

全國公立高中 106 學年度第四次學科能力測驗



RA485

第壹部分：選擇題(占 65 分)

一、 單選題(占 30 分)

- 下列何者為 $9x^4 + 35x^3 + 41x^2 + 13x - 2$ 的一次因式？
(1) $3x+1$ (2) $3x-1$ (3) $9x+1$ (4) $9x-1$ (5) $3x+1$
- 籃球員柯瑞在前一球投進三分球後，下一球投進三分球的命中率有五成；但是前一球沒投進三分球時，下一球投進三分球的命中率只剩下三成。假設在一場球賽中他投出的第一球三分球進了，請問他投出的第四球三分球命中的機率为下列哪一個選項？

- (1) $\frac{19}{50}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{31}{50}$

- 將 100000 元存入銀行，年利率 5% 複利計算，存了 20 年之後，本利和最接近下列哪一個選項？可利用表(1)對數表。

表(1)

- (1) 205000
(2) 225000
(3) 245000
(4) 265000
(5) 285000

x	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9
$\log x$	0.3222	0.3424	0.3617	0.3802	0.3979	0.4150	0.4314	0.4472	0.4624

- 在直角坐標平面上， $F_1(0,0)$ 、 $F_2(8,0)$ ，有關動點 P 的描述，下列哪一個是正確的？

- (1) P 滿足 $\overline{PF_1} - \overline{PF_2} = 6$ ，則 P 的圖形為拋物線
(2) P 滿足 $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 10$ ，則 P 的圖形為雙曲線
(3) P 滿足 $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 6$ ，則 P 的圖形不存在
(4) P 滿足 $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 6$ ，則 P 的圖形為橢圓
(5) P 滿足 $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 10$ ，則 P 的圖形為橢圓

- 表(2)為五位同學的英文級分和數學級分，請利用相關係數的公式，判斷英文級分和數學級分的相關係數最接近下列哪一個選項？(1) 0 (2) 0.3 (3) 0.6 (4) 0.8 (5) 1

表(2)

	甲	乙	丙	丁	戊
英文級分	9	8	11	10	12
數學級分	14	10	15	13	13

- 有一棟大樓高度為 100 公尺甲在此大樓東偏北 45° 的某處觀測此大樓樓頂仰角為 45° 。乙在此大樓東偏南 30° 的某處觀測此大樓樓頂仰角為 30° 。請問甲和乙之間的距離最接近下列哪一個數字？(1) 145 公尺 (2) 155 公尺 (3) 165 公尺 (4) 175 公尺 (5) 185 公尺

二、 多選題(占 35 分)

- 某一個高中的學生人數總共有 3000 人其中喜歡打籃球的學生有 2300 人；喜歡打棒球的學生有 900 人。如果我們隨機抽取一位學生，請問下列哪些選項可能是該學生喜歡打籃球且喜歡打棒球的機率？(1) 0.05 (2) 0.06 (3) 0.1 (4) 0.3 (5) 0.5

- 關於 $(2x^2 - \frac{1}{x})^5$ 的展開式中，請選出正確的選項。

- (1) x^{10} 的係數為 32 (2) x^7 的係數為 80 (3) x^4 的係數為 80
(4) x 的係數為 40 (5) 常數項為 0

- θ 為第二象限角且 $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ，請選出正確的選項。

$$(1) \sin(90^\circ - \theta) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (2) \sin(180^\circ + \theta) = \frac{1}{3} \quad (3) \cos(270^\circ + \theta) = -\frac{1}{3}$$

$$(4) \tan(180^\circ - \theta) = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \quad (5) \tan(-\theta) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

10. 請選出正確的選項。

- (1) 將 12 本不同的書平分分成四堆的方法數為 $C_3^{12} \cdot C_3^9 \cdot C_3^6 \cdot C_3^3$
 (2) 將 12 本不同的書平分分成四堆，再分配給甲、乙、丙、丁的方法數為 $C_3^{12} \cdot C_3^9 \cdot C_3^6 \cdot C_3^3 \cdot 4!$
 (3) 將 12 本不同的書分成 2 本、5 本、5 本三堆的方法數為 $C_2^{12} \cdot C_5^{10} \cdot C_5^5 \cdot \frac{1}{2!}$
 (4) 將 12 本不同的書分給甲 2 本、乙 5 本、丙 5 本的方法數為 $C_2^{12} \cdot C_5^{10} \cdot C_5^5$
 (5) 將 12 本不同的書分給甲 3 本、乙 4 本、丙 5 本的方法數為 $C_3^{12} \cdot C_4^9 \cdot C_5^5 \cdot 3!$

