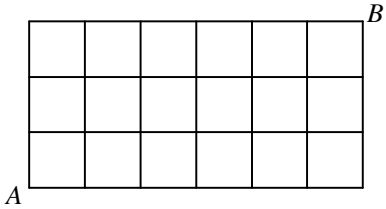
全國公私立高中 109 學年度第四次學測能力模擬考[南一版]

第壹部分：選擇題（占 60 分）

RA495

一、單選題（占 35 分）

1. 已知 x 為實數，不等式 $(2x^2+x+1)(-x^2+mx+n)\ge 0$ 的解為 $3\le x\le 7$，則 $m+n$ 的值為下列哪一個選項？ (1) -11 (2) 11 (3) -31 (4) 31 (5) 0
2. 某次期中考數學分數全班平均 45 分，標準差 15 分，最高分 75 分，老師將全班成績進行 $y=ax+b$ 線性調整，其中 x 為原分數，y 為新分數，且 a，b 為實數，使得平均變成 60 分，最高分變成 96 分，則標準差變成下列哪一個選項？
(1) 12 (2) 15 (3) 18 (4) 24 (5) 30
3. 如圖(1)，為 18 個小正方形所組成的矩形，若由 A 到 B 走捷徑，則行走路徑恰將長方形面積平分的方法有幾種？
(1) 7 (2) 8 (3) 10 (4) 12 (5) 16

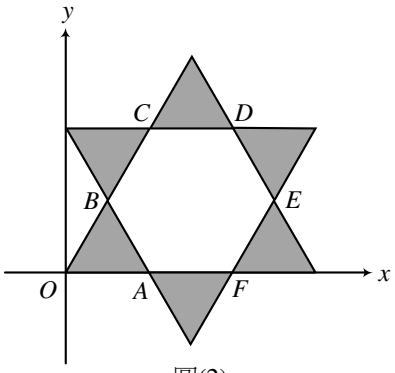


圖(1)

4. x^5 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為 $R(x)$，$R(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 r，則 r 的值為下列哪一個選項？
(1) 6 (2) 1 (3) -1 (4) -6 (5) -12
5. 設兩數列 $<a_n>,<b_n>$ 滿足 $a_n=3a_{n-1}+b_{n-1}$，$b_n=2a_{n-1}-b_{n-1}$，其中 $n\ge 2$ 且 n 為正整數。若 $a_1=1$，$b_1=3$，試選出正確的選項。
(1) $a_2=5$ (2) $b_2=1$ (3) $a_3=17$ (4) $b_3=11$ (5) $b_4=47$
6. 有 10 盞路燈在綠園道排成一排，為了節能減碳，關掉其中的 4 盞路燈。又為了路人的安全，不能關掉連續 3 盞或連續 4 盞，下列哪一個選項為選擇關掉路燈的方法數？
(1) 35 (2) 70 (3) 140 (4) 161 (5) 840
7. 空間中，O 為原點，已知 A，B 為 x 軸上兩點，且 O 為 $\overline{AB}$ 中點，另有一 C 點位於 y 軸上，若 P 點為 xy 平面的上方一點，使得 $\overline{PA}=5,\overline{PB}=3$，試求 $(\overrightarrow{PA}-\overrightarrow{PB})\cdot\overrightarrow{PC}$ 值為何？
(1) 0 (2) 4 (3) 8 (4) 12 (5) 14

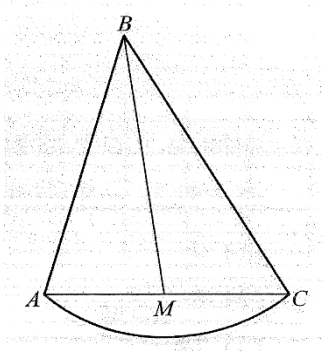
二、多選題（占 2 分）

8. 如圖(2)，O 為原點，$ABCDEF$ 為邊長 1 的正六邊形，將其各邊延長形成一個六角星形。設 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，使得 P 點位於灰色區域上(含邊界)，試選出正確的選項。 (1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{FE}$
(2) $xy>0$ (3) $x+y$ 的最大值為 4
(4) $|\overrightarrow{OP}|$ 最大值為 4 (5) 內積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$ 最大值為 4



