-a & 1-a \end{bmatrix}$，$A^2=\begin{bmatrix} a & a \\ 1-a & 1-a \end{bmatrix} \Rightarrow A=\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$

15.學校請甲、乙、丙三位同學投票選擇高三畢旅地點，其中城市地點有 A,B 兩個，遊樂園地點有 C,D 兩個，若要求每位同學從中選擇兩個不同的地點，且城市地點至少選一個，則此三位同學至少有一個相同的選擇地點(例如：甲、乙、丙皆有選 A，投票結果為甲選 A,B，乙選 A,C，丙選 A,D)的機率為________。(化成最簡分數)

答： $\frac{13}{25}$

解： 每人可能 AB,AC,AD,BC,BD

(1)三人所選兩地「均相同」：5種

(2)三人所選兩地「有兩人均相同，第三人一地同一地不同」：

$$C_2^3\left[\underbrace{4}_{\substack{AB配\\AC,AD,BC,BD}}+\underbrace{3}_{\substack{AC配\\AB,AD,BC}}+\underbrace{3}_{\substack{AD配\\AB,AC,BD}}+\underbrace{3}_{\substack{BC配\\AB,BD,CD}}+\underbrace{3}_{\substack{BD配\\AB,BC,CD}}\right]=48$$

(3)三人所選兩地「僅一地同，另一地不同」：$C_1^2\times 3!=12$ 種

所求機率 $=\frac{5+48+12}{5^3}=\frac{65}{125}=\frac{13}{25}$

16.坐標平面上有直線 L，已知 $A(1,1)$到直線 L 的距離為 2，$B(8,0)$到直線 L 的距離為 7，則滿足上述條件中斜率最小的直線 L 方程式為________。

答： $4x+3y+3=0$

解： $\Gamma_1:(x-1)^2+(y-1)^2=4$，$\Gamma_2:(x-8)^2+y^2=49$，

$O_1(1,1)$，$O_2(8,0)$，$\overline{O_1O_2}=\sqrt{50}$

$r_1=2$，$r_2=7 \xrightarrow{r_1+r_2>\overline{O_1O_2}} \Gamma_1$、$\Gamma_2$兩圓相交於兩點

Γ_1、Γ_2外公切線交於$\left(-\dfrac{9}{5},\dfrac{7}{5}\right)$，且圓心連線斜率$\dfrac{-1}{7}$

$\sin\theta=\dfrac{r_2 \cdot r_1}{\overline{O_1O_2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta=45°$

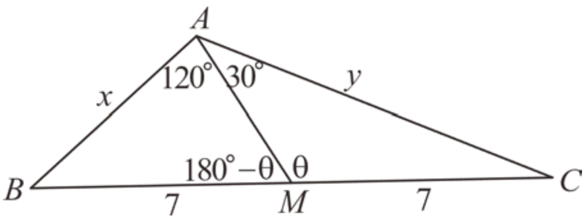
故公切線斜率$m \Rightarrow \left|\dfrac{m+\dfrac{1}{7}}{1+m\times\left(-\dfrac{1}{7}\right)}\right|=\tan 45° \Rightarrow m=-\dfrac{3}{4}$或$-\dfrac{4}{3}$

所求：$\left(y-\dfrac{7}{5}\right)=-\dfrac{4}{3}\left(x+\dfrac{9}{5}\right) \Rightarrow 4x+3y+3=0$

17. ΔABC中，$\overline{BC}=14$，點M是$\overline{BC}$的中點，$\angle BAM=120°$且$\angle CAM=30°$，
則ΔABC面積為________。(化成最簡根式)

答：$7\sqrt{3}$

解：$\begin{cases}\dfrac{x}{\sin(180°-\theta)}=\dfrac{7}{\sin 120°}\\ \dfrac{y}{\sin\theta}=\dfrac{7}{\sin 30°}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=t\\ y=\sqrt{3}t\end{cases}$



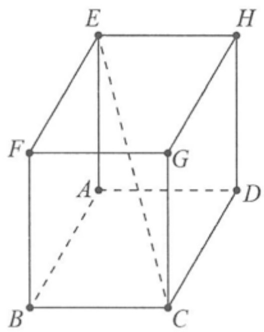
$\cos 150°=\dfrac{t^2+3t^2-14^2}{2\cdot t\times\sqrt{3}t} \Rightarrow t=2\sqrt{7}$

$\Delta ABC=\dfrac{1}{2}t\cdot\sqrt{3}t\sin 150°=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 28\times\dfrac{1}{2}=7\sqrt{3}$

第貳部分：混合題或非選擇題

18-20 題為題組

如圖，已知長方體$ABCD-EFGH$，試回答下列問題：



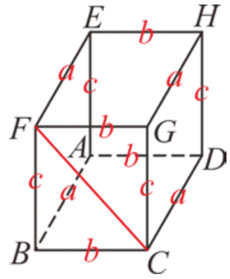
18. 試問哪一個平面包含直線CE並與直線AB平行？
(1)平面$ACGE$ (2)平面$CDHG$ (3)平面$CDEF$
(4)平面$BCHE$ (5)平面$ABGH$

答：(3)

解：$CDEF$平面包含$\overleftrightarrow{CE}$，且與$\overline{AB}$平行

19.若 $\overline{AB}=a$ ， $\overline{AD}=b$ ， $\overline{AE}=c$ ，試求直線 CE 與直線 AB 的距離。(以 a,b,c 表示)

答： $\dfrac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}$



解： 亦即 $d\left(B,\overline{CF}\right)=\dfrac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}$

20.若直線 CE 與直線 AB 的距離為 $\dfrac{8}{\sqrt{5}}$，且直線 CE 與直線 AD 的距離為 $\dfrac{16}{\sqrt{17}}$，且直線 CE 與直線 BF 的距離為 $\dfrac{16}{\sqrt{5}}$ ，試求長方體 $ABCD-EFGH$ 的體積。

答： 512

解： 承(19) $\Rightarrow \dfrac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}=\dfrac{8}{\sqrt{5}}$ 且 $\dfrac{ac}{\sqrt{a^2+c^2}}=\dfrac{16}{\sqrt{17}}$ 且 $\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{16}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{c^2}+\dfrac{1}{b^2}=\dfrac{5}{64}$ 且 $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{c^2}=\dfrac{17}{256}$ 且 $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=\dfrac{5}{256}$

$\Rightarrow 2\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)=\dfrac{42}{256}$ $\Rightarrow \dfrac{1}{a^2}=\dfrac{1}{256}$ ， $\dfrac{1}{b^2}=\dfrac{4}{256}$ ， $\dfrac{1}{c^2}=\dfrac{16}{256}$

$\Rightarrow a=16$ ， $b=\dfrac{16}{2}$ ， $c=\dfrac{16}{4}$ $\Rightarrow abc=512$