

# 數學考科解析

1	2	3	4	5	6	7
1	3	2	1	3	4	3
8	9	10	11	12	13	14
13	1245	145	23	35	0	0
15	16	17	18	19	20	21
0	8	0	5	1	3	1
22	23	24	25	26	27	28
6	6	0	7	5	4	3
29	30					
3	2					

## 第壹部分：選擇題

### 一、單選題

1. 因  $1^2 - 4 \times 2 \times 1 < 0$  又  $2 > 0$ ，所以  $2x^2 + x + 1 > 0$  恆成立，  
 由  $3 \leq x \leq 7 \Rightarrow (x-3)(x-7) \leq 0$   
 $\Rightarrow x^2 - 10x + 21 \leq 0 \Rightarrow -x^2 + 10x - 21 \geq 0$   
 $\Rightarrow m=10, n=-21$ ，所以  $m+n=-11$ ，  
 故選(1)。

2. 設原分數為  $x$ ，新分數為  $y$ ，且  $y=ax+b$ 。

$$\Rightarrow \begin{cases} 45a+b=60 \\ 75a+b=96 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{6}{5} \\ b=6 \end{cases}$$

所以  $y=\frac{6}{5}x+6$ ，則  $\sigma_y = \frac{6}{5}\sigma_x = \frac{6}{5} \times 15 = 18$ ，

故選(3)。

3. 設路徑左邊第一列有  $a$  格，第二列有  $b$  格，第三列有  $c$  格，  
 則  $a \leq b \leq c$  且  $a+b+c=9$ ，且  $0 \leq a, b, c \leq 6$ ，則數對  
 $(a, b, c)$  為  $(0, 3, 6), (0, 4, 5), (1, 2, 6), (1, 3, 5),$   
 $(1, 4, 4), (2, 2, 5), (2, 3, 4), (3, 3, 3)$ ，共 8 種，  
 故選(2)。

4. 利用長除法，

$$\begin{array}{r} 1+2+3+4 \\ 1-2+1 \overline{) 1+0+0+0+0+0} \\ \underline{1-2+1} \phantom{0} \\ 2-1+0 \phantom{0} \\ \underline{2-4+2} \phantom{0} \\ 3-2+0 \phantom{0} \\ \underline{3-6+3} \phantom{0} \\ 4-3+0 \phantom{0} \\ \underline{4-8+4} \phantom{0} \\ 5-4 \phantom{0} \end{array}$$

所以  $R(x)=5x-4$ ，則  $R(2)=10-4=6$ ，

故選(1)。

5. 因  $\begin{cases} a_2 = 3a_1 + b_1 = 3 \times 1 + 3 = 6 \\ b_2 = 2a_1 - b_1 = 2 \times 1 - 3 = -1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_3 = 3a_2 + b_2 = 3 \times 6 + (-1) = 17 \\ b_3 = 2a_2 - b_2 = 2 \times 6 + 1 = 13 \end{cases}$$

$\Rightarrow b_4 = 2a_3 - b_3 = 2 \times 17 - 13 = 21$ ，

故選(3)。

6.  $\circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ$

空際可插入  $(1, 1, 1, 1), (2, 1, 1), (2, 2)$ ，

$$\text{即 } C_4^7 + C_3^7 \times \frac{3!}{2!} + C_2^7 = 161$$

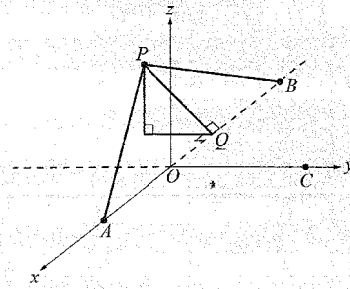
故選(4)。

<法二>

$$C_4^{10} - 7 - C_1^7 \times C_1^6 = 210 - 7 - 42 = 161$$

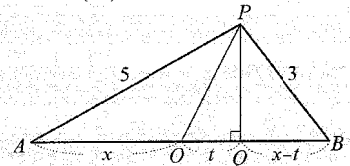
↑            ↑  
 連 4 盞    連 3 盞且和第 4 盞不連續  
 故選(4)。