11. 下列選項中的方程式，哪些恰有一個實數解？

(1) $x = \log_2 x$ (2) $2^{|x|} = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$ (3) $|\log_2 x| = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
 (4) $-2^x = \log_2 x$ (5) $\log_2 |x| = 2^x$

12. 實係數三次多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 。若 $i+1$ 為 $f(x)=0$ 的一個解，且 $f(1) = -1$ ， $f(0) = -4$ ，請選出正確的選項。

(1) $b = d$ (2) $f(-1) = 15$ (3) $f(i-1) = 0$ (4) $f(x)=0$ 有一個正整數解
 (5) $f(x) = -\frac{x \cdot (x+1) \cdot (x-2)}{1 \cdot (1+1) \cdot (1-2)} - 4 \cdot \frac{(x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-2)}{(0-1) \cdot (0+1) \cdot (0-2)} - 15 \cdot \frac{(x-1) \cdot x \cdot (x-2)}{(-1-1) \cdot (-1) \cdot (-1-2)}$

13. 空間中有一個平面 $x - y + 2z + 1 = 0$ 。從 $(1, 2, -3)$ 發射一到光，射向此平面上一點 $(-1, 0, 0)$ ，請問反射後的光會通過下列哪些點？

(1) $(-5, 0, -1)$ (2) $(1, 0, \frac{1}{2})$ (3) $(-3, 0, -\frac{1}{2})$ (4) $(-13, 0, -3)$ (5) $(-9, 0, -4)$

第貳部分：選填題(占 35 分)

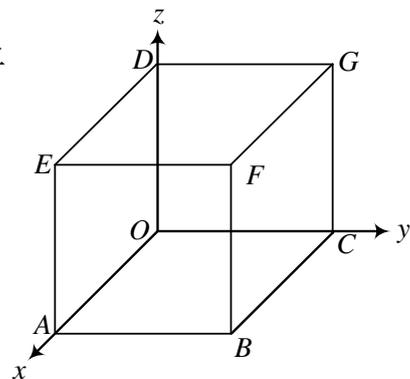
A. 已知 x 為正實數且滿足方程式 $2|x+2| + 3|x-1| + 4|x-3| = 25$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

B. S_n 代表等差數列前 n 項的總和，若 $S_{10} = 110$ ， $S_{20} = 420$ ，求 $S_{15} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

C. (x, y) 滿足 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 4y \leq 32 \\ 2x + y \leq 15 \\ 5x + y \leq 30 \end{cases}$ ，求 $x + y$ 的最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

D. 若 $\vec{OA} = (5, -2)$, $\vec{OB} = (-7, 4)$, $\vec{OC} = (\frac{1}{5}, t)$ 且 \vec{OA} 在 \vec{OC} 上的正射影會等於 \vec{OB} 在 \vec{OC} 上的正射影, 求 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

E. 如圖(1), 有一邊長為 6 的正立方體在空間坐標當中。P 在 \overline{DE} 上 $\overline{PD} : \overline{PE} = 5 : 1$, Q 在 \overline{GC} 上 $\overline{QG} : \overline{QC} = 5 : 1$, 且 R 在 \overline{FB} 上 $\overline{RF} : \overline{RB} = 2 : 1$ 。求 \vec{PQ} 和 \vec{PR} 所圍成的三角形面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



圖(1)

F. 在 $\triangle ABC$ 中, $\vec{AD} = \frac{1}{2} \vec{AB} + \vec{AC}$, 求 $\frac{\triangle ABD \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

G. 平面上有一個橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 和一個頂點在 $(0, 0)$ 開口向右的拋物線。這兩個圖形相交於兩點 P、Q, 且 P、Q 都在 $x = 4$ 上, 求此拋物線的正焦弦長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

RA485 全國公私立高中 106 學年度第四次學科能力測驗
參考答案

第壹部分：選擇題

1.(4) 2.(1) 3.(4) 4.(5) 5.(3) 6.(4) 7.(3)(4) 8.(1)(3)(5)
9.(5) 10.(3)(4) 11.(2)(4)(5) 12.(1)(4)(5) 13.(1)(3)(4)

第貳部分：選填題

A. 4 B. 240 C. 11 D. $\frac{2}{5}$ E. $\frac{\sqrt{1957}}{2}$ F. 1 G. 0.81