106 學年度南區高中第一學期學測模擬考

RA482

第壹部分：選擇題(占 65 分)

一、單選題(占 35 分)

1. 有一數列$a_1+1\times3$，$a_2+2\times4$，$a_3+3\times5$，…，$a_k+k\times(k+2)$，…，$a_{10}+10\times12$總和為1260，則$\sum_{k=1}^{10}a_k$之值為？(1)495　(2)675　(3)765　(4)820　(5)985 。

2. 若m 、n是整數，方程式$3x^3+mx^2+nx+2=0$的所有根都是有理根，試問序對(m,n)有幾組解？ (1)4　(2)5　(3)6　(4)7　(5)8 。

3. 設2階方陣A的乘法反方陣存在，若A滿足$A^2+2A-3I=O$ ，I為2階單位方陣$\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$，$O$為2階零方陣$\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$，則$A$的反方陣$A^{-1}$可表示為？
(1)$\frac{1}{3}A+\frac{2}{3}$　(2)$\frac{1}{3}A-\frac{2}{3}$　(3)$\frac{2}{3}A+\frac{1}{3}I$　(4)$\frac{1}{3}A-\frac{2}{3}I$　(5)$\frac{1}{3}A+\frac{2}{3}I$ 。

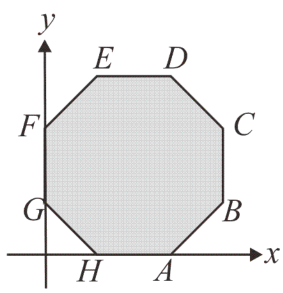
4. 有一顆骰子六個面上的點數分別為1，1，2，2，2，3，且投擲這顆骰子每面出現的機會均等。連續擲此骰子兩次，在兩次點數和為4的情況下，求第1次擲出的點數為2的機率為？(1)$\frac{19}{36}$　(2)$\frac{9}{13}$　(3)$\frac{6}{13}$　(4)$\frac{1}{2}$　(5)$\frac{1}{4}$ 。

5. 現有A 、B兩組數據，只知下表中的資訊。

	內含資料數	最小數據	最大數據
A組	10 筆	15	25
B組	20 筆	35	45

若A組標準差的最大可能值為σ_A，最小可能值為σ_a；而B組標準差的最大可能值為σ_B，最小可能值為σ_b，則下列何者正確？
(1)$\sigma_A=\sigma_B$　(2)$\sigma_A<\sigma_B$　(3)$\sigma_a=\sigma_b$　(4)$\sigma_a<\sigma_b$　(5)條件不足，無法判斷。

6. 一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形$ABCDEFGH$及其內部，如圖。已知目標函數$ax+by+3$（其中a 、b為實數）的最大值只發生在B點。請問當目標函數改為$3-bx+ay$時，最大值會發生在下列哪一點？
(1)C　(2)D　(3)E　(4)G　(5)H 。



7. 在ΔABC中，$\cos A=-\frac{3}{5}$，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=8$，$\overline{AD}$交$\overline{BC}$於D點，$\tan\angle BAD=\frac{3}{4}$，求$\overline{AD}=$
(1)$\frac{93}{29}$　(2)$\frac{94}{29}$　(3)$\frac{95}{29}$　(4)$\frac{96}{29}$　(5)$\frac{97}{29}$ 。

二、多選題(占 30 分)

8. 下列敘述何者<u>永遠正確</u>？

(1)若 a ，b 為實數且 $\left|a-b\right|<\left|a\right|+\left|b\right|$ ，則 $ab<0$

(2)存在 x 為實數使得 $\left|x+5\right|+\left|x-3\right|=7$

(3) x 為實數，若 $\left(x-1\right)\left|x-2\right|+\left|x+1\right|=6$ ，則 $x=3$

(4)設 x 為實數， $f\left(x\right)=\left|x-1\right|+\left|x-2\right|+\cdots\cdots+\left|x-100\right|$ 。當 $50\le x\le 51$ 時，$f\left(x\right)$ 有最小值 2500

(5)若 x，y，z 均為正實數，且 $x+2\sqrt{y}=y+2\sqrt{z}$ ，則 $x=y=z$ 。

9. 若 a 是實數，多項式 $f\left(x\right)=x\left(x-2\right)\left(x-4\right)+ax\left(x-2\right)-8x+6$ ，且 $f\left(4\right)>0$ ，則下列何者正確？

(1) $f\left(x\right)$ 除以 $\left(x-2\right)$ 餘 -12　(2) $f\left(2+i\right)\neq 0$　(3) $f\left(x\right)=0$ 沒有大於 4 的根

(4) $f\left(x\right)=0$ 可能沒有負根　(5)函數圖形 $y=f\left(x\right)$ 與 $y=-x^2$ 必有交點。

10. 在 ΔABC 中，已知 $\overline{AB}=8$ 、 $\overline{BC}=4$ 。請選出正確的選項。

(1)當 $\angle A=1$（弧度）時，可以確定 ΔABC 的面積

(2)當 $\tan A=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ 時，可以確定 ΔABC 的面積

(3)當 $\angle A=20°$ 時，可以確定 $\angle B$ 的餘弦值

(4)當 $\angle A=20°$ 時，可以確定 ΔABC 的外接圓半徑

(5)當 $\angle A=30°$ 時，可以確定 ΔABC 的內切圓半徑。

11. 空間中三直線

L_1 ： $\dfrac{x-6}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ ，L_2 ： $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ ，L_3 ： $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+4}{1}$ 。

