全國公私立高級中學106學年度學科能力測驗第四次聯合模擬考試

數學考科解析

考試日期：106年12月13~14日

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	1	4	5	3	4	34	135	5	34	245	145	134	4	2
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28		
4	0	1	1	2	5	1	9	5	7	1	8	1		

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. $\begin{array}{r|l} 9\ \ 35\ \ 41\ \ 13\ \ -2 & \frac{1}{9} \\ \underline{\quad 1\ \ \ 4\ \ \ 5\ \ \ 2} & \\ 9\ \ 36\ \ 45\ \ 18 & 0 \end{array}$，故選(4)

2. $\begin{bmatrix} \frac{5}{10} & \frac{3}{10} \\ \frac{5}{10} & \frac{7}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{5}{10} \\ \frac{5}{10} \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} \frac{5}{10} & \frac{3}{10} \\ \frac{5}{10} & \frac{7}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{5}{10} \\ \frac{5}{10} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{40}{100} \\ \frac{60}{100} \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} \frac{5}{10} & \frac{3}{10} \\ \frac{5}{10} & \frac{7}{10} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{40}{100} \\ \frac{60}{100} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{380}{1000} \\ \frac{620}{1000} \end{bmatrix}$，$\frac{380}{1000}=\frac{19}{50}$，故選(1)

3. $\log 100000\times(1+5\%)^{20}=5+0.424=\log 265490$

$\log 2.6=0.4150$，$\log t=0.424$，$\log 2.7=0.4314$

$\frac{2.7-t}{2.7-2.6}=\frac{0.4314-0.424}{0.4314-0.415}$，$t\fallingdotseq 2.6549$，∴故選(4)

4. (1) $2c=8>2a=6$，圖形爲雙曲線的一支
   (2) $2c=8<2a=10$，無圖形
   (3) $2c=8>2a=6$，圖形爲雙曲線
   (4) $2a=6<2c=8$，無圖形
   (5) $2a=10>2c=8$，圖形爲橢圓
   故選(5)

5.

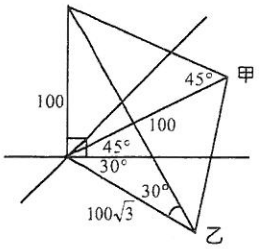
$x-\mu_x$	-1	-2	1	0	2
$y-\mu_y$	1	-3	2	0	0
$(x-\mu_x)(y-\mu_y)$	-1	6	2	0	0
$(x-\mu_x)^2$	1	4	1	0	4
$(y-\mu_y)^2$	1	9	4	0	0

$\mu_x=10$、$\mu_y=13$，$r=\frac{-1+6+2}{\sqrt{1+4+1+4}\sqrt{1+9+4}}=\frac{7}{2\sqrt{35}}\fallingdotseq 0.59$

故選(3)

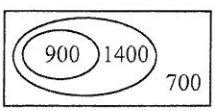
6. $\overline{AB}^2=100^2+(100\sqrt{3})^2-2\times 100\times 100\sqrt{3}\times\cos 75°\fallingdotseq 31034$

$\overline{AB}\fallingdotseq 176$



故選(4)

二、多選題

7. 交集最多時， 

$\rightarrow\frac{900}{3000}=0.3$

交集最少時， 

$\rightarrow\frac{200}{3000}=0.0\overline{6}$

另解

$p(籃\cap 棒)=p(籃)+p(棒)-p(籃\cup 棒)$

$籃\subset(籃\cup 棒)$且$棒\subset(籃\cup 棒)$

$\therefore\frac{2300}{3000}\le p(籃\cup 棒)$且$\frac{900}{3000}\le p(籃\cup 棒)$

$\therefore\frac{2300}{3000}\le p(籃\cup 棒)\le 1$

$\therefore\frac{2300}{3000}+\frac{900}{3000}-1=\frac{200}{3000}=\frac{1}{15}\le p(籃\cap 棒)\le\frac{3}{10}$

$=\frac{900}{3000}=\frac{2300}{3000}+\frac{900}{3000}-\frac{2300}{3000}$

故選(3)(4)

