

北北基高級中等學校 114 學年度學測模擬考數學 A(114-E4)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

- 已知空間中平面 E 的方程式為 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 10$ ，若平面 F 過原點且與平面 E 平行，試問兩平面 E 與 F 的距離為何？ (1) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ (2) $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ (3) $\frac{5}{3}$ (4) 5 (5) 10
- AI 科技可透過臉部表情協助識別照片中人類的情緒，已知照片中人類的情緒只有快樂與不快樂兩種，若照片中的人是快樂的，則 AI 科技可正確識別的機率是 0.7；若照片中的人是不快樂的，則 AI 科技可正確識別的機率是 0.8。今有一批照片被識別為快樂的比例是 0.5，則被識別為快樂的照片中，人類的情緒確實為快樂的比例最接近下列何者？ (1) 0.55 (2) 0.65 (3) 0.75 (4) 0.85 (5) 0.95
- 已知 $P(x, y)$ 為平面上一點，若將 P 點經線性變換得 $Q(x+y, 3x+4y)$ ，再將 Q 點以直線 $x=0$ 作鏡射得 R 點。若矩陣 M 所代表的線性變換能將 R 點變換到 P 點，則 M 為下列哪個選項？ (1) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$
- 2025^{2025} 乘開後的末四位數字和為下列哪個選項？ (1) 7 (2) 13 (3) 15 (4) 18 (5) 20
- 某班園遊會推出「擲骰子，換現金」的遊戲。遊戲規則為：玩家擲一顆公正的骰子 3 次為一回合，若擲出的骰子點數相異且點數「越來越大」，則可以得到最大點數的 720 倍作為獎金，其他情況下則無獎金。試問玩家每玩一回合，所獲得獎金的期望值為多少元？ (1) 200 元 (2) 240 元 (3) 300 元 (4) 350 元 (5) 380 元
- 坐標空間中有三個相同始點的向量 u, v, w ，其中 w 分別與 u, v 垂直。已知 $w + u = (4, 3, 2)$ ， $w + v = (3, 2, 5)$ ， $w + u$ 在 w 上的正射影長為 $2\sqrt{6}$ ，試問由 u, v, w 所決定的平行六面體體積為何？ (1) 12 (2) 24 (3) 36 (4) 48 (5) 60

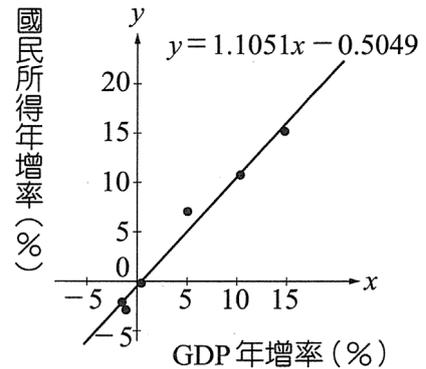
二、多選題(占 30 分)

- 將三次函數 $f(x) = (x+7)(x+3)(x-1)$ 整理成 $f(x) = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ 的型式，並觀察 $y = f(x)$ 的圖形。試選出正確的選項。(1) $ap > 0$ (2) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心在 x 軸上 (3) 直線 $x = -3$ 是 $y = f(x)$ 圖形的對稱軸 (4) $f(x)$ 除以 $(x+3)^2$ 的餘式為 $-16x - 48$ (5) $y = f(x)$ 的圖形與直線 $y = -21$ 有 3 個交點
- 根據某國行政院主計總處 108~113 年的資料，下表為國內生產毛額 GDP 和國民所得的列表。

統計期	國內生產毛額 GDP (名目值, 百萬美元)	GDP 年增率(x)(%)	國民所得 (名目值, 百萬美元)	國民所得年增率(y)(%)
108 年	613,453	0.44	529,151	-0.20
109 年	676,935	10.35	586,138	10.77
110 年	777,062	14.79	675,148	15.19
111 年	765,529	-1.48	660,928	-2.11
112 年	757,276	-1.08	641,737	-2.90
113 年	795,573	5.06	687,103	7.07

$$\left[\text{該年GDP年增率} = \frac{(\text{該年GDP} - \text{前一年GDP})}{\text{前一年GDP}} \times 100\% \right]$$

以國內生產毛額 GDP 的年增率為 x 軸，國民所得的年增率為 y 軸，其散布圖、 y 對 x 的最適直線及其方程式如右圖所示。試選出正確的選項。



(1) 假設 114 年 GDP 為 805,573 (百萬美元)，

則 114 年的 GDP 年增率小於 1.5%

(2) 國內生產毛額年增率與國民所得年增率的相關係數

為 1.1051 (3) 由最適直線可推測，若 GDP 年增率每增加

1%，則國民所得年增率約增加 1.1051% (4) 我們由最適

直線可以確定， GDP 為影響國民所得的主要原因

(5) 利用最適直線預測，若 115 年 GDP 年增率為 20%，

則該年國民所得年增率預測約為 21.5971%

9. 設 $a > 0$ ， $b > 0$ ，試選出正確的選項。 (1) $3^a \geq 2^a$ (2) $\log_2 a \geq \log_3 a$

(3) $\frac{\log a + \log b}{2} \geq \log \frac{a+b}{2}$ (4) $\frac{\log a + \log b}{2} \geq \sqrt{(\log a)(\log b)}$ (5) $3^{\log 2} + 3^{\log 5} \geq 2\sqrt{3}$

