

南區 105 學年度第一學期第一次學科能力測驗



RA479

第壹部分：選擇題(占 60 分)

一、單選題(占 30 分)

- 1.() 設不等式 $ax+8 \leq b$ 之解為 $-3 \leq x \leq 11$ ，則 $a+b$ 之值為何？
(1) 12 (2) 14 (3) 16 (4) 18 (5) 20
- 2.() 下列哪一個選項是方程式 $5x^5 - 3x^4 + 10x^3 - 6x^2 + 5x - 3 = 0$ 的根？
(1) 1 (2) $\frac{1}{5}$ (3) $-\frac{1}{5}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $-\frac{3}{5}$
- 3.() 不透明箱中置有編號分別為 1, 2, 4, 5, 8 的球各一顆，同時自箱中隨機取出三顆球(每顆球被取到的機率相同)，則此三球編號之和大於 13 的機率為下列哪一個選項？
(1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{3}{5}$
- 4.() 坐標平面上，設點 P 在圓 $C: x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$ 上，則有多少個點 P 到直線 $L: 4x - 3y + 18 = 0$ 的距離是整數值？(1) 4 (2) 8 (3) 10 (4) 12 (5) 14
- 5.() 設 $\triangle ABC$ 為坐標平面上之三角形， P 為平面上一點且 $\vec{AP} = \frac{1}{7}\vec{AB} + \frac{2}{7}\vec{AC}$ ，則 $\frac{\triangle BCP \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}}$ 之值為何？(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{4}{7}$
- 6.() 有一橢圓與一雙曲線有共同的焦點 F_1 與 F_2 ，且雙曲線的貫軸長和橢圓的短軸長相等，設 P 為此橢圓與雙曲線的一個交點，且 $\overline{PF_1} \times \overline{PF_2} = 36$ ，則 $\overline{F_1F_2}$ 的長度為何？
(1) 10 (2) 12 (3) 18 (4) 20 (5) 24

二、多選題(占 30 分)

- 7.() 設 $x = \left(\frac{5}{12}\right)^{30}$ ，則下列選項哪些正確？
(1) $10^{-12} < x < 10^{-11}$ (2) $\log x$ 的首數為 -11 (3) $\log x$ 的尾數為 0.403
(4) x 從小數點後第 12 位開始出現不為 0 的數
(5) x 的第一個不為 0 的數字為 3
- 8.() 阿寬在去年初，分別在甲、乙、丙三家銀行各存入 10 萬元，存滿一年後分別取出本利和 a 、 b 、 c 元，已知去年各銀行的月利率如表(1)，且全年皆依機動利率按月以複利計息，試問下列選項哪些正確？
(1) $a > b$ (2) $a > c$
(3) $b > c$ (4) $a = b = c$
(5) $a > b > c$

表(1)

	甲銀行	乙銀行	丙銀行
1~3 月	0.3%	0.3%	0.1%
4~6 月	0.3%	0.2%	0.2%
7~9 月	0.3%	0.3%	0.4%
10~12 月	0.3%	0.4%	0.5%
本利和	a	b	c

- 9.() 將 3 個球全部放入 5 個相異的箱子中，則下列哪些選項正確？
- (1) 球相異，每箱至多放 1 球，其方法數為 60 種
 - (2) 球相異，每箱球數不限，其方法數為 243 種
 - (3) 球相同，每箱至多放 1 球，其方法數為 10 種
 - (4) 球相同，每箱球數不限，其方法數為 70 種
 - (5) 球相同，恰有 3 個空箱，其方法數為 20 種
- 10.() 有 10 名學生的數學考科及分數為 x_1, x_2, \dots, x_{10} ，已知中位數為 7，算術平均數為 9，標準差為 5，若令 $f(x) = (x_1 - x)^2 + (x_2 - x)^2 + \dots + (x_{10} - x)^2$ ，則下列選項哪些正確？
- (1) $f(7)=25$ (2) $f(9)=250$ (3) $f(7)$ 是最小值
 - (4) $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 1060$ (5) $f(9) > f(7)$
- 11.() 若 $\tan \theta = \frac{4}{3}$ 且 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，則下列選項哪些正確？
- (1) $\cos 2\theta = \frac{7}{25}$ (2) $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{10}}{5}$ (3) $\sin 3\theta = \frac{-44}{125}$
 - (4) $\cos(180^\circ - \theta) = \frac{3}{5}$ (5) $\sin(270^\circ - \theta) = \frac{4}{5}$
- 12.() 設 A, B, C 皆為 2×2 矩陣， I 為二階單位方陣， O 為二階零方陣，則下列哪些選項正確？
- (1) 若 $A^2 = O$ ，則 $A = O$ (2) 若 $A^2 = I$ ，則 $A = A^{-1}$
 - (3) 若 $AB = AC$ ，則 $B = C$ (4) 若 $AB = C$ ，則 $BA = C$
 - (5) 若 $A^2 - 2A = O$ 且 $\det(A) \neq 0$ ，則 $A = 2I$

