

臺北區 106 學年度第一學期第二次學科能力測驗



第壹部分：選擇題(占 60 分)

一、單選題(占 25 分)

- 下列那個選項的 x 值，會使得不等式 $(2^x - 2)(8^x - 4)(32^x - 16) > 0$ 成立？
 (1) 0.6 (2) 0.7 (3) 0.8 (4) 0.9 (5) 1
- 有三個袋子，甲袋中有 1 個白球，1 個紅球；乙袋中有 1 個白球，1 個紅球；丙袋中有 2 個紅球。今隨機從三袋中選取一袋後，再從此袋中連續取球 4 次，每次取出 1 球記錄顏色後放回。若取出的 4 球都是紅球，則再從此袋中取出 1 球為白球的機率為何？

- (1) 0 (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{18}$ (5) $\frac{1}{48}$

- 若 k 為正實數，則 $(-\sqrt{-k}) \cdot \sqrt{-1}$ 的值會等於下列那個選項？

- (1) $-\sqrt{k}$ (2) $-\sqrt{-k}$ (3) $\sqrt{k}i$ (4) $\sqrt{-k}$ (5) \sqrt{k}

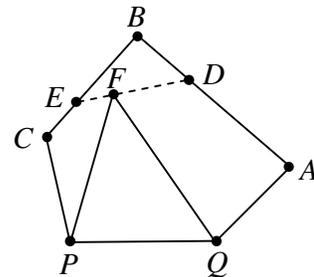
- 平面上五邊形 $PQABC$ 如右圖，點 D 、 E 、 F 分別在

\overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{DE} 上，且滿足 $\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{EF}} = 2$ 。

令 ΔPQA 、 ΔPQB 、 ΔPQC 的面積分別為 a 、 b 、 c ，

若 ΔPQF 的面積為 $\frac{ax+by+cz}{9}$ ，請選出正確的 (x, y, z) 選項。

- (1) (1, 4, 4) (2) (1, 6, 2) (3) (2, 3, 4)
 (4) (2, 5, 2) (5) (3, 3, 3)



- 平面上有一雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $a^2 + b^2 = 1$ 。

已知 Γ 圖形通過點 $P(2, \sqrt{3})$ ，則貫軸長為何？

- (1) $\sqrt{3} - 1$ (2) $2\sqrt{3} - 2$ (3) 1 (4) $\sqrt{3} + 1$ (5) $2\sqrt{3} + 2$

二、多選題(占 35 分)

- 若整數 n 滿足指數方程式 $(n+1)^{106+3n} = (n+1)^{2017}$ ，則下列哪些選項為 n 可能的值。
 (1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 637 (5) 1911
- 已知 $f(x)$ 為二次函數，且函數 $g(x) = f(x-4) + f(x+2) = 4(x+1)^2 + 18$ ，請選出正確的選項。
 (1) $f(x)$ 的 x^2 項係數為 2 (2) 對所有實數 x ， $g(x-1) = g(-x-1)$
 (3) $f(1) = f(-5)$ (4) 直線 $x-1=0$ 為 $y=f(x)$ 的對稱軸
 (5) 拋物線 $y=f(x)$ 的最小值為 9
- 平面上有一梯形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB} \neq \overline{CD}$ 。點 P 為平面上滿足 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD} = \overline{0}$ 的一點，請選出正確的選項。
 (1) 對平面上任意點 Q ， $4\overline{QP} = \overline{QA} + \overline{QB} + \overline{QC} + \overline{QD}$ 恆成立
 (2) 點 P 在 \overline{AD} ， \overline{BC} 的中點連接線段上
 (3) 點 P 在 ΔABD ， ΔCDB 的重心連接線段中點

- (4) 任意通過點 P 的直線必定平分梯形面積
- (5) 四個三角形 $\triangle ABP$, $\triangle BCP$, $\triangle CDP$, $\triangle DAP$ 面積皆相等
9. 甲乙兩人練習 $5k$ 慢跑，甲於 A 場地練習 10 次、 B 場地練習 2 次；乙於 A 場地練習 2 次、 B 場地練習 10 次。若甲在兩場地的平均練習時間皆分別少於乙兩場地的平均練習時間，則下列哪些選項是正確的？（假設 4 個平均時間皆相異）
- (1) 甲所有練習時間的平均一定比乙所有練習時間的平均還少
- (2) 甲所有練習時間的平均為甲兩場地平均值和的一半
- (3) 甲所有練習時間的平均介於甲兩場地的平均值之間
- (4) 甲的最快練習時間必少於乙的最快練習時間
- (5) 甲所有練習時間的標準差一定比乙所有練習時間的標準差還少
10. 已知廣義角 θ , ϕ 為同界角，且 $\frac{\theta}{3}$ 為第一象限角， $\frac{\phi}{3}$ 為第四象限角，則 θ 可能為下列哪些選項？
- (1) 第一象限角 (2) 第二象限角 (3) 第三象限角
- (4) 第四象限角 (5) $(2n-1)\times 180^\circ$ (n 為整數)
11. 下列哪些選項與方程式 $x+2y+3z=2017$ 的「正整數解的個數」相等？
- (1) $a+b+c=2017$ 且 $a>b>c$ 正整數解的個數
- (2) $a+2b+3c=4034$ 正整數解個數的一半
- (3) 滿足 $2<x+2y<2017$ 的正整數格子點 (x,y) 個數
- (4) 滿足 $4<2y+3z<2017$ 的正整數格子點 (x,y) 個數
- (5) $A(2017,0,0)$ 、 $B\left(0,\frac{2017}{2},0\right)$ 、 $C\left(0,0,\frac{2017}{3}\right)$ ，在 $\triangle ABC$ 內部（不含邊界）的格子點個數
12. 空間中有三個非零向量 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} ，則下列哪些選項的性質正確？
- (1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{a}-\vec{c}\Rightarrow\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ (2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}\Rightarrow\vec{b}=\vec{c}$
- (3) $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{a}\times\vec{c}\Rightarrow\vec{b}=\vec{c}$ (4) $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{a}$
- (5) $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=0$

