

全國公立高級中學 110 學年度分科測驗第五次聯合模擬考卷 II

第壹部分：選擇題(共占 76 分)



一、單選題(占 18 分)

1. 某個國家中，民眾的飲食習慣可區分為米飯與麵食兩大類。經調查後發現，前一天晚餐吃米飯的人，隔天改吃麵食的比例為 60%。前一天晚餐吃麵食的人，隔天改吃米飯的比例為 90%。若 9 月 1 日晚餐吃麵食的民眾比例為 80%，則 9 月 4 日晚餐吃米飯的民眾比例為下列哪一個選項？(1) 80% (2) 65% (3) 50% (4) 35% (5) 20%
2. 已知 a, b 皆為正整數且 $a < b$ ，若 $|x-6| > |2x-6|$ 且 $|x-a| > |x-b|$ 有實數解，則數對 (a, b) 有幾組解？(1) 0 (2) 3 (3) 6 (4) 9 (5) 12
3. 已知 $\log_2 x - x + 6 = 0$ 的兩根為 α, β ， $0.5^x + x - 6 = 0$ 的兩根為 γ, δ ，則 $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 之值為下列哪一個選項？(1) 0 (2) 3 (3) 6 (4) 9 (5) 12

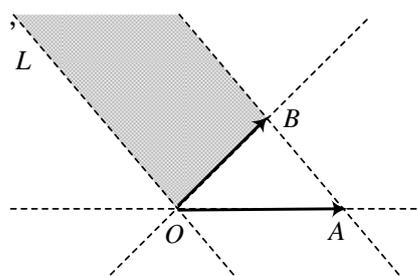
二、多選題(占 40 分)

4. 若實係數多項式函數 $f(x)$ 除以 $x^3 - x^2$ 的餘式為 $3x + 7$ ，請問下列選項哪些是正確的？

- (1) $f(x)$ 係數的總和必定為 10
- (2) $f(x)$ 除以 x^2 的餘式必定為 $3x + 7$
- (3) $f(x)$ 除以 x^3 的餘式必定為 $3x + 7$
- (4) $f(x)$ 除以 x 的餘式必定為 $3x + 7$
- (5) $x^2 f(x) + x^2$ 除以 $3x^3 - 3x^2$ 的餘式必定為 $11x^2$

5. 圖(1)為示意圖，直線 L 平行直線 AB ，已知 $\vec{OP} = \alpha \vec{OA} + \beta \vec{OB}$ ，請問下列哪些選項中的 α 與 β ，會使得 P 點落在灰色區域？(灰色區域不包含邊界)

- (1) $\alpha = -0.2$ 且 $\beta = 0.8$
- (2) $\alpha = 0.2$ 且 $\beta = 0.8$
- (3) $\alpha = 1.2$ 且 $\beta = -0.8$
- (4) $\alpha = \log 0.6$ 且 $\beta = \log 8$
- (5) $\alpha = 2^{-10}$ 且 $\beta = 3^x$



圖(1)

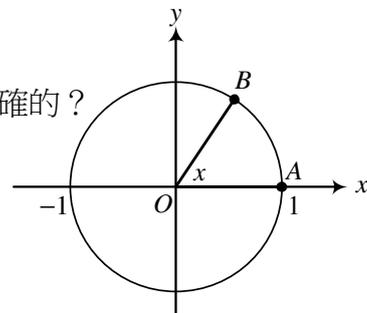
6. 袋中有編號 1, 2, 3, ..., 9 顆球，每顆球被取出的機率皆為 $\frac{1}{9}$ ，請問下列選項哪些是正確的？

- (1) 從袋中取出 1 顆球，其編號的期望值為 4.5
- (2) 從袋中 1 次取出 1 顆球，取 3 次，取後放回，其編號總和的期望值為 15
- (3) 從袋中 1 次取出 1 顆球，取 2 次，取後不放回，其編號總和的期望值為 9
- (4) 從袋中 1 次取出 1 顆球，取 2 次，取後放回，其編號乘積的期望值為 25
- (5) 從袋中 1 次取出 1 顆球，取 2 次，取後不放回，其編號乘積的期望值為 25

7. 圖(2)為示意圖，圖中 O 點為圓心，圓半徑為 1， A, B 為

圓上兩點， $\angle AOB = x$ 徑，且 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ，請問下列選項哪些是正確的？

- (1) $\frac{x}{2} < \sin \frac{x}{2}$
- (2) $\sin x < \cos(x+2)$
- (3) $1 - \cos^2 x < 2 - 2 \cos x$
- (4) $2 - 2 \cos x < x^2$
- (5) $x^2 < \frac{\pi^2}{2} - x^2$



圖(2)