7. 如圖(一)，



$$\begin{aligned} (\vec{PA} - \vec{PB}) \cdot \vec{PC} &= \vec{BA} \cdot (\vec{PQ} + \vec{QO} + \vec{OC}) \\ &= \vec{BA} \cdot \vec{PQ} + \vec{BA} \cdot \vec{QO} + \vec{BA} \cdot \vec{OC} \\ &= \vec{BA} \cdot \vec{QO} \end{aligned}$$

又如圖(二)，



$$\begin{aligned} 5^2 - (x+t)^2 &= 3^2 - (x-t)^2 \\ \Rightarrow 2xt &= 8 \Rightarrow |\vec{BA}| \times |\vec{QO}| = 2xt = 8, \end{aligned}$$

故選(3)。

### 二、多選題

8. (1)  $\circ$  :  $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 1 \times 1 \times \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ ，

$$\vec{AF} \cdot \vec{FE} = 1 \times 1 \times \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

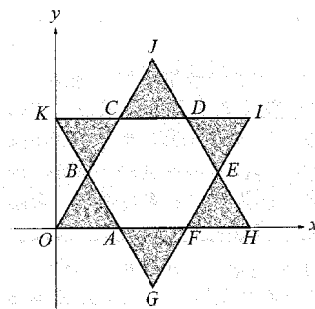
- (2)  $\times$  : 反例：  $\vec{OG} = 2\vec{OA} - \vec{OB}$ ， $x=2, y=-1, xy=-2$ 。

- (3)  $\circ$  :  $x+y$  在點  $I$  有最大值為 4， $\vec{OI} = 2\vec{OA} + 2\vec{OB}$ 。

- (4)  $\times$  :  $|\vec{OP}| = \vec{OP}$ ，當點  $P$  在點  $I$  有最大值為  $2\sqrt{3}$ 。

- (5)  $\times$  :  $\vec{OA} \cdot \vec{OP} = x(\vec{OA})^2 + y\vec{OA} \cdot \vec{OB} = x + \frac{y}{2}$ ，

在點  $I$  或點  $H$  有最大值為 3。

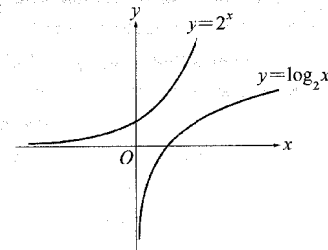


故選(1)(3)。

9. (1)  $\circ$  :  $x=0$ 。

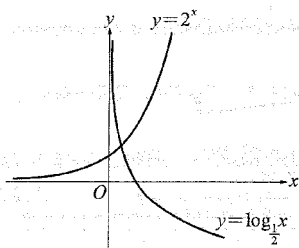
- (2)  $\circ$  :  $x=1$ 。

- (3)  $\times$  :



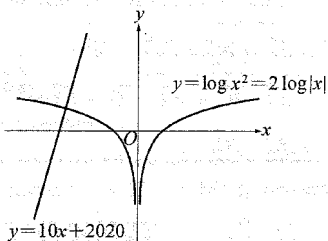
因 0 個交點，所以 0 個實根。

(4) ○ :



因 1 個交點，所以 1 個實根。

(5) ○ :



因 1 個交點，所以 1 個實根。

故選(1)(2)(4)(5)。

10. (1) ○ : 三角形中，大角對大邊，故  $\overline{AB} < \overline{BC}$ 。

(2) × :  $\angle ABC = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$ ，由正弦定理可知，

$$\frac{\overline{AC}}{\sin 45^\circ} = \frac{30}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \overline{AC} = 10\sqrt{6} \approx 24.49。$$

(3) × :  $\widehat{AC}$  在  $\triangle ABC$  外接圓上，所對圓周角  $\angle ABC = 45^\circ$ ，故  $\widehat{AC}$  為 90 度，設外接圓半徑  $R$ ，

$$\text{由正弦定理 } \frac{30}{\sin 60^\circ} = 2R \Rightarrow R = 10\sqrt{3}，$$

$$\widehat{AC} \text{ 的弧長為 } 2\pi R \times \frac{1}{4} = \frac{\pi R}{2} = 5\sqrt{3}\pi \approx 27.2。$$

