112 年學科能力測驗第六次模擬考試

數學 A 考科解析

112-W6

第壹部分、選擇（填）題

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13-1	13-2	13-3
(1)	(3)	(4)	(1)	(5)	(2)	(3)(5)	(2)(5)	(1)(3)	(4)	(2)(3)(4)	(4)(5)	5	1	2
14-1	14-2	15-1	15-2	16-1	16-2	17-1	17-2	17-3						
−	2	2	2	6	3	2	−	3						

第貳部分、混合題或非選擇題

18.(5)　19.（6，−3）　20.（7，39）

第壹部分、選擇（填）題

一、單選題

1.(1)　【難易度】★☆☆

【出處】第二冊 三角比

【解析】因為 $\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3\pi}{2}$，且 $\tan\theta=\frac{1}{3}>0 \Rightarrow \theta$ 在第三象限

故 $\sin\theta=-\frac{1}{\sqrt{10}}$，$\cos\theta=-\frac{3}{\sqrt{10}}$

所以 $\sin(\frac{23\pi}{2}-\theta)=\sin[(10\pi+\frac{3\pi}{2})-\theta]$

$=\sin[(2\pi\times5)+\frac{3\pi}{2}-\theta]=\sin(\frac{3\pi}{2}-\theta)$

$=-\cos\theta=-(-\frac{3}{\sqrt{10}})=\frac{3}{\sqrt{10}}$

故選(1)

2.(3)　【難易度】★★☆

【出處】第一冊 多項式函數

【解析】對稱中心的 x 坐標為 $-\frac{b}{3a}=-\frac{(-12)}{3}=4$

再利用綜合除法得

$f(x)=x^3-12x^2+36x+168=(x-4)^3-12(x-4)+184$

所以 $R(4,184)$ 為 $f(x)$ 圖形的對稱中心

即圖形上 R 點的局部特徵直線方程式為 $y=-12(x-4)+184$

即 $y=-12x+232$

故數對 $(p,q)=(-12,232)$

故選(3)

3.(4)　【難易度】★★☆

【出處】第三冊 A 三角函數

【解析】$d(x)=a\cos(\frac{x}{24}\pi+\frac{\pi}{6})+b$

故：①$d(8)=a\cos(\frac{8}{24}\pi+\frac{\pi}{6})+b=14 \Rightarrow a\times0+b=14$

②$d(12)=a\cos(\frac{12}{24}\pi+\frac{\pi}{6})+b=11 \Rightarrow -\frac{a}{2}+b=11$

可推得 $(a,b)=(6,14)$

所以 $d(x)=6\cos(\frac{x}{24}\pi+\frac{\pi}{6})+14$

$\Rightarrow d(20)=6\cos(\frac{20}{24}\pi+\frac{\pi}{6})+14=6\cdot(-1)+14=8$

故選(4)

4.(1)　【難易度】★★☆

【出處】第一冊 多項式函數；第三冊 A 平面向量

【解析】依照題意二次函數 $f(x)$ 之頂點為 $R(1,5) \Rightarrow f(1)=5$

則可假設 $f(x)=a(x-1)^2+5$

①$f(4)=-4<5$

$\Rightarrow f(1)=5$ 為最大值，拋物線 $f(x)$ 圖形開口向下，$a<0$

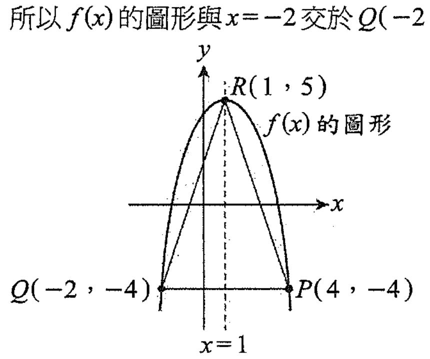
②因為 $f(4)=-4 \Rightarrow P(4,-4)$

又拋物線圖形有其對稱性，其中 $x=1$ 為對稱軸

所以 $P(4,-4)$ 與 $Q(q,-4)$ 對稱於直線：$x=1$

$\Rightarrow \frac{4+q}{2}=1 \Rightarrow q=-2$

所以 $f(x)$ 的圖形與 $x=-2$ 交於 $Q(-2,-4)$，如圖所示



③$\overrightarrow{RP}=(3,-9)$，$\overrightarrow{RQ}=(-3,-9)$

$\Rightarrow \cos\angle PRQ=\frac{\overrightarrow{RP}\cdot\overrightarrow{RQ}}{|\overrightarrow{RP}|\cdot|\overrightarrow{RQ}|}=\frac{(3,-9)\cdot(-3,-9)}{|(3,-9)|\cdot|(-3,-9)|}$

