



第四次聯合模擬考

第壹部分：選擇題(佔 65 分)

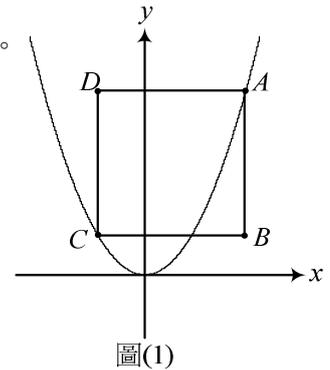
一、 單選題(占 30 分)

- 1.() 坐標平面上 $O(0, 0)$ 、 $A(3, 0)$ 、 $B(2, 3)$ 、 $C(0, 2)$ ，將四點代入目標函數 $P(x, y)=kx-3y$ ，當 k 為下列何數時，使得目標函數 P 在 B 點有最小值？
 (1) -10 (2) -4 (3) 2 (4) 4 (5) 10

- 2.() 已知 $1^3+2^3+\dots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$ ，設 $S=1^3+3^3+5^3+\dots+19^3$ ，則下列何者正確？
 (1) $19000 < S < 20000$ (2) $20000 < S < 21000$ (3) $21000 < S < 22000$
 (4) $23000 < S < 24000$ (5) $24000 < S < 25000$

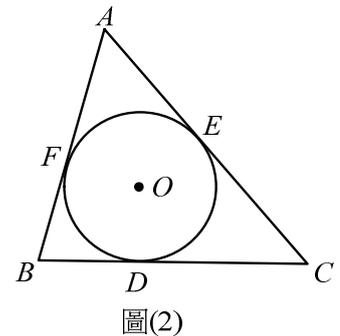
- 3.() 若將矩陣 $\begin{bmatrix} 5 & 9 & 1 & 0 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 經列運算後得 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & c & d \end{bmatrix}$ ，則矩陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=?$
 (1) $\begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -7 & 9 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 7 & -9 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 9 & -7 \end{bmatrix}$

- 4.() 如圖(1)， $A(4, f(4))$ 、 $C(-2, f(-2))$ 為拋物線 $f(x)=\frac{x^2}{a}$ 上兩點。
 若 $ABCD$ 為正方形，且 \overline{AB} 平行 y 軸，則 $a=?$
 (1) 4
 (2) 2
 (3) 1
 (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{1}{4}$



- 5.() 試求最小正整數 n ，使得
 $C_0^n + (\sqrt{4-2\sqrt{3}})C_1^n + (\sqrt{4-2\sqrt{3}})^2 C_2^n + (\sqrt{4-2\sqrt{3}})^3 C_3^n + \dots + (\sqrt{4-2\sqrt{3}})^n C_n^n > 10^{10}$ 。
 (1) 21 (2) 22 (3) 40 (4) 41 (5) 42

- 6.() 如圖(2)，圓 O 為 $\triangle ABC$ 之內切圓且與 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 分別相切於 D 、 E 、 F 。已知 $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{BC}=6$ 、 $\overline{CA}=7$ ，
 設 $\overrightarrow{AD}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$ ，求 $3m+6n=?$
 (1) 7 (2) 6 (3) 5 (4) 4 (5) 3



二、 多選題(占 35 分)

- 7.() 下列哪些方程組無解？

(1) $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4} \\ \frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{3} \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 8x+y-2z=-3 \\ 6x-3y-4z=5 \end{cases}$

$$(4) \begin{cases} x-3y-2z=0 \\ 2x+y+2z=1 \\ 4x+y+3z=3 \end{cases} \quad (5) \begin{cases} \frac{x+4}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-3}{-3} \\ \frac{x-5}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{6} \end{cases}$$

8.() 已知 $f(x)$ 與 $g(x)$ 皆為實係數多項式；設 $H(x) = f(x) \cdot g(x)$ ，依表(1)中的正負值，試判斷方程式 $H(x)=0$ 在哪兩個連續整數間必有實根存在？

- (1) 0 與 1
 (2) 1 與 2
 (3) 2 與 3
 (4) 3 與 4
 (5) 4 與 5

表(1)

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	+	+	-	+	+	-
$g(x)$	-	-	-	+	-	+

9.() 設二元二次方程式 $ax^2 + by^2 - 2x + 4y + 5 = 0$ ，請選出正確的選項。

- (1) 當 $a=b=1$ ，則方程式的圖形為圓 (2) 當 $a=b=-1$ ，則方程式的圖形為圓
 (3) 當 $a=1$ 且 $b=2$ ，則方程式的圖形為橢圓
 (4) 當 $a=\frac{1}{2}$ 且 $b=\frac{1}{4}$ ，則方程式的圖形為橢圓
 (5) 當 $a=1$ 且 $b=-2$ ，則方程式的圖形為雙曲線

