

109 學科能力測驗第六次模擬考(文昌 W6)

第壹部分：選擇題 (占 65 分)



一、單選題 (占 35 分)

1. 已知在坐標平面上滿足二元一次聯立不等式
$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x + y \leq 20 \\ x + 4y \geq k \end{cases}$$
 的所有點所形成的封閉區域為 Γ ，試問在下列哪一選項中的 k 值所對應的 Γ 面積為最大？
(1) $k = -5$ (2) $k = -3$ (3) $k = 0$ (4) $k = 13$ (5) $k = 23$
2. 已知三個正方形 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ 的邊長分別為 a, b, c ，且正方形 Γ_1 與 Γ_2 的面積和與正方形 Γ_3 的面積相等。若 $12 < a < 13$ ， $16 < b < 17$ ， $n < c < n+1$ ，其中 n 為正整數，則 n 之值可能為下列何者？ (1) 17 (2) 19 (3) 21 (4) 23 (5) 25
3. 已知某新型病毒可讓每位感染者在一天內傳染給其他 4 人，若第 1 天有 1 人感染到此新型病毒，則第 2 天共有 5 人感染，第 3 天共有 25 人感染，以此類推，試問到第幾天，感染此新型病毒的人數始超過 100 萬人？
(1) 7 天 (2) 8 天 (3) 9 天 (4) 10 天 (5) 11 天
4. 投擲一顆公正的骰子三次，在前二次點數乘積等於第三次點數的條件下，試問三次點數均相異的機率為下列何者？ (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{2}{15}$ (3) $\frac{1}{7}$ (4) $\frac{2}{13}$ (5) $\frac{1}{6}$
5. 在坐標空間中，若包含直線 L 的平面 E_1 與平面 $E_2: 2x - y + z = 4$ 平行，則直線 L 的方程式可能為下列何者？

(1) $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ (2) $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-2}$ (3) $\begin{cases} x = 2+t \\ y = t \\ z = t \end{cases}, t \in R$ (4) $\begin{cases} x = 2-4t \\ y = 1-3t \\ z = 1+5t \end{cases}, t \in R$

(5) $\begin{cases} x - y = -2 \\ y + z = 3 \end{cases}$

6. 將正整數由小到大依下列規律排列：

1
2 3
4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

設 a_{ij} 代表由上往下數的第 i 列，由左往右的第 j 個數(例如： $a_{32} = 5, a_{43} = 10$)。已知第 i 列共有 2^{i-1} 個數，若 $a_{ij} = 2021$ ，則 $i+j$ 之值為下列何者？

- (1) 1006 (2) 1007 (3) 1008 (4) 1009 (5) 1010
7. 新冠肺炎造成經濟衰退，臺灣在疫情趨穩下，政府順勢推出刺激經濟的「振興三倍券」，全國同胞都可以領取，三倍券提供紙本券及數位券兩種方式，紙本券是「拿 1000 換 3000」的概念，每組內有 5 張 200 元與 4 張 500 元，且印有序號，民眾可透過紙本圖案辨識不同面額。試問每組紙本三倍券可支付幾種不同的款額(不可支付 0 元及找零)？
(1) 25 種 (2) 26 種 (3) 27 種 (4) 28 種 (5) 29 種

二、多選題 (占 30 分)

8. 已知多項式 $f(x) = 2x^3 - kx + 1$ ，其中 k 為整數，試選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 的圖形和 y 軸交點的 y 坐標大於 0
 (2) $y = f(x)$ 的圖形和 x 軸可能不相交 (3) $x+1$ 可能為 $f(x)$ 的因式
 (4) $x-2$ 可能為 $f(x)$ 的因式 (5) $2x-1$ 可能為 $f(x)$ 的因式

9. 在乾空氣的條件下，高度平均每上升 100 公尺，氣溫約下降 1°C ；而在含有水氣的溼空氣條件下，因為水氣凝結時會釋放潛熱，所以高度平均每上升 100 公尺，氣溫約下降 0.6°C ，因此位於海拔較高的森林遊樂區常成為夏季裡極佳的避暑勝地。某森林遊樂區記錄了每日該區平地最高溫 1° 單位： $^\circ\text{C}$ 與當天的遊客人數 (單位：百人)，部分紀錄如下表。

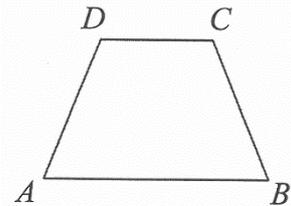
最高溫(x)	33	34	36	38	37	38
遊客人數(y)	22	36	40	54	44	50

設上表中的 x 之平均數為 μ_x ，標準差為 σ_x ， y 之平均數為 μ_y ，標準差為 σ_y ， x 與 y 的相關係數為 r ， y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = ax + b$ ，試選出正確的選項。

- (1) $\mu_x > \mu_y$ (2) $\sigma_x > \sigma_y$ (3) $-1 < r < 0$ (4) $a > 0$ (5) $36a + b = 41$

10. 如圖所示，在等腰梯形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ， $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$ 。試問下列哪個向量的終點 P 落在等腰梯形 $ABCD$ 內部 (不含邊界)

