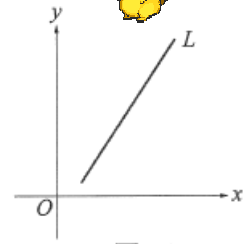


# 全國公私立高中 110 學年度第四次學測能力模擬考[南一版]

第壹部分：選擇題(占 85 分)

## 一、單選題(占 35 分)

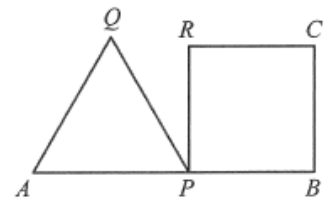


圖(1)

- 如何準確地記錄一條直線，當然方法很多。其中有一個方法就是量測出這條直線上任意一點的位置及這條直線的斜率即可。請利用你手邊現有的簡易測量工具，將圖(1)中直線  $L$  的斜率量測出來，其值最接近下列哪一個選項呢？  
(1) 1 (2) 1.5 (3) 2 (4) 2.5 (5) 3
- $\{a_n\}$  為等比數列，且每一項均為正數，若第一項到第十項的和為 369，第三項到第十二項的和為 164，則  $\frac{a_2}{a_1}$  的值為下列哪一個選項？ (1)  $\frac{9}{4}$  (2)  $\frac{3}{2}$  (3) 1 (4)  $\frac{2}{3}$  (5)  $\frac{4}{9}$
- 中央流行疫情指揮中心醫療應變小組於 2021 年 6 月 5 日報告：新冠肺炎死亡人數初步分析，其中大於 60 歲的死亡人數比例為 90%，死亡平均年齡為 72 歲；大於 60 歲的死亡個案中 80% 有慢性病史、不大於 60 歲的死亡個案中 70% 有慢病史，已知新冠肺炎死亡個案有慢性病史的條件下，其年齡大於 60 歲的機率最接近下列哪一個選項？  
(1) 0.72 (2) 0.8 (3) 0.85 (4) 0.88 (5) 0.91
- 某生物科技公司開發出新冠肺炎疫苗後，讓該公司的股價不斷地上漲，已知在 2021 年 6 月連續 30 天平均每天上漲幅度 8%，則 30 天後該公司的股價為一開始股價的倍數最接近下列哪一個選項？ (1) 2 倍 (2) 5 倍 (3) 8 倍 (4) 10 倍 (5) 12 倍
- 已知  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$  均為非零向量， $\vec{a} + 2\vec{b}$  平分  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$  夾角，且  $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{6}|\vec{b}|$ ，若  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$  的夾角為  $\theta$ ，則  $\cos \theta$  的值為下列哪一個選項？

- (1)  $-\frac{1}{4}$  (2)  $-\frac{1}{8}$  (3) 0 (4)  $\frac{1}{4}$  (5)  $\frac{1}{8}$

- 如圖(2)之示意圖， $\overline{AB} = 20$ ， $P$  在  $\overline{AB}$  上移動，以  $\overline{AP}$  為一邊作正  $\triangle APQ$ ，又以  $\overline{PB}$  為一邊作正方形  $PBCR$ ，則  $\overline{QR}^2$  的最小值最接近下列哪一個選項？



圖(2)

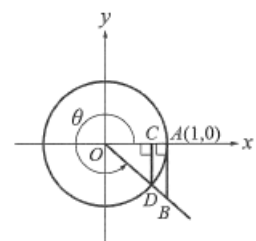
- (1) 26 (2) 27 (3) 28 (4) 29 (5) 30
- 關於物體的冷卻，牛頓觀察到一個冷卻體的冷卻速率和該物體溫度跟室溫的溫差成正比，我們稱之為牛頓冷卻定律。若一冷卻體的初始溫度為  $T_0$ ，且在室溫下放置了  $t$  小時的溫度為  $T(t)$ ，室溫為一常數  $H$ ，由牛頓冷卻定律可得關係式  $T(t) - H = (T_0 - H) \times 2^{-\alpha t}$ ，其中  $\alpha$  為常數。若我們從冷凍庫拿出一塊  $-2^\circ\text{C}$  的牛肉，在室溫  $23^\circ\text{C}$  下解凍，過了一小時，牛肉溫度為  $3^\circ\text{C}$ ，如果希望在料理時，牛肉溫度為  $13^\circ\text{C}$ ，則至少要再等待的時間最接近下列哪一個選項？ (1) 1 小時 (2) 1.5 小時 (3) 2 小時 (4) 2.5 小時 (5) 3.1 小時

## 二、多選題(占 30 分)

- 如圖(3)所示，單位圓  $x^2 + y^2 = 1$ ，圓上一點  $A(1,0)$ ， $\theta$  角的終邊與此圓交於  $D$  點， $D$  在  $x$  軸上的投影點為  $C$ ，過  $A$  作圓之切線交

