

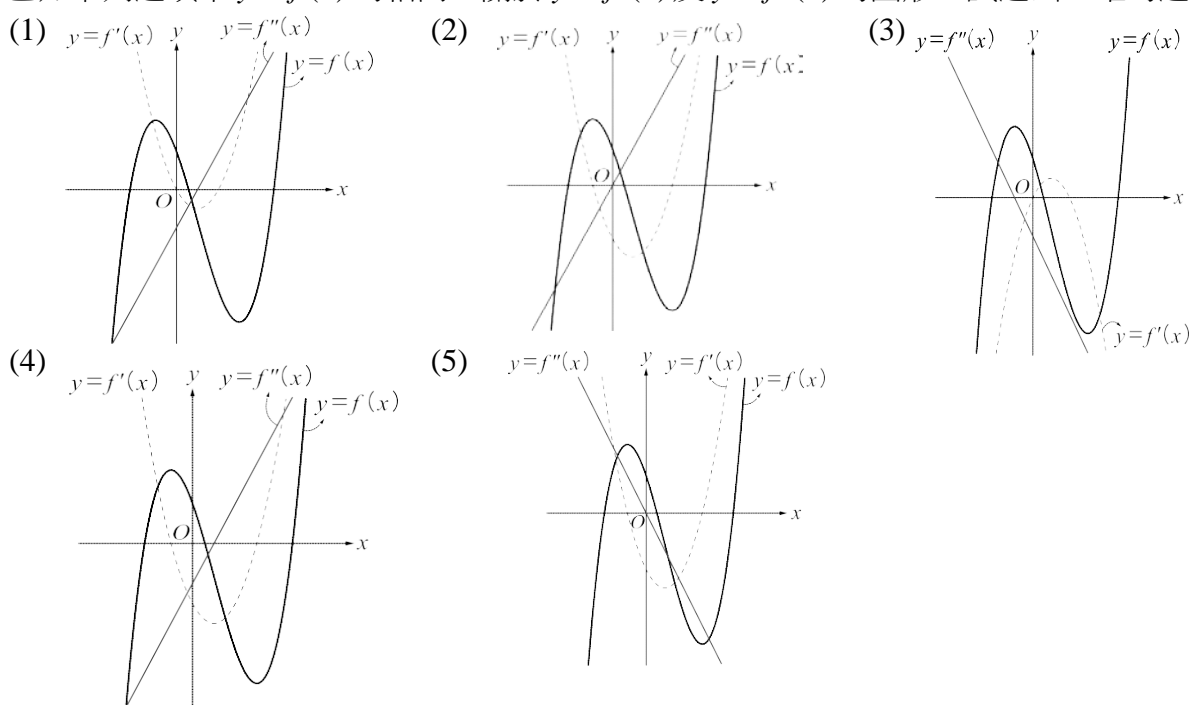
# 臺中市立高級中學 111 學年度分科測驗第二次聯合複習考數學甲



## 第壹部分：選擇(填)題(占 76 分)

### 一、單選題(占 18 分)

1. 某天有 6 名男學生和 8 名女學生參加老師家的聚會，每人均穿上一件紅色、黃色或是藍色的  $T$  恤，老師看到任意兩個不同性別的學生穿著的顏色不同，女生的  $T$  恤同一種顏色，而男生的  $T$  恤有兩種顏色，則這 14 名學生穿著  $T$  恤的顏色有多少種可能性？  
 (1) 62 種 (2) 64 種 (3) 186 種 (4) 192 種 (5)  $3^{14}$  種
2. 已知下列選項中  $y = f(x)$  均相同，關於  $y = f'(x)$  及  $y = f''(x)$  的圖形，試選出正確的選項。



3. 函數  $y = \cos x$  的圖形和  $y = \log \frac{(x-\pi)^2}{2}$  的圖形所有交點的  $x$  坐標之和為何？

- (1)  $4\pi$  (2)  $9\pi$  (3)  $5\pi$  (4)  $\frac{11}{2}\pi$  (5)  $6\pi$

### 二、多選題(占 40 分)

4. 以  $O$  為原點的坐標平面上有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  相異五點，若向量  $\vec{OC} = \frac{1}{2}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$ 、

