

# 110 學年度全國高級中學第四次學科能力測驗數學 A(110-E4)

## 第壹部分：選擇題(占 85 分)



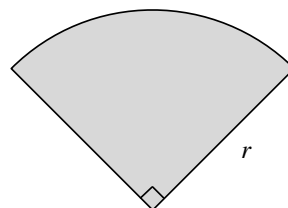
### 一、單選題(占 35 分)

1. 如右圖，某艘超大型貨櫃輪船疑似因瞬間強風吹襲導致船身偏離航道，在埃及 蘇伊士運河 擱淺，造成運河航行受阻，全球貨物貿易損失每小時約達 4 億美元。已知此艘貨櫃輪船體長度約  $10^{2.602}$  公尺，若將其船身直立起，則它的高度與下列何者最接近？



- (1) 巴黎的艾菲爾鐵塔(高度約 300 公尺)  
(2) 高雄的 85 大樓(高度約 348 公尺)  
(3) 杜拜的瑪麗娜 23 大廈(高度約 395 公尺) (4) 紐約的中央公園塔(高度約 472 公尺)  
(5) 臺北的 101 大樓(高度約 508 公尺)

2. 如右圖，竹崎想將住家附近一塊半徑為  $r$  公尺，圓心角為  $\frac{\pi}{2}$



的扇形空地規劃成小型棒球練習場。已知此塊空地的面積為  $(102 - 20\sqrt{2})\pi$  平方公尺，試問  $r$  之值最接近下列何者？

- (1) 16 (2) 17 (3) 18 (4) 19 (5) 20

3. 角色扮演遊戲(Role-Playing Game)是一種遊戲類型，簡稱 RPG，玩家在遊戲中可扮演一個或多個角色進行遊戲，並通過操控遊戲角色與敵人戰鬥，提升戰鬥力、收集裝備以及完成遊戲設定的任務關卡。已知某款 RPG 手遊中的角色人物只要每通過 1 關，就可提升戰鬥力 20%，試問至少需通過幾關才能使戰鬥力超過原先的 4 倍？

- (1) 4 關 (2) 5 關 (3) 6 關 (4) 7 關 (5) 8 關

4. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 30^\circ$ ， $\overline{CD}$  垂直  $\overline{AB}$  於  $D$  點，且滿足  $\overline{AB}:\overline{CD} = 4\sqrt{3}:1$ 。試問  $\cos \angle ACB$  之值為下列何者？

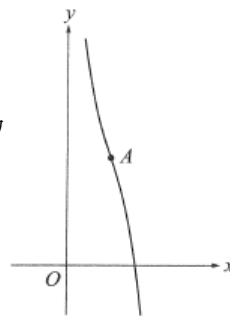
- (1)  $\frac{-2\sqrt{7}}{7}$  (2)  $\frac{-\sqrt{21}}{7}$  (3)  $\frac{-\sqrt{7}}{7}$  (4)  $\frac{-1}{7}$  (5)  $\frac{\sqrt{21}}{7}$

5. 在坐標空間中，已知  $L_1: x-1 = \frac{y+a}{-2} = -z$  與  $L_2: \frac{x-b}{-1} = \frac{y-13}{6} = \frac{z-3}{2}$  為平面  $E$  上的兩直線，若平面  $E$  通過點  $P(0, -3, 0)$ ，則  $a+b$  之值為下列何者？

- (1) -6 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4

6. 已知三次函數  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  的部分圖形如右圖，其中  $A$  點為圖形的對稱中心，試問此三次函數可能為下列何者？

- (1)  $y = (x-3)^3 - 2(x-3) + 5$  (2)  $y = x^3 - x^2 + 2x + 3$   
(3)  $y = -x^3 - 3x + 5$  (4)  $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 7$   
(5)  $y = -x^3 + 6x^2 - 15x + 19$



7. 在某綜藝外景節目中，所有參賽來賓分成黑、黃兩隊進行闖關競賽，最後獲勝隊伍的隊長可以參加金錢爆遊戲來得到獎金，其規則為投擲一顆公正的骰子一次，出現 1 點或 2 點則選擇甲袋，出現其他點數則選擇乙袋，並由袋中隨機一次取出一球，取後不放回，每球被取出的機率相等，共取五次，而所取出的球號依序代表所得獎金金額的個位、十位、百位、千位、萬位數字(例如五次取出的球號依序為 3 號、6 號、9 號、1 號、8 號，則可得獎金 81963 元)。已知甲袋中有 2 號、6 號、7 號、8 號、9 號共五顆球，乙袋中有 1 號、3 號、5 號、6 號、8 號共五顆球，試問在該獲勝隊伍所得獎金超過 5 萬元的條件下，其隊長在金錢爆遊戲中，投擲一顆骰子所出現點數為 6 點的機率為下列何者？