$=\frac{72}{\sqrt{90}\cdot\sqrt{90}}=\frac{4}{5}$

故選(1)

5.(5)　【難易度】★★☆

【出處】第二冊 排列組合與機率、第四冊 A 機率

【解析】①因為 $P(M'\cup N')=1-P(M\cap N)=\frac{31}{33} \Rightarrow P(M\cap N)=\frac{2}{33}$

又 $P(M\cap N)$、$P(M)$、$P(M\cup N)$ 三數成等比

假設 $P(M\cap N)=\frac{2}{33}$、$P(M)=\frac{2r}{33}$、$P(M\cup N)=\frac{2r^2}{33}$ 成等比，$r>2$

②因為 $P(M\cup N)=P(M)+P(N)-P(M\cap N)$

所以 $\frac{2r^2}{33}=\frac{2r}{33}+\frac{26}{33}-\frac{2}{33} \Rightarrow 2r^2=2r+24 \Rightarrow r^2-r-12=0$

$\Rightarrow (r-4)(r+3)=0 \Rightarrow r=4$ 或 $r=-3$（不合）

③求 $P(M)$：因為 $r=4$ 時，$P(M)=\frac{2r}{33}=\frac{8}{33}$

所以條件機率 $P(N|M)=\frac{P(N\cap M)}{P(M)}=\frac{\frac{2}{33}}{\frac{8}{33}}=\frac{1}{4}$

$\boxed{另解}$：$P(N|M)=\frac{P(N\cap M)}{P(M)}=\frac{\frac{2}{33}}{\frac{2r}{33}}=\frac{1}{r}=\frac{1}{4}$（因為 $r=4$）

故選(5)

6.(2)　【難易度】★★☆

【出處】第二冊 排列組合與機率

【解析】①$\boxed{後攻B隊}$第四局到第九局只得 1 分，情形只有 $C^6_1=6$ 種

$[(1,0,0,0,0,0),(0,1,0,0,0,0),$

$(0,0,1,0,0,0),\cdots\cdots,(0,0,0,0,0,1)]$

②$\boxed{先攻A隊}$第四局到第九局得 3 分，得分情形要分三類討論：

❶$(3,0,0,0,0,0)$：$C^6_1=6$ 種

❷$(2,1,0,0,0,0)$：$C^6_2\times2!=30$ 種

❸$(1,1,1,0,0,0)$：$C^6_3=\frac{6!}{3!\cdot3!}=20$ 種

上述三類情形一共 $6+30+20=56$ 種

③利用乘法原理：

從第四局到第九局兩隊得分的情況共有

$\underset{\boxed{先攻A隊}}{56}\times\underset{\boxed{後攻B隊}}{6}=336$（種）

故選(2)

二、多選題

7.(3)(5)　【難易度】★☆☆

【出處】第四冊 A 矩陣

【解析】①設 $PQRS$ 經線性變換 $\begin{bmatrix}x'\\y'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ 後變成 $P'Q'R'S'$

則 $P'Q'R'S'$ 的面積 $=\left|\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}\right|\times$（$PQRS$ 的面積）

②將各變換方陣取其行列式的絕對值 $\left|\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}\right|$，如果其值小於 1 即為所求

(1)× $\left|\begin{vmatrix}7&0\\0&2\end{vmatrix}\right|=14>1$……面積變大

(2)× $\left|\begin{vmatrix}1&5\\0&1\end{vmatrix}\right|=1$……面積不變

(3)○ $\left|\begin{vmatrix}2&\frac{7}{9}\\3&1\end{vmatrix}\right|=\left|2-\frac{7}{3}\right|=\frac{1}{3}<1$……面積變小

(4)× $\left|\begin{vmatrix}\cos 53^\circ&-\sin 53^\circ\\\sin 53^\circ&\cos 53^\circ\end{vmatrix}\right|=\cos^2 53^\circ+\sin^2 53^\circ=1$……面積不變

(5)○ $\left|\begin{vmatrix}\cos 75^\circ&\sin 75^\circ\\\sin 75^\circ&\cos 75^\circ\end{vmatrix}\right|=|\cos^2 75^\circ-\sin^2 75^\circ|$