第貳部分：選填題(占 40 分)

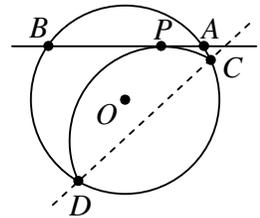
A. 令函數 $f(n)=\frac{10^n+9^n}{10^n-9^n}$ (n 為正整數)，已知在 n 夠大時，函數值 $f(n)$ 與 1 會非常接近，則滿足 $|f(n)-1|<\frac{1}{10}$ 的最小正整數 n 為_____。

B. 甲乙丙三個人分別從 1~8 連續正整數中挑選一個號碼，號碼可以相同，並要求「甲的號碼大於丙的號碼」且「乙的號碼大於丙的號碼」。則三個人的選擇有_____種方法。

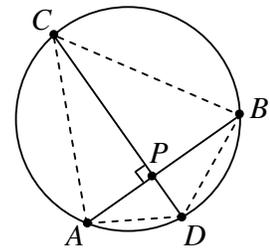
C. 空間中平面 $E: 4x - 5y + 2z = 11$ 與直線 $L: \begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ 2x + y - z = 5 \end{cases}$ 的交點座標為_____。

D. 設 x, y 為實數，方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ 且 $yA^{-1} = \frac{1}{y}A$ ，則數對 $(x, y^2) =$ _____。

E. 將右圖中的圓 $x^2 + y^2 = 25$ 上的劣弧 CD 沿著弦 \overline{CD} 往圓心 O 摺回，摺回的弧與水平弦 \overline{AB} 相切點 $P(a, 3)$ 。若直線 CD 的斜率為 $\frac{7}{8}$ ，則 $a =$ _____。（化為最簡分數）

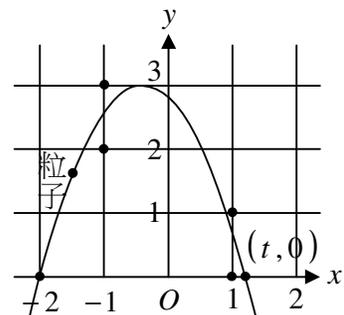


F. 右圖中圓內兩弦 \overline{AB} 、 \overline{CD} 互相垂直於 P 點，且 $\tan \angle ACB = 0.8$ ， $\overline{PA} = 18$ ， $\overline{PB} = 22$ 。則 $\overline{PC} - \overline{PD} =$ _____。



G. 平面上 $\triangle ABC$ ，其中 $\overline{AB} = 7$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，且 \overline{CA} 、 \overline{CB} 皆為整數。則符合條件的三角形有_____個。（注意：邊長 $(a, b, c) = (5, 6, 7)$ 與 $(6, 5, 7)$ 視為不同的三角形）

H. 平面上—粒子從點 $A(-2, 0)$ 沿著開口向下的拋物線 $y = f(x)$ 的軌跡向右移動，當移動到 x 座標等於 -1 時，粒子高度（ y 座標）大於 2 且小於 3 ；一段時間後，當 x 座標等於 1 時，粒子高度大於 0 且小於 1 。若粒子繼續移動，會經過 $(t, 0)$ ，則 t 的可能範圍是_____。（化為最簡分數）



RA484 臺北區 106 學年度第一學期第二次學科能力測驗
參考答案

第壹部分：選擇題

- 1.(2) 2.(4) 3.(5) 4.(1) 5.(2) 6.(2)(3)(4) 7. (1)(2)(3) 8.(1)(2)
9.(3) 10.(2)(3)(5) 11.(1)(4)(5) 12.(1)(5)

第貳部分：選填題

- A. 29 B. 140 C. (3,1,2) D. (-3,13) E. $\frac{7}{4}$ F. 50 G. 5 H. $1 < t < \frac{7}{5}$