第貳部分：選填題(占 40 分)

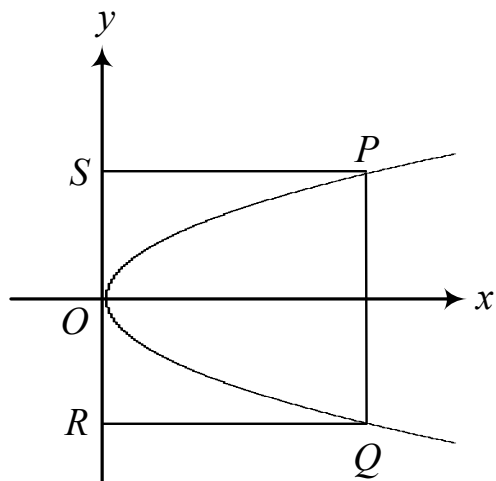
- A. 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 為一實係數二次多項式函數，且滿足 $-2 \leq f(1) \leq 1$ ， $-3 \leq f(2) \leq -1$ ， $-1 \leq f(3) \leq 3$ ，則求 $f(5)$ 的最大值為_____。
- B. 給予三筆資料 $(5, 3)$ ， $(1, t)$ ， $(3, 1)$ ，且 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = \frac{1}{4}x + k$ ，試求 $k =$ _____。(請化為最簡分數)
- C. 在三角形 ABC 中，若 D 點在 \overline{BC} 邊上，且 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 11$ ， $\overline{CD} = 5$ ，則 $\overline{AD} =$ _____。
- D. 坐標平面上，直線 $y = mx + 1$ (且 $m > 0$) 上有兩點 $A(3, a)$ ， $B(5, b)$ ，若 $\overline{AB} = 2\sqrt{10}$ ，試求 m 的值為_____。

E. 令 \vec{a} 、 \vec{b} 為坐標平面上兩向量，已知 \vec{a} 的長度為 2， \vec{b} 的長度為 $\sqrt{3}$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 之間的夾角為 30° ，令 $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$ ， $\vec{q} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，其中 x 、 y 為實數且符合 $3 \leq x + y \leq 7$ 及 $-5 \leq x - y \leq 1$ ，則內積 $\vec{p} \cdot \vec{q}$ 的最小值為_____。

F. 空間中若一線段 \overline{AB} 在 xy 平面上的投影長為 6，在 yz 平面上的投影長為 8，則 \overline{AB} 的最大值為 M ，最小值為 m ，求 $M+m$ 之值為_____。

G. 設空間中兩點 $A(0, 0, 0)$ 、 $B(1, 0, 1)$ ，若 P 為直線 $L: \begin{cases} x - 3y + 5 = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases}$ 上一點，當 $\triangle PAB$ 面積有最小值時，則此時的 P 點坐標為_____。

H. 如圖(1)， $PQRS$ 為正方形，其中 P 、 Q 在拋物線： $y^2 = 32x$ 上，而 R 、 S 在 y 軸上，則正方形 $PQRS$ 的周長為_____。



圖(1)

RA479 南區 105 學年度第一學期第一次學科能力測驗

第壹部分：選擇題

1. (1) 2. (4) 3. (3) 4. (4) 5. (5) 6. (2) 7. (1)(4)(5) 8. (1)(2)(3)(5)
9. (1)(3)(5) 10. (2)(4) 11. (3)(4) 12. (2)(5)

第貳部分：選填題

- A. 45 B. $\frac{5}{4}$ C. 8 D. 3 E. 17 F. 18 G. (1,2,3) H. 512