$=|\cos(75^\circ\times 2)|=|\cos 150^\circ|=\frac{\sqrt{3}}{2}<1$……面積變小

故選(3)(5)

8. (2)(5) 【難易度】★☆☆

【出處】第二冊 數據分析

【解析】(1)× ∵ Y對X的迴歸直線：$y=\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}$，其斜率$m$為$\frac{1}{2}$

(2)○ ∵ Y對X的迴歸直線：$y=\frac{x}{2}+\frac{13}{2}$必過點$(\mu_x, \mu_y)$

$\therefore \mu_y=\frac{315}{2}+\frac{13}{2}=164$（公分）

(3)× ∵ $m=r_{xy}\cdot\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{4}{5}\times\frac{\sigma_y}{5}\Rightarrow\sigma_y=\frac{25}{8}$

(4)× Y對X的迴歸直線$y=\frac{x}{2}+\frac{13}{2}$必過點$(\mu_x, \mu_y)$

$=(315, 164)$

(5)○ 由迴歸直線$y=\frac{x}{2}+\frac{13}{2}$預測：

當$x=333$（公分）時

其y值$=\frac{333}{2}+\frac{13}{2}=173$（公分）

故選(2)(5)

9. (1)(3) 【難易度】★★☆

【出處】第四冊A 空間向量

【解析】因為$\overrightarrow{CD}=(-1, -1, 2)$，$\overrightarrow{CE}=(1, -3, -1)$

(1)○ 因為$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CE}=0$，所以$\overrightarrow{CD}$與$\overrightarrow{CE}$互相垂直

(2)× $|\overrightarrow{CD}\times\overrightarrow{CE}|=|(-1, -1, 2)\times(1, -3, -1)|$

$=|(7, 1, 4)|=\sqrt{7^2+1^2+4^2}=\sqrt{66}$

(3)○ 三角形面積為$\frac{1}{2}|\overrightarrow{CD}\times\overrightarrow{CE}|=\frac{\sqrt{66}}{2}$

(4)× $|(\overrightarrow{OC}\times\overrightarrow{OD})\cdot\overrightarrow{OE}|$

$=|[(4, 1, 0)\times(3, 0, 2)]\cdot(5, -2, -1)|$

$=|(2, -8, -3)\cdot(5, -2, -1)|=29$

(5)× $\overrightarrow{OC}$、$\overrightarrow{OD}$、$\overrightarrow{OE}$所決定的四面體體積為

$\frac{1}{6}|(\overrightarrow{OC}\times\overrightarrow{OD})\cdot\overrightarrow{OE}|=\frac{29}{6}$

故選(1)(3)

10. (4) 【難易度】★★☆

【出處】第二冊 三角比

【解析】(1)× $\triangle PSR$中，$\overline{PR}^2=2^2+2.4^2-2\times 2\times 2.4\times\cos 120^\circ$

$=4+5.76-2\times 2\times 2.4\times(-\frac{1}{2})=14.56$

$\Rightarrow\overline{PR}=\sqrt{14.56}$（公里）

(2)× $\triangle PSR$面積$=\frac{1}{2}\times 2\times 2.4\times\sin 120^\circ=1.2\times\sqrt{3}$

$=\frac{6\sqrt{3}}{5}$（平方公里）

(3)× $\triangle ABC$的外接圓直徑為$2R=\frac{\overline{PS}}{\sin 120^\circ}=\frac{\sqrt{14.56}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$=2\sqrt{\frac{14.56}{3}}$（公里）

(4)○ 令$\overline{SQ}=h$為$\angle PSR$的內角平分線長

又$\triangle PSR$面積$=\triangle PSQ$面積$+\triangle RSQ$面積

$\Rightarrow\frac{1}{2}\times 2.4\times 2\times\sin 120^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 2.4\times h\times\sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times 2\times h\times\sin 60^\circ$

$\Rightarrow 2.4\times 2=2.4\times h+2\times h\Rightarrow h=\frac{4.8}{4.4}=\frac{12}{11}$（公里）

(5)× $\triangle PSQ$的面積$=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{12}{11}\times\sin 60^\circ$

$=\frac{6\sqrt{3}}{11}$（平方公里）

故選(4)

11. (2)(3)(4) 【難易度】★★★

【出處】第四冊A 空間中的平面與直線

【解析】令直線L方向向量為$\overrightarrow{L}$，平面E_1（or E_2）的法向量為$\overrightarrow{N}$

且假設$\overrightarrow{L}$與$\overrightarrow{N}$的夾角為$\alpha\Rightarrow\cos\alpha=\pm\frac{\overrightarrow{N}\cdot\overrightarrow{L}}{|\overrightarrow{N}||\overrightarrow{L}|}$