- (1)  $\frac{1}{8}$  (2)  $\frac{3}{20}$  (3)  $\frac{3}{10}$  (4)  $\frac{1}{2}$  (5)  $\frac{3}{5}$

## 二、多選題(占 30 分)

8. 近年來，交通工具越來越普及，車輛越來越多，駕駛或行人也常因不遵守交通規則，而發生車禍。下表是交通部統計處從 102 年至 109 年我國機動車輛數與道路交通事故肇事件數的相關數據。試根據表格資料選出正確的選項。

年別	機動車輛數(輛)	道路交通事故肇事件數(件)
102 年	21,562,645	278,388
103 年	21,290,279	307,842
104 年	21,400,863	305,413
105 年	21,510,650	305,556
106 年	21,704,365	296,826
107 年	21,871,240	320,315
108 年	22,111,807	341,972
109 年	22,297,000	362,393

- (1) 從 103 年至 109 年，機動車輛數逐年遞增
- (2) 從 104 年至 109 年，道路交通事故肇事件數逐年遞增
- (3) 109 年比 102 年的道路交通事故肇事件數增加了不到九萬件
- (4) 上表中，109 年每萬輛機動車的道路交通事故平均肇事件數超過 150 件
- (5) 上表中，我國每年的機動車輛數和道路交通事故肇事件數為正相關

9. 假設  $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ ， $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ ， $\vec{c} = (x_3, y_3, z_3)$  為空間中三個非零向量，

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix}. \text{ 已知 } AB = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \text{ 試選出正確的選項。}$$

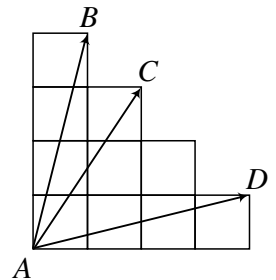
- (1)  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 2$  (2)  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$  (3)  $\vec{a} = -\vec{b}$
- (4)  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$  (5)  $|\vec{a}| + |\vec{b}| > |\vec{a} + \vec{b}|$

10. 右圖是由 10 個大小相同的正方形所組成的圖案，已知  $A, B, C, D$

為其中四個頂點，且滿足  $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 32$ ，試選出正確的選項。

- (1)  $|\vec{AB}| = 2\sqrt{17}$  (2)  $\left| \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} \right| = 52$  (3)  $\vec{AC} \cdot \vec{AB} < \vec{AC} \cdot \vec{AD}$

- (4)  $\cos \angle BAD = \frac{8}{17}$  (5)  $\triangle ABD$  的面積為 34



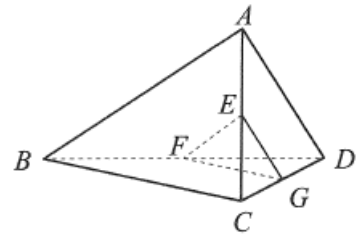
11. 已知矩陣  $A = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & -\sin \frac{\pi}{3} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} \end{bmatrix}$  與矩陣  $B = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & \sin \frac{\pi}{3} \\ -\sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} \end{bmatrix}$ ，試選出正確的選項。

- (1) 矩陣  $B$  代表坐標平面的一個旋轉變換 (2)  $A + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (3)  $A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- (4)  $AB = BA$  (5)  $B^{-1} = B^2$

12. 下午第一節課，數學老師希望同學能快速清醒，所以先讓全班 40 位同學玩報數遊戲。由座號 1 號、2 號、3 號、……、40 號依序報數，其報數規則為座號 1 號報出的數為 1，之後每一位同學報出的數皆比前一位同學報出的數多 4，且報出的數為 3 的倍數的該位同學必須舉手，直到全班報數完才能放下。假設全班 40 位同學報出的數及舉手的情形皆正確，試選出正確的選項。

- (1) 有同學報出的數為 67 (2) 座號 24 號的同學在報數的時候必須舉手  
 (3) 在報數的過程中，共有 13 位同學舉手  
 (4) 在報數的過程中，所有舉手同學的座號形成一等比數列  
 (5) 在報數的過程中，所有舉手同學的座號形成一等差數列

13. 如右示意圖，在四面體  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$ 、 $G$  分別為線段  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 、 $\overline{CD}$  的中點，且滿足  $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{EF} = \sqrt{6}$ 。設  $\overrightarrow{DA}$  與  $\overrightarrow{CB}$  的夾角為  $\theta$ ，試選出正確的選項。



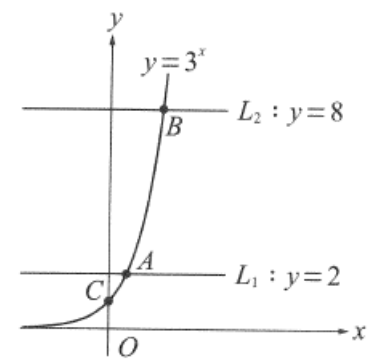
- (1) 直線  $AD$  與直線  $BC$  歪斜 (2)  $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{EF}$  平行  
 (3)  $\overrightarrow{AD}$  與  $\overrightarrow{EG}$  平行 (4)  $\theta < \frac{\pi}{3}$  (5)  $|\overrightarrow{DA} \times \overrightarrow{CB}| = 10\sqrt{2}$