$\overleftrightarrow{OD}$  於  $B$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1)  $\sin \theta = \overline{CD}$  (2)  $\cos \theta = \overline{OA}$  (3)  $\tan \theta = \overline{AB}$   
(4)  $\sin(180^\circ + \theta) = \overline{CD}$  (5)  $\cos(270^\circ - \theta) = \overline{CD}$



圖(3)

9. 某校高三第一次期中考結束後，抽選出十位學生並調出他們的數學及物理成績如下：

學生姓名	趙一	錢二	孫三	李四	周五	吳六	鄭七	王八	馮九	陳十
數學成績 $X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$
物理成績 $Y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$

經計算得到這十位學生數學成績的算術平均數與標準差分別為  $\mu_x$ 、 $\sigma_x$ ；物理成績的算術平均數與標準差分別為  $\mu_y$ 、 $\sigma_y$ ，其中  $\sigma_x = 16$  且  $\sigma_y = 14$ 。數學和物理成績的相關係為  $r$ 。

物理成績  $Y$  對數學成績  $X$  的迴歸直線為  $y = \frac{7}{8}x + 5$ 。試選出正確的選項。

- (1)  $0 < r < 1$  (2)  $\mu_x > \mu_y$   
 (3) 若這十位學生中陳十的數學成績是最高分，那麼他的物理成績也是最高分  
 (4) 這十位學生中，數學和物理成績的最低分可能是不同人  
 (5) 褚衛是這十位學生的同校同學，若褚衛數學成績 80 分，則他的物理成績為 75 分
10. 若  $x, y, z$  均為實數滿足  $|x-6| \leq 2$ ， $|y-2| \leq 3$ ， $|z+1| \leq 2$ 。試選出正確的選項。  
 (1)  $x-y$  的最大值為 3 (2)  $y-z$  的最小值為 2 (3)  $|x-y|+|y-z|$  的最小值為 3  
 (4) 當  $|x-y|+|y-z|$  之值為最小時， $y$  的取值可以為 0  
 (5) 當  $|x-y|+|y-z|$  之值為最大時， $y$  的取值可以為 5
11. 二階方陣  $A$  和  $B$  均代表平面上的線性變換，若矩陣  $A$  為平面上對  $y = mx$  作鏡射的矩陣，矩陣  $B$  為平面上以原點為中心旋轉  $\theta$  的旋轉矩陣，則下列哪些選項可能為  $AB$ ？

(1)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$  (3)  $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$  (5)  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$

12. 空間中有一平面  $E$  和直線  $L$  不相交， $A$  點為直線  $L$  上一點， $A$  點到平面  $E$  的距離為 5。已知直線  $M$  滿足以下兩個條件：  
 ① 直線  $M$  和直線  $L$  平行。 ②  $A$  點到直線  $M$  的距離為 2。  
 若  $B$  點為直線  $M$  上一點， $B$  點到平面  $E$  的距離為  $d$ 。試選出正確的選項。  
 (1)  $d = 2$  時，滿足條件①②的直線  $M$  只有一條  
 (2)  $d = 3$  時，滿足條件①②的直線  $M$  只有一條  
 (3)  $d = 5$  時，滿足條件①②的直線  $M$  只有兩條  
 (4)  $d = 7$  時，滿足條件①②的直線  $M$  只有兩條  
 (5)  $d = 8$  時，滿足條件①②的直線  $M$  只有一條
13. 已知三次多項函數  $y = f(x)$  的對稱中心為  $(2, k)$ ，將  $y = f(x)$  左移後圖形和  $y = 3x^3 - 9x^2 + bx + c$  重合，又  $f(x)$  除以  $(x-2)^2$  的餘式為  $4x-7$ 。試選出正確的選項。  
 (1)  $k = 1$  (2)  $b = 5$  (3)  $c = 6$  (4)  $f(x)$  除以  $(7x-7)$  的餘式為 6  
 (5)  $f(x)$  除以  $\frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$  的餘式為  $7x-13$

### 三、選填題(占 20 分)

14. 因公益彩卷公司發行一種刮刮樂，每張售價 100 元，其遊戲玩法是從六個位置去選擇兩個位置來刮，而這六個位置是由 100 元、200 元、300 元各兩個任意排列而成，若刮到的兩個位置數字金額相同，則可獲得此金額，其餘皆無獎金，則顧客買一張刮刮樂獲利的期望值為\_\_\_\_\_元。

15.坐標平面上  $O$  為原點，二階方陣  $A$  代表一個平面上的線性變換，矩陣  $A$  將  $P(\cos \theta, \sin \theta)$  變換到  $P'(2, 0)$ ，也將  $Q(-\sin \theta, \cos \theta)$  變換到  $Q'(0, 2)$ ，其中  $\theta \in \mathbf{R}$ ，則  $\triangle OP'Q'$  經矩陣  $A$  變換後的三角形面積為\_\_\_\_\_。

