



第五次聯合模擬考(數學甲)

第壹部分：選擇題(佔 76 分)

一、單選題(占 24 分)

- 由 1, 2, 3, 4, 5 五個數字所組成(數字可重複)的四位數中, 含有奇數個 1 的共有?
 (1) 256 個 (2) 260 個 (3) 270 個 (4) 272 個 (5) 125 個
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 為直角, 設 a, b, c 分別是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長且 $\sin A < \sin B$, 下列哪一個選項恆成立?
 (1) $b < a$ (2) $\cos A < \sin A$ (3) $\cos A < \sin B$ (4) $\sin A < \tan A$ (5) $\tan B < \tan A$
- 擲一公正的硬幣 8 次的試驗中, 令 P_n 代表恰出現 n 次正面的機率, 若硬幣出現正面, 稱為成功。下列選項何者正確?
 (1) $P_4 = \frac{1}{2}$ (2) $P_2 > P_6$ (3) P_0, P_1, \dots, P_8 中最大值為 P_0
 (4) P_0, P_1, \dots, P_8 中平均值為 1 (5) 成功次數的期望值為 4
- 同時投擲三顆公正骰子一次, 若已知三顆點數的平均數為 3, 則中位數也為 3 的機率為何?
 (1) $\frac{25}{216}$ (2) $\frac{13}{216}$ (3) $\frac{12}{216}$ (4) $\frac{12}{25}$ (5) $\frac{13}{25}$

二、多選題(占 24 分)

- 已知隨機變數 X , 滿足期望值 $E(-2X + 8) = -12$, $E(X^2) = 121$, 則下列哪些選項是正確的?
 (1) $E(X) = 10$ (2) $E(X) = 11$ (3) 變異數 $Var(X) = 21$
 (4) $E(X^2) = [E(X)]^2$ (5) 標準差 $\sigma_X = 11$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 若 a, b 和 c 分別為三內角 $\angle A, \angle B$ 和 $\angle C$ 的對邊長, 則下列哪些選項是正確的?
 (1) 若 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 則 $\angle A = 60^\circ$ (2) 若 $a^2 + b^2 > c^2$, 則 $\triangle ABC$ 為銳角三角形
 (3) 若 $2a \cdot \cos B = c$, 則 $\triangle ABC$ 為等腰三角形
 (4) 若 $\sin 2A = \sin 2B$, 則 $\triangle ABC$ 為等腰三角形
 (5) 若 $a^2 + b^2 < c^2$, 則 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形
- 設 a, b 皆為正整數, 方程式 $f(x) = 5x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ 的根都是有理根且 $a - b = 4$, 請選出正確的選項。
 (1) $f(1) = 0$ (2) $f(x) = 0$ 無正根 (3) $x + 1$ 為 $f(x)$ 的因式 (4) $a = 11$ (5) $f(x) = 0$ 有重根

三、選填題(占 28 分)

- A. 在空間中, 以 \overline{AB} 為共同邊的正三角形 ABC 及正方形 $ABDE$, 若假設每邊長皆為 6, 已知內積 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = 12$, 則 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} =$ _____。

- B. 小明將矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 2 & 3 & 1 & 11 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \end{bmatrix}$ 經過列運算後矩陣化成 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 1 & \beta \\ 1 & 0 & 1 & \gamma \end{bmatrix}$, 試問 $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma =$ _____。

C. 若 x, y 皆為大於 0 且不等於 1 的實數，滿足 $\log_x 3 = \log_y 9 = \log_{x+y} 27$ ，
則 $x - y =$ _____。

D. 同時滿足 $z - \bar{z} = 8i$ (其中 \bar{z} 為 z 的共軛複數， $i = \sqrt{-1}$) 及 $|z - (3 + 5i)| = 1$ 的複數 z ，試問
 z 的絕對值 $|z| =$ _____。

第貳部分：非選擇題(佔 24 分)

一、平面上，兩相異直線方程式 $L_1: 2x + y = 3$ 、 $L_2: x + y = 1$ 經由線性變換 $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，分別

換成 L'_1 及 L'_2 。

(1) 求 L'_1 的方程式。(5 分)

(2) 若 L'_1 和 L'_2 的夾角 α ，求 $\sin \alpha = ?$ (7 分)

二、設三平面 $E_1: 2x + y - z = 5$ ， $E_2: 2x + 3y + z = 11$ ， $E_3: x + 2y + z = k$ 交於一直線 L ，求：

(1) 實數 k 值？(5 分)

(2) 求點 $A(5, 0, 8)$ 到直線 L 的最短距離？(7 分)

RA5103 全國公私立高級中學 106 學年度指定科目

第五次聯合模擬考(數學甲) 參考答案

第壹部分：選擇題

1.(4) 2.(4) 3.(5) 4.(5) 5.(1)(3) 6.(3)(5) 7.(2)(3)(4)(5)

選填題

A. 30 B. 60 C. -1 D. 5

第貳部分：非選擇題

一、(1) $x+y=6$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、(1) 7 (2) $\sqrt{14}$