10.() 設 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ 且 $\overline{AB} = 8$ ，請選出正確的選項。

- (1) 若 $\overline{AC} = 4$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積 (2) 若 $\overline{BC} = 4$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積
 (3) 若 $\overline{BC} = 5$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積 (4) 若 $\overline{BC} = 6$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積
 (5) 若 $\overline{BC} = 8$ ，則可求出唯一的 $\triangle ABC$ 面積

11.() 下列各函數的圖形，哪些對稱於 y 軸？

- (1) $y = 2^{|x|}$ (2) $y = \log_3 |x|$ (3) $y = -x^4 + 3$ (4) $y = 4x^3$ (5) $y = (x-1)^2$

12.() 已知三組二維數據如下：

x	1	2	3	4	x'	2	4	6	8	x''	6	7	8	9
y	2	2	3	4	y'	2	2	3	4	y''	4	3	2	2

設三組資料的相關係數分別為 r_1 、 r_2 、 r_3 ， y 對 x 的迴歸直線斜率分別為 m_1 、 m_2 、 m_3 ，請選出正確的選項。

- (1) $r_2 = r_1$ (2) $r_2 = 2r_1$ (3) $r_3 = -r_1$ (4) $m_2 = m_1$ (5) $m_3 = -m_1$

13.() 設 $f(x)$ 為實係數多項式，已知 $f(x)$ 除以 $x^3 - 1$ 與 $x^3 + 1$ 所得的餘式分別為 $x^2 + 1$ 與 $x^2 - 1$ ，請選出正確的選項。

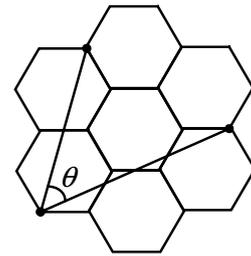
- (1) $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式為 2 (2) $f(x)$ 為 $(x+1)$ 的倍式
 (3) $f(x)$ 除以 $(x^2 - 1)$ 的餘式為 2 或 0 (4) $f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 的餘式為 $-x$
 (5) $f(x)$ 除以 $x^2 - x + 1$ 的餘式為 x

第貳部分：選填題(占 35 分)

A. 已知 a 、 b 、 c 成等比數列，設 $f(x) = \log_{\pi} x$ ，若 $f(a) = \frac{1}{2}$ 、 $f(b) = \frac{1}{3}$ ，
求 $f(c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

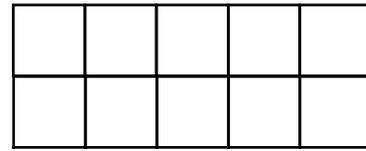
B. 投擲一公正骰子三次，所得的點數依序為 a 、 b 、 c 。在 b 為偶數的條件下，求方程式 $ax^2 - bx + c = 0$ 有實數解的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

C. 圖(3)為 7 個全等的正六邊形組成的圖形，
試求 $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



圖(3)

D. 有 10 個大小相同的球，其中 4 個為紅球，6 個為白球。
將 10 個球全放入圖(4)的方格中，每格放一球，若上列
至少 2 個紅球且同一行不可皆為紅球，
共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種放入的方法。



圖(4)

E. 對任意二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，恆有 $f(5) = pf(1) + qf(2) + rf(4)$ ，其中 p 、 q 、 r 為固
定的實數，求數對 $(p, q, r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

F. 設直線 L 過 $(4, 1)$ 且與直線 $M: 2x - y + 1 = 0$ 夾 45° 。若 L 的斜率為正，求 L 的直線方程式
為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

G. $P(x, y)$ 為圓 $C: (x+4)^2 + (y-6)^2 = 5$ 上的一個動點。設 t 為任意實數，
試求 $\sqrt{(x-2t-2)^2 + (y-t+1)^2}$ 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡根式)

RA477 全國公私立高級中學 105 學年度學科能力測驗第四次
聯合模擬考 參考答案

第壹部分：選擇題

- 1.(2) 2.(1) 3.(3) 4.(2) 5.(5) 6.(4) 7.(3)(5) 8.(2)(3)(4)(5)
9.(2)(4)(5) 10.(1)(2)(5) 11.(1)(3) 12.(1)(3)(5) 13.(1)(2)(4)

第貳部分：選填題

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{13}{54}$ C. $\frac{10}{\sqrt{247}}$ D. 55 E. (1, -2, 2) F. $x-3y=1$ G. $3\sqrt{5}$