- (1) $\overrightarrow{AP} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ (2) $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
 (3) $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ (4) $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$
 (5) $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$



11. 已知 $P = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ 為一個轉移矩陣，且 P 的反方陣為 $P^{-1} = \begin{bmatrix} e & f \\ 15 & -5 \\ 11 & 11 \end{bmatrix}$ 。試選出正確的選 11

- 項。 (1) $a + b = c + d$ (2) P 的行列式之值為 $a - c$ (3) $e + f = \frac{12}{11}$
 (4) $a = \frac{3}{4}$ (5) $c = \frac{4}{5}$

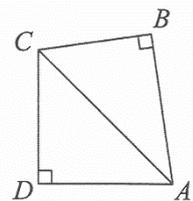
12. 設 \vec{a}, \vec{b} 為平面上兩個非零向量，已知 $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ ， $\vec{a} + \vec{b}$ 且與 \vec{b} 的夾角為 45° 。試問 $|\vec{b}|$ 之值可能為下列哪些值？ (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) 2 (4) $2\sqrt{2}$ (5) 3

13. 如圖所示，在四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 8, \overline{AC} = 10, \overline{AD} = 5\sqrt{2}$

， $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ， $\overrightarrow{AC} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$ 。

試選出正確的選項。

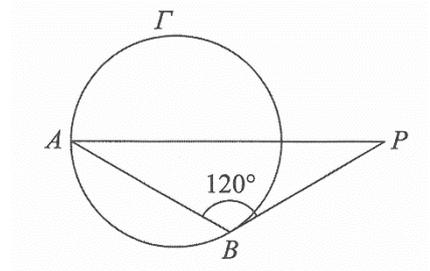
- (1) $\cos \angle BAD = \frac{7\sqrt{2}}{10}$ (2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 8$ (3) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 5\sqrt{2}$
 (4) $a = \frac{25}{28}$ (5) $b = \frac{2}{3}$



第貳部分：選填題（占 35 分）

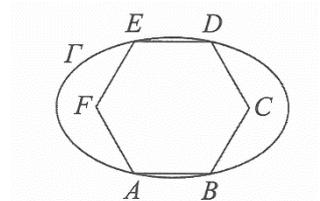
- A. 在坐標平面上，將指數函數 $f(x) = 3^x$ 的圖形向上平移 5 單位可得函數 $g(x)$ 的圖形。已知直線 $L: y = k$ 與 $f(x)$ ， $g(x)$ 的函數圖形分別交於 P ， Q 兩點，若 $\overline{PQ} = 2$ ，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

- B. 如圖所示， A 為圓 Γ 上一點，而 P 為圓 Γ 外一點，過 P 作圓 Γ 的切線，切點(之一)為 B 。若圓 Γ 的圓心位於 \overline{AP} 上，且 $\angle ABP = 120^\circ$ ， $\overline{PB} = 6\sqrt{3}$ ，則 $\overline{AP} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



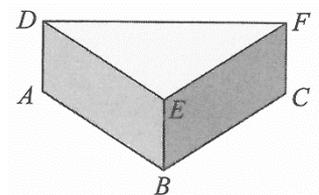
- C. 設 O 為極點， A 點的極坐標為 $[a, 108^\circ]$ ， B 點的極坐標為 $[a+2, 138^\circ]$ ，若 a 為正整數且 $\triangle OAB$ 面積小於 12，則滿足上述條件的所有正整數 a 之總和為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- D. 如圖所示，已知正六邊形 $ABCDEF$ 的邊長為 1，若橢圓 Γ 通過 A ， B ， D ， E 四點，且 C ， F 為其兩焦點，則橢圓 Γ 的短軸長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



- E. 百貨公司經長期統計分析發現某款公仔最初的定價為 500 元時，其月銷售量為 3000 個，當價格上漲 $a\%$ 時 ($a > 0$)，其月銷售量則減少了 $\frac{2a}{3}\%$ 。若根據此分析結果，則該款公仔的價格為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元時，其月銷售總金額可達最大值。

- F. 如圖所示，有一個三角柱形的三明治，其上底面與下底面為兩個全等的等腰直角三角形，而三個側面均為矩形。若 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$ ， $\overline{BE} = 5$ ，則 F 點到平面 BCD 的距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡根式)



- G. 在坐標平面上，已知兩直線 $L_1: y = -1$ ， $L_2: 5x + 12y + 7 = 0$ ，若 P 為拋物線 $\Gamma: x^2 = 4y$ 上一動點，則 P 點到直線 L_1 和直線 L_2 距離和的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

RA493 109 學科能力測驗第六次模擬考(文昌 W6)

參考答案

選擇題：1. (1) 2. (3) 3. (4) 4. (3) 5. (5) 6. (4) 7. (2) 8. (1)(3) 9. (4)(5) 10. (3)(5)

11. (1)(2)(3)(5) 12. (1)(2)(3) 13. (2)(4)

選填題：A. $\frac{45}{8}$ B. 18 C. 15 D. $\sqrt[4]{12}$ E. 625 F. $2\sqrt{5}$ G. $\frac{19}{13}$