8. $(2x^2-\frac{1}{x})^5=C_0^5(2x^2)^5+C_1^5(2x^2)^4(-\frac{1}{x})+C_2^5(2x^2)^3(-\frac{1}{x})^2$

$+C_3^5(2x^2)^2(-\frac{1}{x})^3+C_4^5(2x^2)(-\frac{1}{x})^4+C_5^5(-\frac{1}{x})^5$

$=32x^{10}-80x^7+80x^4-40x+\frac{10}{x^2}-\frac{1}{x^5}$

故選(1)(3)(5)

9. (1) $\sin(90°-\theta)=\cos\theta=\frac{-2\sqrt{2}}{3}$

   (2) $\sin(180°+\theta)=-\sin\theta=-\frac{1}{3}$

   (3) $\cos=(270°+\theta)=\sin\theta=\frac{1}{3}$

   (4) $\tan(180°-\theta)=-\tan\theta=\frac{1}{2\sqrt{2}}$

   (5) $\tan(-\theta)=-\tan\theta=\frac{1}{2\sqrt{2}}$

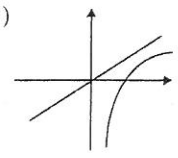
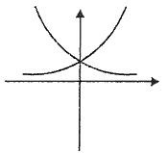
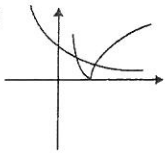
   故選(5)

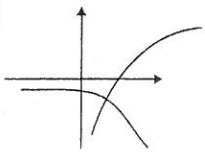
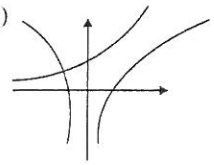
10. (1) 應爲 $C_3^{12}\cdot C_3^9\cdot C_3^6\cdot C_3^3\cdot\frac{1}{4!}$

    (2) 應爲 $C_3^{12}C_3^9C_3^6C_3^3$

    (5) 應爲 $C_3^{12}C_4^9C_5^5$

    故選(3)(4)

11. (1)  (2)  (3) 

    (4)  (5) 

    故選(2)(4)(5)

12. $x=1\pm i$，$(x-1)^2=(\pm i)^2$，$x^2-2x+1=-1$，$x^2-2x+2=0$

    令 $f(x)=(ax+k)(x^2-2x+2)$，$f(1)=a+k=-1$

$f(0)=2k=-4$ ， $k=-2$ ， $a=1$

$f(x)=(x-2)(x^2-2x+2)=x^3-4x^2+6x-4$

(1) $b=-4=d$

(2) $f(-1)=-1-4-6-4=-15$

(3) $f(1-i)=0$ ， $f(i-1)\neq 0$

(4) $x=2$ 爲一正整數解

(5) $\because f(-1)=-15$ ， $f(2)=0$ ，故正確

故選(1)(4)(5)

13. $1+t-2+t-6+4t+1=0$

$6t=6$ ， $t=1$

投影點 $(2,1,-1)$

反射後的光 $\begin{cases}x=-1-4t\\y=0+0t\\z=0-t\end{cases}$ ， $t\geq 0$

(1) $t=1$

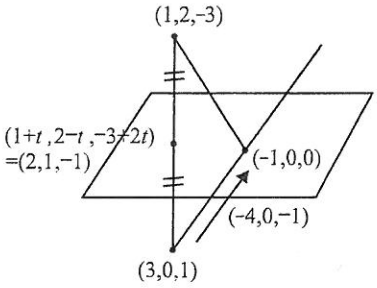
(2) $t=-\frac{1}{2}$

(3) $t=\frac{1}{2}$

(4) $t=3$

(5) 不在此射線上

故選(1)(3)(4)