若平面 E 為包含 L_1 與 L_3 的平面，平面 F 為包含 L_2 且與 L_1 平行的平面，則下列敘述何者正確？

(1) L_1 與 L_2 為兩相交直線　(2) L_1 與 L_3 的交點為 $\left(2,1,-3\right)$　(3) L_2 與 L_3 平行

(4)向量 $\left(1,0,2\right)$ 為平面 E 的一個法向量　(5)平面 E 與平面 F 平行。

12. 關於函數 $f_a\left(x\right)=\left|\log_a x^2\right|-2017$（其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$）的敘述，下列哪些是正確的？

(1) $y=f_{0.5}\left(x\right)$ 的圖形與 $y=f_2\left(x\right)$ 的圖形重合

(2) $y=f_2\left(x\right)$ 的圖形與 $y=f_3\left(x\right)$ 的圖形恰有兩交點

(3) $\dfrac{f_2\left(\sqrt{5}\right)+f_2\left(3\sqrt{5}\right)}{2}>f_2\left(2\sqrt{5}\right)$

(4)若 $f_{2017}\left(x\right)=0$ 的所有實根分別為 x_1 ，x_2 ，…… ，x_n ，則 $\sum_{k=1}^{n}x_k>0$

(5)若 $f_{2017}\left(x\right)=0$ 的所有實根分別為 x_1 ，x_2 ，…… ，x_n ，則 $x_1x_2\cdots\cdots x_n=1$ 。

13. 在梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD} // \overline{BC}$，$\overline{AD}=2$，$\overline{BC}=3$，$\overline{AB}=1$，$\angle ABC=60°$。若與 $\overrightarrow{BC}$ 同方向之單位向量為 $\overrightarrow{a}$，與 $\overrightarrow{BA}$ 同方向之單位向量為 $\overrightarrow{b}$，與 $\overrightarrow{BD}$ 同方向之單位向量為 $\overrightarrow{c}$。則下列哪些是正確的？

(1) $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CD}=-\dfrac{1}{2}$　(2) $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CD}=\dfrac{1}{2}$　(3) $\overrightarrow{c}=\dfrac{1}{\sqrt{7}}(\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b})$

(4) $\overrightarrow{c}=\dfrac{1}{\sqrt{7}}(\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b})$　(5) $\overrightarrow{c}=\dfrac{1}{\sqrt{7}}(2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})$。

第貳部分：選填題(占 35 分)

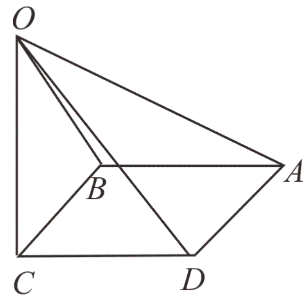
A. 空間中有一長方形 $OABC$，其頂點為 $O(0,0,0)$，$A(4,0,0)$，$C(0,8,0)$。
若 P 點在第一卦限且與長方形四個頂點的距離皆為 6。
設通過 B，C，P 三點的平面方程式為 $ax+by+z=d$，則數對 $(a,b,d)=$________。

B. 某款虛擬實境遊戲共有 20 種情境；該機構宣稱任一情境的闖關成功率均為 $\dfrac{1}{3}$，各情境彼此獨立，即連續通過兩關的機率為 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^2$，連續通過三關的機率為 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^3$，依此類推。若連續通過 n 關可獲得獎金 $\dfrac{1}{200\,p_n}$ 元（四捨五入至整數位），其中 p_n 代表連續通過 n 關的機率，則至少須連續通過________關，才可獲得超過 100 萬元的獎金。

C. 若 k 為實數，且已知一雙曲線 Γ_1：$(3x+y)(3x-y)=k$ 與一橢圓 Γ_2：$\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 有相同焦點 F_1 及 F_2。若點 P 為 Γ_1 和 Γ_2 之一交點，則 $\overline{PF_1}^2+\overline{PF_2}^2=$________。

D. 已知點 P 是平面上 ΔABC 內的一點，且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=8\sqrt{3}$，$\angle BAC=30°$。若 ΔPBC、ΔPCA、ΔPAB 的面積分別為 2，x，y，求 $\dfrac{9}{x}+\dfrac{1}{y}$ 的最小值為________。

E. 如圖，四角錐 $O-ABCD$ 的底面是邊長 2 的正方形，側稜 OC 垂直底面，且 $\overline{OC}=3$。求 $\sin\angle AOB$ 的值為________。（分母化為最簡根式）



F. 設 R 代表坐標平面上由不等式 $1-\sqrt{4-y^2}\le x\le 0$ 所定義的區域，若函數 $f(x,y)=3x-y$ 在區域 R 上的最大值為 M，最小值為 m，則數對 $(M,m)=$________。（化為最簡根式）

G. 某公司有 6 位員工，負責今天商品展覽會早上及下午的值班，公司在商品展覽會設置甲、乙兩個攤位，早上需要有 4 位員工，其中 2 人值班甲攤位，另 2 人值班乙攤位；下午也需要有 4 位員工，其中 2 人值班甲攤位，另 2 人值班乙攤位。公司規定早上及下午來甲攤位的值班員工不可以由同一人擔任，同時早上及下午來乙攤位的值班員工也不可以由同一人擔任，則公司對於員工在商品展覽會旳值班工作安排共________種方法。

RA482 106 學年度南區高中第一學期學測模擬考
參考答案

第壹部分：選擇題

1.(3) **2.**(4) **3.**(5) **4.**(2) **5.**(1) **6.**(2) **7.**(4) **8.**(3)(4) **9.**(2)(3)(5)
10.(4)(5) **11.**(2)(3)(5) **12.**(1)(2)(5) **13.**(1)(5)
14.(1)(4)(5)

第貳部分：選填題

A. $(0,1,8)$ **B.** 18 **C.** 50 **D.** 8 **E.** $\frac{2}{\sqrt{17}}$ **F.** $(\sqrt{3}, 3-2\sqrt{10})$ **G.** 1710