圖(2)

9. 下列選項皆為指對數方程式，試選出有實根的選項。
(1) $2^x=3^x$ (2) $\log_2 x=\log_3 x$ (3) $2^x=\log_2 x$ (4) $2^x=\log_{\frac{1}{2}} x$ (5) $\log x^2=10x+2020$
10. 如圖(3)，平面上有 A, B, C 三個城鎮，A, B 之間有一長 30 公里的直線道路相接，B, C 之間有一直線道路相接，A, C 中點因有一高山 M，因此於平面上建有一圓弧形道路連接 A, C，且圈弧道路恰為 $\triangle ABC$ 外接圓的一部分。若 $\angle BAC=75^\circ$，$\angle ACB=60^\circ$，試選出正確的選項。
(1) A 城鎮比 C 城鎮靠近 B 城鎮
(2) A 城鎮與 C 城鎮直線距離超過 30 公里
(3) A 城鎮與 C 城鎮間的圓弧型道路超過 30 公里



圖(3)

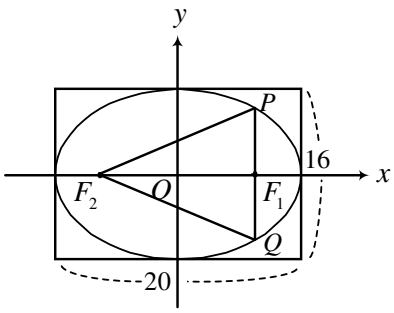
(4) 從 A 城鎮看山頂的仰角會大於從 B 城鎮看山頂的仰角

(5) 若以相同的速率，從 A 城鎮經 B 城鎮到 C 城鎮所需時間是從 A 城鎮經圓弧形道路到 C 城鎮 2 倍以上

11. 如圖(4)，在坐標平面上有一個橢圓型的浴缸內切一個長方形，此長方形的長 20 公寸，寬 16 公寸，而橢圓中心點為 $O(0, 0)$，兩焦點為 F_1 和 F_2，長軸和短軸方程式分別為 $y=0$ 和 $x=0$，$\overline{PQ}$ 為通過 F_1 且與長軸垂直的弦。試選出正確的選項。

(1) $\overline{PF_1}+\overline{PF_2}=10$ (2) $\overline{OF_1}=6$ (3) $\overline{PQ}<13$

(4) $\triangle PF_2Q$ 為正三角形 (5) 此橢圓方程式為 $\dfrac{x^2}{400}+\dfrac{y^2}{256}=1$



圖(4)

12. 在坐標平面上，O 為原點，$\overrightarrow{u}=(2,1)$，$\overrightarrow{v}=(-3,1)$，令 Ω 為滿足 $\overrightarrow{OP}=\alpha\overrightarrow{u}+\beta\overrightarrow{v}$ 的所有點 P 所形成的圖形，試選出正確的選項。

(1) $\overrightarrow{u}$ 和 $\overrightarrow{v}$ 的夾角為銳角 (2) $\overrightarrow{u}$ 和 $\overrightarrow{v}$ 為兩鄰邊的平行四邊形面積為 $\dfrac{5}{2}$

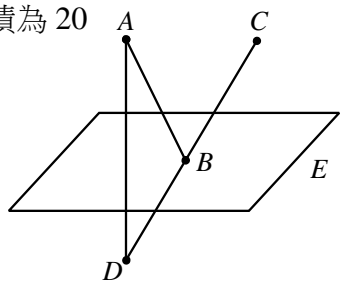
(3) 若 $\alpha=1,\beta=2$，則 Ω 的圖形為一個點，且此點為 $(-4,3)$