$\Rightarrow|\cos\alpha|=\frac{|\overrightarrow{N}\cdot\overrightarrow{L}|}{|\overrightarrow{N}||\overrightarrow{L}|}$

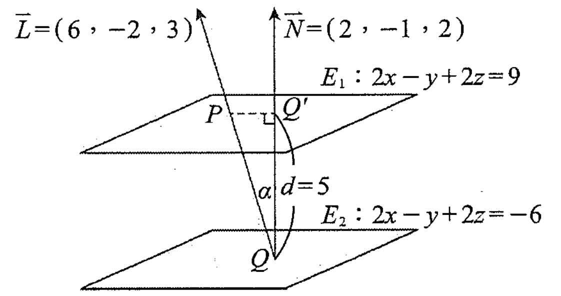
①因為$d(E_1, E_2)=\frac{|9-(-6)|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{15}{3}=5$

設直線L與兩平面E_1與E_2的交點分別為P、Q

且Q在E_1的投影點為Q'

又$|\cos\alpha|=\frac{|\overrightarrow{N}\cdot\overrightarrow{L}|}{|\overrightarrow{N}||\overrightarrow{L}|}=\frac{|(2, -1, 2)\cdot(6, -2, 3)|}{|(2, -1, 2)||(6, -2, 3)|}$

$=\frac{|12+2+6|}{3\cdot 7}=\frac{20}{21}$



②故$\triangle Q'PQ$中，$\overline{PQ}\times|\cos\alpha|=5\Rightarrow\overline{PQ}=\frac{5}{|\cos\alpha|}=\frac{5}{\left|\frac{20}{21}\right|}=\frac{21}{4}$

結論：L被E_1、E_2所截線段的長度為$\overline{PQ}=\frac{5}{|\cos\alpha|}=\frac{21}{4}$，所以

只需討論$|\cos\alpha|$是否相同為$\frac{20}{21}$即可

(1)× $|\cos\alpha_1|=\frac{|(2, -1, 2)\cdot(6, -2, -3)|}{|(2, -1, 2)||(6, -2, -3)|}=\frac{8}{21}$

(2)○ $|\cos\alpha_2|=\frac{|(2, -1, 2)\cdot(6, -2, 3)|}{|(2, -1, 2)||(6, -2, 3)|}=\frac{20}{21}$

(3)○ $|\cos\alpha_3|=\frac{|(2, -1, 2)\cdot(-6, 2, -3)|}{|(2, -1, 2)||(-6, 2, -3)|}=\frac{20}{21}$

(4)○ $|\cos\alpha_4|=\frac{|(2, -1, 2)\cdot(12, -4, 6)|}{|(2, -1, 2)||(12, -4, 6)|}=\frac{40}{42}=\frac{20}{21}$

(5)× $|\cos\alpha_5|=\frac{|(2, -1, 2)\cdot(6, 12, -4)|}{|(2, -1, 2)||(6, 12, -4)|}=\frac{8}{42}=\frac{4}{21}$

故選(2)(3)(4)

12. (4)(5) 【難易度】★★☆

【出處】第二冊 機率

【解析】假設Dan金幣有r枚，r為正整數

因為任取一枚金幣可兌換的金額共有「60美元、30美元、50美元」三種可能，且其對應的機率分別如下表所列：

k（美元）	60	30	50
p（機率）	$\frac{8}{15+r}$	$\frac{7}{15+r}$	$\frac{r}{15+r}$

根據已知：隨機抽出1枚金幣可兌換金額的期望值為47美元

$60\times\frac{8}{15+r}+30\times\frac{7}{15+r}+50\times\frac{r}{15+r}=47$

可推得$\frac{480+210+50r}{15+r}=\frac{690+50r}{15+r}=47$

$\Rightarrow 690+50r=705+47r\Rightarrow 3r=15\Rightarrow r=5$枚（Dan金幣）

(1)× 任取一枚金幣為Min金幣的機率為$\frac{8}{15+5}=\frac{2}{5}$

(2)× 任取一枚金幣為Dan金幣的機率為$\frac{5}{15+5}=\frac{1}{4}$

(3)× P(任取一枚金幣可兌換的金額小於40美元)

$=P$(可兌換的金額等於30美元)