8. 設拋物線 $\Gamma: x^2 = 4c(y-k)$ 中， $c > 0$ ，焦點為 F ，準線為 x 軸，直線 M 通過焦點 F ，且與拋物線 Γ 相交於 A, B 兩點，若 A 點坐標為 $(a, 10)$ ， B 點坐標為 $(b, 40)$ ，其中 $a < 0, b > 0$ ，請問下列選項哪些是正確的？

- (1) 直線 M 的斜率為 $\frac{3}{4}$ (2) A 點的坐標為 $(-8, 10)$ (3) B 點的坐標為 $(32, 40)$
(4) 焦點 F 的坐標為 $(0, 16)$ (5) 頂點的坐標為 $(0, 8)$

三、選填題(占 18 分)

9. 某已知 a, b, c 皆為實數， $y = a \sin x + b \cos x + c$ 的函數圖形對稱於 $(3, 4)$ ，且振幅為 5，則 $a^2 + b^2 + c^2 =$ _____。

10. 數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 $a_1 = 5$ ，當 n 為大於或等於 2 的正整數時， $a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}$ 。
若 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_k} \geq \frac{7}{12}$ ，則正整數 k 的最小值為 _____。

11. 已知 $i = \sqrt{-1}$ ，則複數 $-i + \cos 160^\circ + i \sin 160^\circ$ 的主幅角為 _____ 度。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 24 分)

12 至 14 題為題組

袋子中有 a 顆球，其中 60 顆球的顏色為紅色，其餘的球的顏色不是紅色。令每次抽中紅球的機率為 p 。每次從袋子抽出 1 顆球，記錄其顏色後便放回袋子中。連續抽 n 次，取得紅球次數的期望值為 80 次，標準差為 4 次。

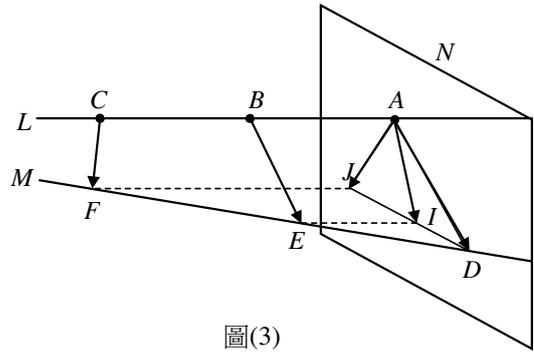
12. 試求 p 之值。(3 分)

13. 試求數對 (a, n) 的值。(3 分)

14. 令連續抽 n 次，其中恰好 k 次取得紅球的機率 $C_k^n p^k (1-p)^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$ 為 $f(k)$ ，其中 $0 \leq k \leq n$ 且 k 為整數。證明若 $f(M) \geq f(M-1)$ 且 $f(M) \geq f(M+1)$ ，則 $M = 80$ 。(6 分)

15 至 17 題為題組

圖(3)為示意圖，空間中，直線 L 與直線 M 為歪斜線，直線 L 垂直平面 N 於 A 。直線 L 另有 B, C 兩點使得 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 。直線 M 上有三點 D, E, F ，其中 $\overline{AD}, \overline{BE}, \overline{CF}$ 皆垂直 \overline{AC} ，且 $\overline{AD} = 8, \overline{BE} = 5, \overline{CF} = 6$ 。因此 D 亦在平面 N 上，並令 B, C, E, F 在平面 N 的投影點依序為 G, H, I, J 。



圖(3)

15. 請問 $|\overrightarrow{AG}| + |\overrightarrow{AH}| + |\overrightarrow{GH}|$ 之值為下列哪一個選項？ (單選，3 分)

- (1) 0 (2) 6 (3) 10 (4) 24 (5) 26

16. 請問下列選項哪些是正確的？ (多選題，4 分)

- (1) $\overline{AI} > 5$ (2) $\overline{AJ} < 5$ (3) \overline{DE} 與 \overline{EF} 的長度必定相等
 (4) \overline{AI} 必為 $\triangle ADJ$ 的內角平分線
 (5) 直線 L 與直線 M 的距離必等於 $\triangle ADJ$ 在 \overline{DJ} 上的高的長度

17. 直線 L 與直線 M 的距離為多少？ (5 分)

**RA5118 全國公私立高級中學 110 學年度分科測驗第五次聯合模擬
考卷 II 參考答案**

選擇題：1. (2) 2. (4) 3. (5) 4. (1)(2)(5) 5. (1)(4) 6. (2)(4) 7. (3)(4)(5) 8. (1)(2)(3)(4)(5)

選填題：9. 41 10. 6 11. 215

混合題或非選擇題：12. $\frac{4}{5}$ 13. $a=75, n=100$ 14. 略
15. (1) 16. (3)(5) 17. 4.8