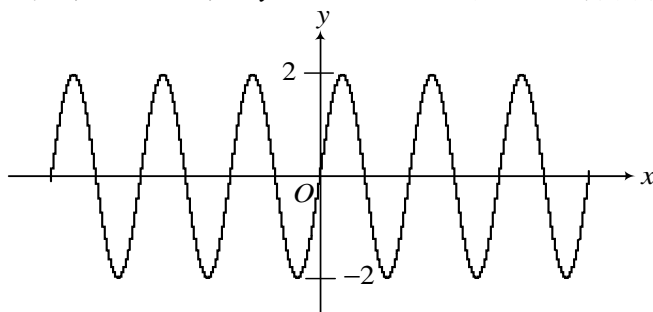
16.已知  $\triangle ABC$  是圓  $\Gamma: x^2 + y^2 - 4x - 6y = 32$  的圓內接三角形，若  $\vec{u} = (3, 4)$ ,  $\vec{v} = (-1, 2)$ ，且  $\vec{AB} // \vec{u}, \vec{AC} // \vec{v}$ ，則  $\overline{BC} =$ \_\_\_\_\_。

17.空間中，若平面  $x+5y=10$  分別和  $yz$  平面、 $xz$  平面交於直線  $L_1, L_2$ 。若  $P, Q$  兩點分別在直線  $L_1, L_2$  上，當  $\overline{PQ}$  最小時， $\overrightarrow{PQ} =$ \_\_\_\_\_。

**第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)**

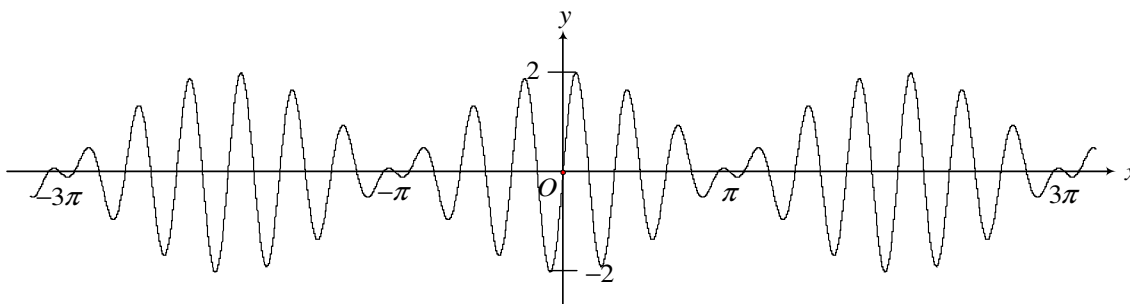
18-20 題為題組

樂器調音時的拍頻原理如下：下圖(4)為  $y = f_1(x) = \sin 7x + \sin 7x$  的部分函數圖形。當樂器的聲音  $y = \sin 7x$  與標準音叉的聲音  $y = \sin 7x$  一致時，音量保持恆定，則調音完成。



圖(4)

下圖(5)為  $y = f_2(x) = \sin 7x + \sin 6x$  的部分函數圖形。當樂器的聲音  $y = \sin 6x$  與標準音叉的聲音  $y = \sin 7x$  不一致時，音量會忽大忽小，則調音未完成。



圖(5)

已知  $f(x) = \sin ax + \sin bx$ ，其中  $a, b \in \mathbf{N}$ 。

性質 1：若  $a, b$  互質，則  $f(x) = \sin ax + \sin bx$  的週期為  $2\pi$ 。

性質 2： $k$  為正實數，若  $f(x)$  的週期為  $2\pi$ ，則  $f(kx)$  的週期為  $\frac{2\pi}{k}$ 。

請利用以上兩個性質，回答下列問題：

18.  $y = f_1(x) = \sin 7x + \sin 7x$  的週期為下列哪一個選項？(單選題，5 分)

- (1)  $\frac{\pi}{7}$  (2)  $\frac{2\pi}{7}$  (3)  $\pi$  (4)  $\frac{4\pi}{7}$  (5)  $2\pi$

19. 試計算出  $y = f_3(x) = \sin 70x + \sin 69x$  的週期為多少？(非選擇題，5 分)

20. 試計算出  $y = f_4(x) = \sin 7x + \sin 6.9x$  的週期為多少？(非選擇題，5 分)

**RA497 全國公私立高中 110 學年度第四次學測能力模擬考[南一版]**

**參考答案**

**選擇題：1. (2) 2. (4) 3. (5) 4. (4) 5. (1) 6. (2) 7. (5) 8. (4)(5) 9. (3) 10. (3)(5)**

**11. (4)(5) 12. (2)(3) 13. (1)(5)**

**選填題：14. -60 15. 8 16. 12 17. (10, -2, 0)**

**混合題：18. (2) 19.  $2\pi$  20.  $20\pi$**