10. 坐標平面上有一圓 $C: (x-1)^2 + y^2 = 16$ ，圓心為 M 點，直線 $L: 4x + 3y + 1 = 0$ 與圓 C 交

於 A 、 B 兩點。試選出正確的選項。 (1) $\overline{AB} = 2\sqrt{15}$ (2) $\cos \angle AMB = -\frac{7}{8}$

(3) 圓 C 上到直線 L 距離為 3 的點，共有 4 個 (4) 圓 C 上到直線 L 距離為整數的點，共有

16 個 (5) 若 $P(x, y)$ 為圓 C 上一點，則 $(x+2)^2 + (y-4)^2$ 之最大值為 9

11. 設函數 $f(x) = \sin \pi x + \cos \pi x$ ，以 Γ 表示函數 $f(x)$ 在 $0 \leq x \leq 2$ 的圖形， $L: y = k$ 為一水

平直線。試選出正確的選項。 (1) 函數 $f(x)$ 的週期為 2 (2) 若 L 與 Γ 相交，則 k 的

最大值為 1 (3) 若 L 與 Γ 恰有三個交點，則 $k = -1$ (4) 若 L 與 Γ 恰有三個交點，令三個交點

的 x 坐標分別為 a_1 、 a_2 及 a_3 ，則 $a_1 + a_2 + a_3 > 3$ (5) 已知當 $a < x < b$ 時， Γ 的圖形均在 x

軸下方，則 b 的最大值為 $\frac{7}{4}$

12. $E_1: x - y - z = 3$ 、 $E_2: x + y - z = 5$ 、 $E_3: x - y + tz = 1$ 為空間中的相異三平面。令 E_1 與 E_2

相交的直線為 L_1 ； E_2 與 E_3 相交的直線為 L_2 ； E_3 與 E_1 相交的直線為 L_3 。已知 E_1 、 E_2 、

E_3 中任兩平面所夾銳角的餘弦值皆相同，且三平面交於一點 $P(a, b, c)$ ，其中 a 、 b 、 c 為

整數。試選出正確的選項。 (1) 平面 E_1 與 E_2 所夾銳角的餘弦值為 $\frac{1}{2}$ (2) $\vec{v}_1 = (1, 0, 1)$ 為直

線 L_1 的一個方向向量 (3) $t = 5$ (4) $b = 1$ (5) L_1 與 L_2 的銳夾角為 30°

三、選填題(占 25 分)

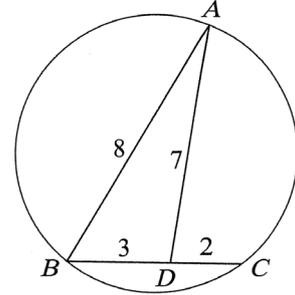
13. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的 v_1 公比為 2，且前 114 項和為 12，若 $b_k = a_k + 2a_{k+1}$ ，其中 k 為正整數。試求數列 $\langle b_n \rangle$ 的前 114 項的和為_____。

14. 滿足不等式 $|x-1| \leq |x-6| \leq 2|x+1|$ 的所有正實數 x ，其在數線上的區間長度為_____。(化為最簡分數)

15. 有一個圓心在原點 O 的圓形軌道， $A_0(3, -2)$ 為軌道上一點。有一質點 P 自點 A_0 開始，以等速率在軌道上逆時針滑行，經一秒後首次到達 $A_1(\sqrt{13}, 0)$ 。試問質點 P 自點 A_0 開始，四秒後到達的點 A_4 之坐標為_____。(化為最簡分數)

16. 已知四邊形 $ABCD$ ，對角線 \overline{AC} 與對角線 \overline{BD} 交於 E 點，若向量 $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AD}$ ，
且向量 $\overrightarrow{BD} = k\overrightarrow{BE}$ ，則 $k =$ _____。(化為最簡分數)

17. 如右圖所示， A 、 B 、 C 為圓上三點， D 為 \overline{BC} 上一點。
若 $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{AD} = 7$ 、 $\overline{BD} = 3$ 、 $\overline{CD} = 2$ ，則此圓的半徑
為 _____。(化為最簡根式)



第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

已知坐標平面上，兩函數 $f(x) = x^2 + 8x$ 與 $g(x) = -2x^2 + 8x + 27$ 的圖形頂點分別為 P 與 Q 。
 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 的圖形交於 A 、 B 兩點，其中左至右依序為 A 、 B 。

18. Q 、 A 、 B 三點所圍成的三角形面積為 _____。(選填題，5 分)

19. 若 θ 為向量 \overrightarrow{PA} 與向量 \overrightarrow{QB} 的夾角，試求 $\cos \theta$ 之值。(非選填題，4 分)

20. 已知直線 L 為過原點且斜率 m 之直線，若向量 \overrightarrow{PA} 與 \overrightarrow{QB} 向量在直線 L 上之正射影相等，
試求 m 之值。(非選填題，6 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2$ ， $10^{0.4771} \approx 3$ ， $10^{0.6990} \approx 5$ ， $10^{0.8451} \approx 7$ 。

RA4110 北北基高級中等學校 114 學年度學測模擬考數學 A(114-E4)

參考答案

選擇題：1.(1) 2.(4) 3.(2) 4.(4) 5.(4) 6.(3) 7.(2)(4)(5) 8.(1)(3)(5) 9.(1)(5)

10.(1)(2)(4) 11.(1)(5) 12.(2)(4)

選填題：13. 60 14. $\frac{13}{6}$ 15. $(\frac{-9}{13}, \frac{46}{13})$ 16. $\frac{8}{5}$ 17. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

混合題：18. 30 19. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ 20. 0