(4) ○ : 設中點為  $M$ ，愈接近  $M$  則仰角愈大，因  $\angle BAM > \angle ABC > \angle ABM$ ，故  $\overline{AM} < \overline{BM}$ ，因此從  $A$  城鎮看山頂的仰角會大於從  $B$  城鎮看山頂的仰角。

(5) ○ : 因為  $\overline{AB} < \overline{BC}$ ，

$$\text{所以 } \overline{AB} + \overline{BC} > 2\overline{AB} = 60 > 2\widehat{AC} \text{ 弧長} = 54.4。$$

故選(1)(4)(5)。

11. (1) × :  $\overline{PF}_1 + \overline{PF}_2 = 2a = 20$ 。

(2) ○ :  $a = 10, b = 8, \overline{OF}_1 = c = \sqrt{a^2 - b^2} = 6$ 。

(3) ○ :  $\overline{PQ} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 64}{10} = \frac{64}{5} = 12\frac{4}{5} < 13$ 。

(4) × :  $\overline{PF}_2 = 20 - \frac{32}{5} = \frac{68}{5} \neq \overline{PQ}$ ，

所以  $\triangle PF_2Q$  不為正三角形。

(5) × : 橢圓方程式為  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ 。

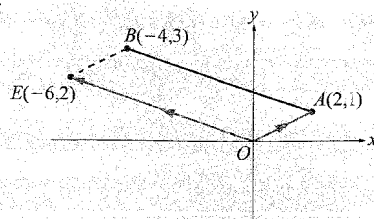
故選(2)(3)。

12. (1) × : 因  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6 + 1 = -5 < 0$ ，所以夾角為鈍角。

(2) × :  $|\square| = \left| \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \right| = 5$ 。

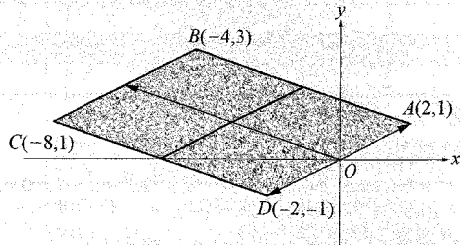
(3) ○ :  $\overrightarrow{OP} = (2, 1) + (-6, 2) = (-4, 3)$ ，又  $O$  為原點，所以  $P(-4, 3)$ 。

(4) × :



所有  $P$  點所形成的圖形為  $\overline{AB}$ ， $\overline{AB} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ 。

(5) ○ :



所以  $\Omega$  為平行四邊形  $ABCD$ ，

$$\text{所以面積為 } 4 \left| \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \right| = 4 \times 5 = 20。$$

故選(3)(5)。

### 第貳部分：選填題

A. 因為  $\overrightarrow{DA} = (2, 4, 2) = 2(1, 2, 1)$ ，

又  $\overline{AD}$  之中點為  $(2, -1, 0) \Rightarrow E: x + 2y + z = 0$ 。

又  $\overrightarrow{CD} = (2, -6, -2) = 2(1, -3, -1)$ ，

令  $B(1+t, -3-3t, -1-t)$  代入  $E$ ，

則  $1+t-6-6t-1-t=0, -6t=6, t=-1$ ，

所以  $B(0, 0, 0)$ 。

B.  $\begin{cases} 0.9x + 0.4y = x \\ 0.1x + 0.6y = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0.9x + 0.4y = x \\ 0.1x + 0.6y = y \end{cases}$ ，

又  $x + y = 1$ ，所以  $\begin{cases} x = 0.8 \\ y = 0.2 \end{cases}$ ，

故長期而言有 80% 的民眾採取線上方式購買口罩。

C.  $f(x) = \begin{vmatrix} 2x & x-1 \\ b & x-a \end{vmatrix} = 2x^2 - 2ax - bx + b$ ，

由餘式定理  $f(x)$  除以  $2x+1$  餘式為  $f\left(\frac{-1}{2}\right)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + a + \frac{1}{2}b + b = 5 \Rightarrow 2a + 3b = 9 \cdots \textcircled{1}$$