$=P$(任取一枚金幣為Hye金幣)$=\frac{7}{20}$

(4)○ P(任取一枚金幣可兌換的金額小於60美元)

$=P$(可兌換的金額等於30美元或50美元)

$=P$(任取一枚金幣為Hye金幣或Dan金幣)$=\frac{7+5}{20}=\frac{3}{5}$

(5)○ P(任取兩枚金幣可兌換的金額小於70美元)

$=P$(可兌換的金額等於兩個30美元)

$=P$(任取兩枚金幣為Hye金幣)$=\frac{C^7_2}{C^{20}_2}=\frac{21}{190}$

故選(4)(5)

三、選填題

13. $\frac{5}{12}$ 【難易度】★☆☆

【出處】第一冊 指數、對數、第二冊 數據分析、第三冊 A 三角函數

【解析】因為 $(2024)^0=1$，$3^{-1}=\frac{1}{3}$，$(\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$，$\log_{2025}1=0$，

$\frac{2\tan 22.5°}{1-\tan^2 22.5°}=\tan(2\times 22.5°)=\tan 45°=1$，$\sin 180°=0$

所以這六個數由小到大排列依序為 0，0，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{2}$，1，1

$\Rightarrow$ 這六個數的中位數為正中間兩數之平均 $=\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{2}=\frac{5}{12}$

$\Rightarrow p=\frac{5}{12}$

14. -2 【難易度】★★☆

【出處】第二冊 數列與級數、第三冊 A 指數與對數函數

【解析】因為 $b=\frac{a+c}{2}\Rightarrow \log_7\frac{1}{42}=\dfrac{\log_{\sqrt{7}}\frac{1}{6}+c}{2}$

$\Rightarrow c=2b-a=2\log_7\frac{1}{42}-\log_{\sqrt{7}}\frac{1}{6}=\dfrac{2\log\frac{1}{42}}{\log 7}-\dfrac{\log\frac{1}{6}}{\log\sqrt{7}}$

$=\dfrac{2\log\frac{1}{42}}{\log 7}-\dfrac{2\log\frac{1}{6}}{\log 7}=\dfrac{2(\log\frac{1}{42}-\log\frac{1}{6})}{\log 7}$

$=\dfrac{2\log(\frac{1}{42}\div\frac{1}{6})}{\log 7}=\dfrac{2\log\frac{1}{7}}{\log 7}=\dfrac{2(-\log 7)}{\log 7}=-2$

15. $2\sqrt{2}$ 【難易度】★★☆

【出處】第三冊 A 平面向量

【解析】假設該球由點 $P(2,-5)$ 出發

沿著 $\overline{L}=(-1,k)$ 的方向移動 6 單位長後，剛好抵達 y 軸上的 $Q(0,q)$，其中 $k>0$

$\because \overrightarrow{PQ}\,/\!/\,\overline{L}\Rightarrow$ 假設 $\overrightarrow{PQ}=t\cdot\overline{L}$，$t\in R$

$\therefore(-2,q+5)=t(-1,k)\Rightarrow\begin{cases}-2=-t\cdots\cdots(*)\\ q+5=t\cdot k\end{cases}$

由(*)知：$t=2$

又 $|\overrightarrow{PQ}|=|t(-1,k)|=6\Rightarrow|2\cdot(-1,k)|=6$

$\Rightarrow\sqrt{(-1)^2+k^2}=3\overset{\text{兩邊平方}}{\Rightarrow}1+k^2=3^2\Rightarrow k^2=8$

$\Rightarrow k=\pm\sqrt{8}$（取正）$\Rightarrow k=2\sqrt{2}$

16. $(6,3)$ 【難易度】★★☆

【出處】第一冊 數與式、第三冊 A 三角函數

【解析】①因為 $f(x)=6\sqrt{3}\cos x-6\sin x-7$

$=12(\cos x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\sin x\cdot\frac{1}{2})-7$

$=12\cos(x+30°)-7$，其中 $0°\le x\le 60°$

所以當 $x=0°$ 時

$f(x)$ 的最大值為 $M=12\times\cos 30°-7=6\sqrt{3}-7$

②根據已知：$\dfrac{1}{\sqrt{M+19}}=\dfrac{1}{\sqrt{(6\sqrt{3}-7)+19}}=\dfrac{1}{\sqrt{2\sqrt{27}+12}}$

$=\dfrac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3+\sqrt{3}}=\dfrac{3-\sqrt{3}}{6}$