第貳部分：選填題

A. $x\geq 3\Rightarrow 2x+4+3x-3+4x-12=25$ ， $9x=36$ ， $x=4$

$1\leq x\leq 3\Rightarrow 2x+4+3x-3-4x+12=25$ ， $x=12$ 不合

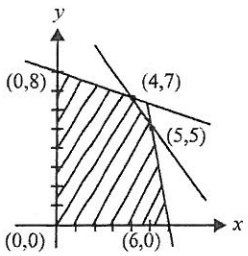
$0<x\leq 1\Rightarrow 2x+4-3x+3-4x+12=25$ ， $x=-\frac{6}{5}$ 不合

$\therefore x=4$

B. $\begin{cases}S_{10}=\frac{(2a_1+9d)\times 10}{2}=110\\S_{20}=\frac{(2a_1+19d)\times 20}{2}=420\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1=2\\d=2\end{cases}$

$S_{15}=\frac{(2\times 2+14\times 2)\times 15}{2}=240$

C.



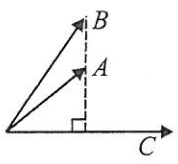
(x,y)	$(0,0)$	$(6,0)$	$(0,8)$	$(4,7)$	$(5,5)$
$x+y$	0	6	8	11	10

當 $x=4$ 、 $y=7$ 時， $x+y$ 有最大值爲 11

D. $\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}}{|\overrightarrow{OC}|^2}\cdot\overrightarrow{OC}=\frac{\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}}{|\overrightarrow{OC}|^2}\cdot\overrightarrow{OC}$ ， $1-2t=-\frac{7}{5}+4t$ ， $6t=\frac{12}{5}$

$t=\frac{2}{5}$

另解



$\overrightarrow{BA}\perp\overrightarrow{OC}\rightarrow(12,-6)\cdot(\frac{1}{5},t)=0$

$\rightarrow\frac{12}{5}-6t=0\rightarrow t=\frac{2}{5}$

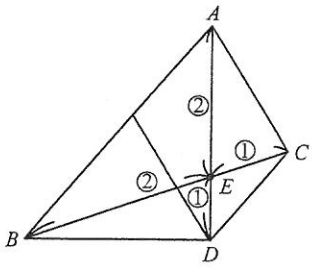
E. $P(5,0,6)$ ， $Q(0,6,1)$ ， $R(6,6,2)$

$\overrightarrow{PQ}=(-5,6,-5)$ ， $\overrightarrow{PR}=(1,6,-4)$

-5	6	-5	-5	6	-5
1	6	-4	1	6	-4
	6	-25	-36		

$a\Delta PQR=\frac{1}{2}\sqrt{36+625+1296}=\frac{\sqrt{1957}}{2}$

F. 令 $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AE}$



$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2t}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{t}\overrightarrow{AC}$

$\frac{1}{2t}+\frac{1}{t}=1$ ， $\frac{3}{2t}=1$ ， $t=\frac{3}{2}$

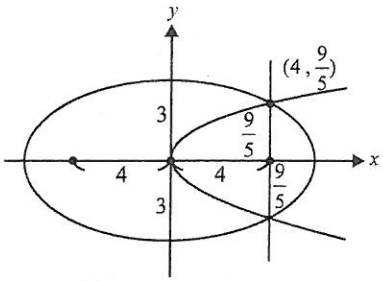
$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

令 $\Delta AEC=x$

則 $\Delta ABE=2x$ ， $\Delta BED=x$

$\therefore\frac{\Delta ABD}{\Delta ABC}=\frac{3x}{3x}=1$

G. 橢圓的正焦弦長



$\frac{2b^2}{a}=\frac{18}{5}$ ， $y^2=4cx$

$\frac{81}{25}=4c\cdot 4$

$4c=\frac{81}{100}=0.81$

另解

$x=4$ 代入 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ ，得 $\frac{16}{25}+\frac{y^2}{9}=1\rightarrow y=\pm\frac{9}{5}$

$\therefore$ 交點爲 $(4,\frac{9}{5})$ 、 $(4,-\frac{9}{5})$

拋物線爲 $y^2=4cx$

將 $(4,\frac{9}{5})$ 代入，得 $(\frac{9}{5})^2=4c\cdot 4$

$\therefore 4c=\frac{81}{100}=0.81$