由因式定理可知， $x-2$  為  $f(x)$  的因式  $\Rightarrow f(2) = 0$

$$\Rightarrow 8 - 4a - 2b + b = 0 \Rightarrow 4a + b = 8 \cdots \textcircled{2}$$

由  $\textcircled{1}\textcircled{2}$  聯立可得  $\begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 2 \end{cases}$ ，所以  $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

$$\Rightarrow f(3) = 18 - 15 + 2 = 5。$$

D. 考慮四個四面體點數乘積不為四的倍數之情形有兩類，其一為出現四個奇數，其二為出現三個奇數且第四個為點數 2。故四個點數乘積為四的倍數的機率為

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 - C_3^4 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{13}{16}。$$

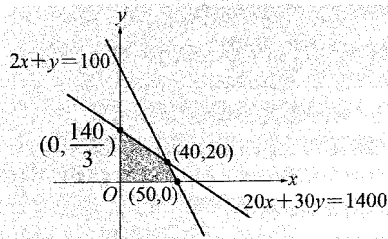
E. 設手機架賣出  $x$  個，筆筒賣出  $y$  個，其中  $x, y$  為非負整數，由題意可列出聯立不等式為

$$\begin{cases} 20x + 30y \leq 1400 \\ 2x + y \leq 100 \end{cases}，\text{目標函數為 } f(x, y) = 150x + 110y，$$

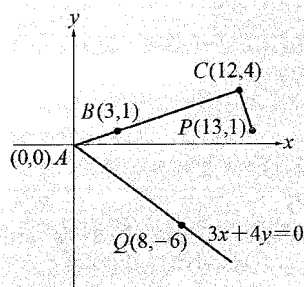
可行解區域的頂點為  $(0, 0), (50, 0), (0, \frac{140}{3}), (40, 20)$ ，

由頂點法可知，當手機價賣出 40 個，  
筆筒賣出 20 個會有最大收入，故  $a+b=60$ 。

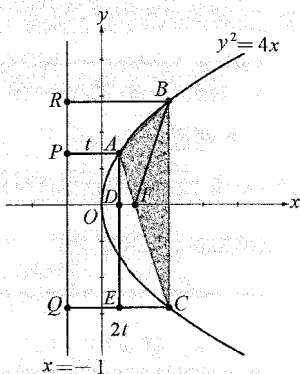
$(x, y)$	$(0, 0)$	$(50, 0)$	$(0, \frac{140}{3})$	$(40, 20)$
$150x + 110y$	0	7500	$5133\frac{1}{3}$	8200



- F. 甲從  $A$  點經五分鐘可走到  $B$  點，因速度及方向不變，  
因此，甲在第一段路每五分鐘位移為  $\overrightarrow{AB} = (3, 1)$ ，  
則  $\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AB} = (12, 4)$ ，  
順時針轉  $90^\circ$  後繼續走五分鐘抵達  $P$  點，  
此後為每五分鐘位移  $(1, -3)$ ，  
則  $\overrightarrow{AP} = (12, 4) + (1, -3) = (13, 1)$ ，可得  $P(13, 1)$ ；  
乙從  $A$  點出發沿直線  $3x + 4y = 0$  移動 10 單位到達  $Q$  點，  
因  $Q$  在  $x$  軸下方，代表乙的位移為  $2(4, -3) = (8, -6)$ ，  
所以  $Q(8, -6)$ ，則  $\overrightarrow{PQ}$  斜率為  $\frac{1 - (-6)}{13 - 8} = \frac{7}{5}$ 。