(4) 若 $\alpha=1, 0\le\beta\le 2$，則 Ω 的圖形為線段，且長度為 40

(5) 若 $-1\le\alpha\le 1, 0\le\beta\le 2$，則 Ω 的圖形為平行四邊形，且面積為 20

第貳部分：選填題（占 40 分）

A. 如圖(5)，舞臺上有一道雷射光束由 $A(3,1,1)$ 射向鏡面 E，碰到 B 後反射經過 $C(-1,3,1)$，又 A 對鏡面 E 的對稱點為 $D(1,-3,-1)$，則反射點的 B 點坐標為_____。



圖(5)

B. 政府規定民眾每兩週購買口罩一次，且購買方式有線上預訂及藥局排隊購買兩種方式，根據觀察每兩週會有10%的民眾本來是線上預訂改成去藥局排隊購買，有40%的的民眾本來是藥局排隊購買改成線上預訂，長期而言會有_____%的民眾採取線上預訂的方式購買。

C. 將行列式 $\begin{vmatrix} 2x & x-1 \\ b & x-a \end{vmatrix}$ 展開可得到多項式 $f(x)$，若 $f(x)$ 除以 $2x+1$ 得到餘式5且 $x-2$ 為 $f(x)$ 的因式，則 $f(3)$=_____。

D. 正四面體的四個面上分別印著1, 2, 3, 4，將四個這樣相同的正四面體同時投擲於桌面上，與桌面接觸的四個面上的四個數之乘積為4的倍數的機率為_____。

(化為最簡分數)

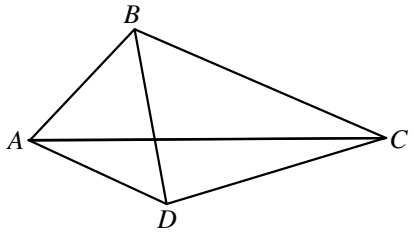
E. 樂園高中慶祝百年校慶舉行義賣市集，安鳩米參加的創客社決定要販賣手機架、筆筒共兩種產品，此兩種產品的材料費、製作時間及售價如表(1)所示，創客社社員開會後發現他們最多只有100小時可以製作產品，且材料成本不能超過1400元，製作出的產品能全數售出。若創客社在本次義賣中手機架賣出a個，筆筒賣出b個，會有最高收入，求$a+b$共有_____個。

表(1)

	材料費(元/個)	製作時間(小時/個)	售價(元/個)
手機架	20	2	150
筆筒	30	1	110

F. 坐標平面上，甲、乙兩人站在$A(0,0)$，甲從A出發走到$B(3,1)$花了5分鐘，若速度與方向均不變，再繼續走15分鐘到達C點後，再依前進方向順時針轉90°後，依相同速度繼續走5分鐘後到達P點；乙從A點出發沿直線$3x+4y=0$移動10單位後抵達Q點，已知Q點在x軸下方，則$\overleftrightarrow{PQ}$斜率為_____。(請化為最簡分數)

G. 如圖(6)，在坐標平面中，已知有一$\triangle ABC$，其中$\overline{AB}=4$，$\overline{AC}=2\sqrt{19}$，$\angle B=120^\circ$，以$\overline{AB}$為一邊向$\triangle ABC$內作一正三角形$\triangle ABD$，
求$\triangle ADC$面積為_____平方單位。



圖(6)

H. 拋物線$\Gamma: y^2=4x$，若A，B，C為拋物線上相異三點且A，B在x軸上方，C在x軸下方，若$\overline{AC}$通過拋物線焦點F，且$\overline{AF}:\overline{CF}=1:2$，$\overline{BF}=3$，則$\triangle ABC$面積為_____。

RA495　全國公私立高中 **109** 學年度第四次學測能力模擬考**[**南一版**]**

參考答案

選擇題：1. (1)　**2.** (3)　**3.** (2)　**4.** (1)　**5.** (3)　**6.** (4)　**7.** (3)　**8.** (1)(3)　**9.** (1)(2)(4)(5)
10. (1)(4)(5)　**11.** (2)(3)　**12.** (3)(5)

選填題：A. $(0,0,0)$　**B.** 80　**C.** 5　**D.** $\frac{13}{16}$　**E.** 60　**F.** $\frac{7}{5}$　**G.** $4\sqrt{3}$　**H.** $3\sqrt{2}$