故所求數對 $(a,b)=(6,3)$

17. $(2,-3)$ 【難易度】★★☆

【出處】第一冊 多項式函數、第四冊 A 矩陣

【解析】因為 $A=\begin{bmatrix}3&4\\2&5\end{bmatrix}$，且 $A^2-8A+7I=O$（零矩陣）

再利用長除法可得：

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & & & 1 & +2 & -1\\
\hline
1-8+7 & 1 & -6 & -10 & +24 & -10\\
 & 1 & -8 & +7 & & \\
\hline
 & & 2 & -17 & +24 & \\
 & & 2 & -16 & +14 & \\
\hline
 & & & -1 & +10 & -10\\
 & & & -1 & +8 & -7\\
\hline
 & & & & 2 & -3
\end{array}
$$

$A^4-6A^3-10A^2+24A-10I$

$=(A^2-8A+7I)(A^2+2A-I)+2A-3I$

$=O(A^2+2A-I)+2A-3I=2A+(-3)I$

故實數對 $(\alpha,\beta)=(2,-3)$

第貳部分、混合題或非選擇題

18-20 題為題組

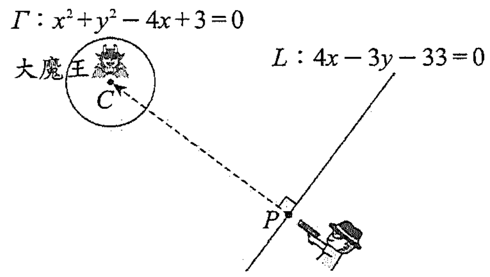
18. (5) 【難易度】★☆☆

【出處】第一冊 直線與圓

【解析】因為 $\Gamma: x^2+y^2-4x+3=0\Rightarrow(x-2)^2+y^2=1$

$\Rightarrow C(2,0)$，半徑 $=1$

所求為 $d(C,L)=\dfrac{|4\times 2-3\times 0-33|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\dfrac{25}{5}=5$



如圖所示，故選(5)

19. $(6,-3)$ 【難易度】★★☆

【出處】第三冊 A 平面向量

【解析】$\boxed{\text{解法①}}$

因為直線 PC 恰與 L 垂直，所以假設直線 PC：$3x+4y=k$

又 $C(2,0)\Rightarrow 6+0=k\Rightarrow$ 直線 PC：$3x+4y=6$

故 P 點即為 $\overleftrightarrow{PC}$：$3x+4y=6$ 與 L：$4x-3y=33$ 之交點

$(a,b)=(6,-3)$

$\boxed{\text{解法②}}$

根據已知 $4a-3b=33$，且 P 與圓心 C 之距離為 $\sqrt{(a-2)^2+b^2}$

因為柯西不等式：

$[(a-2)^2+b^2][(4^2+(-3)^2)]\ge[4(a-2)-3b]^2$

$\Rightarrow[(a-2)^2+b^2]\cdot 25\ge(4a-3b-8)^2$

$\Rightarrow[(a-2)^2+b^2]\cdot 25\ge(33-8)^2$

$\Rightarrow[(a-2)^2+b^2]\ge 25$，即 $\sqrt{(a-2)^2+b^2}\ge 5$

所以當 P 與圓心 C（最接近）的距離最小值為 5 時，即等號成立時：$\frac{a-2}{4}=\frac{b}{-3}=t\Rightarrow$ 可假設 $a=2+4t$，$b=-3t$，t 為實數

代入 $4a-3b=33\Rightarrow 4(2+4t)-3(-3t)=33\Rightarrow 25t=25\Rightarrow t=1$

可推得：$(a,b)=(6,-3)$

20. $(7,39)$ 【難易度】★★☆

【出處】第一冊 直線與圓

【解析】假設點斜式：$L:(y-1)=m(x-9)\Rightarrow mx-y+(1-9m)=0$

其中 m 為其斜率

因為 $d(C,L)=r\Rightarrow\dfrac{|2m-0+1-9m|}{\sqrt{m^2+1}}=1\Rightarrow\dfrac{|1-7m|}{\sqrt{m^2+1}}=1$

$\overset{\text{平方}}{\Rightarrow}\dfrac{1-14m+49m^2}{m^2+1}=1\Rightarrow 1-14m+49m^2=m^2+1$

$\Rightarrow 48m^2-14m=0\Rightarrow 2m(24m-7)=0\Rightarrow m=\frac{7}{24}$ 或 0（不合）

$\Rightarrow$ 代回 L：$7x-24y=39$，即數對 $(p,q)=(7,39)$