### 三、選填題(占 20 分)

14. 已知多項式  $f(x)$  除以  $x+3$  的商式為  $q(x)$ ，餘式為 1。若  $q(x)$  除以  $x^2 - 5x + 4$  的餘式為  $3x+2$ ，則  $f(x)$  除以  $x-4$  的餘式為\_\_\_\_\_。

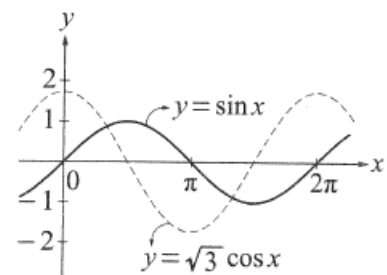
15. 安裝在航空器上的飛行記錄器，俗稱黑盒子，常被用於航空事故的調查。某架戰鬥機在執勤時不慎墜落在一片空地，軍方在此片空地的  $M$  點發現大片的飛機殘骸，並在以  $M$  點為圓心，半徑為  $r$  公尺的圓  $\Gamma$  內部(含邊界)尋找此架戰鬥機的黑盒子，以便還原事故發生的過程。已知三位軍方人員東石、泰煥、日錫均位於圓  $\Gamma$  上，而另一位軍方人員元泰位於東石與泰煥的中點處。若泰煥位於東石的東方 600 公尺處，日錫位於元泰的北方 900 公尺處，且  $M$  點也位於元泰的北方，則  $r =$ \_\_\_\_\_。

16. 如右圖，已知  $O$  為原點，且  $y = 3^x$  的圖形與直線  $L_1: y = 2$ ， $L_2: y = 8$  及  $y$  軸分別交於  $A$ ， $B$ ， $C$  三點。



若  $\overrightarrow{OA} = m\overrightarrow{OB} + n\overrightarrow{OC}$ ，則數對  $(m, n) =$ \_\_\_\_\_。  
 (化為最簡分數)

17. 右圖為  $y = \sin x$  與  $y = \sqrt{3} \cos x$  的部分圖形，已知有一直線  $L: x = k$  與  $y = \sin x$ 、 $y = \sqrt{3} \cos x$  的圖形分別交於  $A$ 、 $B$  兩點，若  $0 \leq k < \frac{3\pi}{2}$ ，則  $k =$ \_\_\_\_\_  $\pi$  時， $\overline{AB}$  有最大值。  
 (化為最簡分數)



## 第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

### 18-19 題為題組

參加大學個人申請的同學必須先通過第一階段篩選門檻，才可以進入第二階段「指定項目甄試」，甄試的內容由各校系自訂，但大多校系皆有辦理面試，因此許多高中每年都會聘請專業老師舉辦校內模擬面試。已知傑森、大衛、史考特、瓊麗四位同學參加校內應用數學系的模擬面試，在面試的教室中，共有 8 個排成一排的座位讓學生選擇入座。學校為了防疫安全與維持社交距離，特別規定參加模擬面試的同學不得相鄰而坐，即每位同學之間至少要相隔一個空位，試回答下列問題。

18. 因為傑森與大衛為同班同學，所以除了遵守防疫規定以外，還必須坐在史考特與瓊麗兩人之間。試問傑森、大衛、史考特、瓊麗四位同學符合上述規定的坐法共有幾種？

(單選題，5 分)

(1) 5 種 (2) 10 種 (3) 16 種 (4) 20 種 (5) 120 種

19. 學校為了鼓勵通過個人申請第一階段篩選門檻的同學積極參加校內模擬面試，特別準備了一個祈福活動，其內容為模擬面試完的每位同學都必須投擲兩顆公正的骰子一次，若兩顆骰子當中較大的點數為  $x$ ，則可獲得  $60x$  元的文具禮券。例如：兩顆骰子出現的點數為 2 點與 5 點則可獲得 300 元的文具禮券；兩顆骰子皆出現 3 點，則可獲得 180 元的文具禮券。試求參加此祈福活動可獲得文具禮券的期望值為多少元？（非選擇題，10 分）

RA498 110 學年度全國高級中學第四次學科能力測驗數學 A(110-E4)

參考答案

選擇題：1. (3) 2. (2) 3. (5) 4. (1) 5. (4) 6. (5) 7. (2) 8. (1)(3)(4)(5) 9. (1)(2)(5)  
10. (1)(4) 11. (1)(2)(4) 12. (2)(3)(5) 13. (1)(3)(5)

選填題：14. 99 15. 500 16.  $\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}\right)$  17.  $\frac{5}{6}$

混合題：18. (4) 19.  $\frac{805}{3}$ 元