- G. 由餘弦定理可知  
 $76 = 4^2 + \overline{BC}^2 - 2 \times 4 \times \overline{BC} \times \cos 120^\circ \Rightarrow \overline{BC} = 6$ 。  
又  $\triangle ADC$  面積 =  $\triangle ABD$  面積 +  $\triangle BDC$  面積 -  $\triangle ABC$  面積，  
利用面積公式可得  
 $\triangle ADC$  面積  
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 120^\circ$   
 $= 4\sqrt{3}$  平方單位。
- H. 拋物線  $y^2 = 4x$ ，  
故焦點  $F(1, 0)$ ，  
準線  $x = -1$ 。  
設  $\overline{AP} = t$ ， $\overline{CQ} = 2t$ ，  
 $\overline{DF} = 2 - t$ ， $\overline{CE} = t$ ，  
又  $\overline{DF} : \overline{CE} = \overline{AF} : \overline{AC}$   
 $= 1 : 3$   
 $\Rightarrow \frac{2-t}{t} = \frac{1}{3} \Rightarrow t = \frac{3}{2}$ ，  
故  $A(\frac{1}{2}, \sqrt{2})$ ， $C(2, -2\sqrt{2})$ ，  
又  $\overline{BR} = \overline{BF} = 3 \Rightarrow B(2, 2\sqrt{2})$ 。  
所以  $\triangle ABC$  面積 =  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ 。



## 自然考科解析

1	2	3	4	5	6	7
D	A	E	D	C	D	B
8	9	10	11	12	13	14
E	D	C	C	C	E	D
15	16	17	18	19	20	21
E	B	D	A	E	A	A
22	23	24	25	26	27	28
D	B	B	A	E	ADE	CE
29	30	31	32	33	34	35
AB	DE	ABD	BE	ACD	BC	BE
36	37	38	39	40	41	42
DE	CE	BE	BC	CE	D	B
43	44	45	46	47	48	49
A	CD	C	BD	ACE	AD	B
50	51	52	53	54	55	56
ACE	BE	C	C	E	E	AE
57	58	59	60	61	62	63
C	E	ABE	ACD	AC	BE	CDE
64	65	66	67	68		
BE	ADE	AB	BE	D		

### 第壹部分

#### 一、單選題

- (A) 錯誤，超音波是力學波，非電磁波  
(B) 錯誤，1053 nm 雷射光是屬於紅外線波段  
(C) 錯誤，光子能量  $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ ，紅光光子波長  $\lambda$  較大，能量較藍光光子的能量低  
(D) 正確  
(E) 錯誤，藍光的頻率較紅光大
- 圖(2)中  $E_3$  與  $E_2$  差為  $0.5E$ 、 $E_2$  與  $E_1$  差為  $E$ 、 $E_3$  與  $E_1$  差為  $1.5E$ ，因此釋放出的三種光子其能量比為  $0.5E : E : 1.5E = 1 : 2 : 3$ ，根據光子能量  $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ ，光波長與光子能量成反比，因此釋放出的光波長應為  $\frac{1}{1} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 6 : 3 : 2$ ，(A) 選項光譜波長 600 nm、300 nm、200 nm 符合波長  $6 : 3 : 2$  比例。
- (A) 錯誤，由安培右手定則，左側直導線在  $A$  點建立入紙面磁場；右側直導線在  $A$  點建立出紙面磁場，但因左側直導線距離較近，建立磁場較大，故總磁場為入紙面  
(B) 錯誤，由安培右手定則，左側直導線在  $B$  點建立入紙面磁場；右側直導線在  $B$  點建立出紙面磁場，因  $B$  點位於中間對稱點，兩導線建立磁場大小相等，方向相反，故總和為零  
(C) 錯誤，導線框中心點由  $A$  移動至  $B$  的過程，入紙面磁力線總數愈來愈小，根據楞次定律，導線框必須產生入紙面磁力線，故感應電流方向為順時針  
(D) 錯誤，導線框中心點由  $B$  移動至  $C$  的過程，出紙面磁力線總數愈來愈大，根據楞次定律，導線框必須產生入紙面磁力線，故感應電流方向為順時針  
(E) 正確，導線框移動速率加快時，導線框內單位時間磁力線數變化較大，故平均感應電流變大
- (D) 選項中振動位移與原外界聲波相反，兩者疊加後，合成波的振幅為零
- 正向力、彈力、摩擦力在微觀之下，都是屬於原子或分子之間的電磁作用力，本題中的正向力與重力為一組平衡力，正向力與重力會互相抵銷，但正向力並非重力。地球對箭的地球引力為重力。
- 光強度較低的原因，為恆星光通過低溫氣體，電子由低能階躍遷到高能階，所形成的吸收光譜。