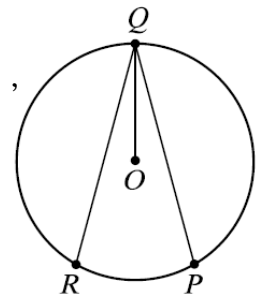
$$\vec{OD} = \frac{3}{5}\vec{OA} + \frac{2}{5}\vec{OB}, \vec{OE} = -\frac{3}{2}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB},$$

- (1)  $C$  在  $\overline{AB}$  上 (2)  $D$  在  $\overline{AC}$  上 (3)  $C$ 、 $D$ 、 $E$  三點共線  
 (4)  $\overline{AD}$  的長度是  $\overline{AC}$  長度的 1.2 倍 (5) 存在  $t > 1$ ，使得  $\vec{BE} = t\vec{BA}$

5. 已知  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{|x-1|}$  存在，則以下哪些極限存在？ (1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{|x^2-x|}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x))^2}{(x-1)^2}$

- (3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2}$  (4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)f(x)}{|x-1|}$  (5)  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - \pi]$ ，其中  $[f(x) - \pi]$  表示不大於  $f(x) - \pi$  的最大整數

6. 數線上，若  $a$  到 1、2、3 的距離和記為  $f(a)$ ， $a$  到 1、3、5 的距離平方和記為  $g(a)$ ，則以下敘述哪些正確？ (1)  $f(a)$  可能為  $\sqrt{2}$  (2)  $g(a)$  可能為 8 (3) 若  $f(a) = f(4)$ ，則  $g(a)$  的最大值為 35 (4) 存在  $a$  使  $f(a) = g(a)$  (5) 恰有 1 個  $a$  使  $f'(a) = g'(a)$
7. 有一地區因應某傳染病，有 A、B、C 三種疫苗可以選打，也可以混打，但打 C 疫苗之前，一定要打 A 疫苗。疫管署為了調查施打疫苗的狀況，舉辦填 google 表單就可參加抽獎的活動，發現填表單的男性中，打過 A 疫苗、B 疫苗、C 疫苗的比例分別為 80%、70%、60%。而填表單的女性中，打過 A 疫苗、B 疫苗、C 疫苗的比例分別為 70%、50% 及 30%，如果填表單的男女比例為 3：2，試選出正確的選項。
- (1) 由這些人隨機抽選一人，有打過 A 疫苗的比例大於 75%  
 (2) 由這些人隨機抽選一人，有打過 A 疫苗但沒打過 C 疫苗的比例大於 30%  
 (3) 由這些人隨機抽選一人，有打過 B 疫苗但沒打過 C 疫苗且是男性的比例大於 10%  
 (4) 由這些人隨機抽選一人，有打過 B 疫苗但沒打過 C 疫苗的比例小於 45%  
 (5) 由這些人隨機抽選一人，完全沒打過這三種疫苗的比例大於 25%
8. 假設質點在單位圓  $O$  內，圓心為  $O(0,0)$ ，依下列規則反彈：  
 從  $P$  點射至圓上  $Q$  點後反彈至  $R$  點，滿足  $\overline{QO}$  為  $\angle PQR$  的角平分線，如右圖所示。今質點自圓上  $A$  點(1,0)出發，往圓上  $B$  點射去，第  $n$  次反彈到圓上的  $C_n(x_n, y_n)$ ，試選出正確的選項。



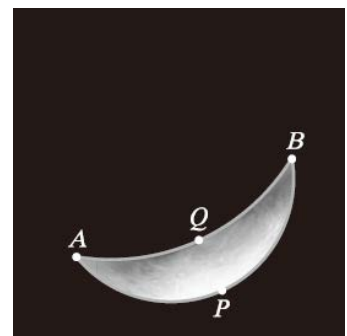
- (1) 若  $B$  點為  $(\cos 50^\circ, \sin 50^\circ)$ ，則  $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 100^\circ & \sin 100^\circ \\ \sin 100^\circ & -\cos 100^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
- (2) 若  $B$  點為  $(\cos 50^\circ, \sin 50^\circ)$ ，則  $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 200^\circ & \sin 200^\circ \\ \sin 200^\circ & -\cos 200^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 100^\circ & \sin 100^\circ \\ \sin 100^\circ & -\cos 100^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
- (3) 若  $B$  點為  $(\cos 110^\circ, \sin 110^\circ)$ ，則  $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 220^\circ & -\sin 220^\circ \\ \sin 220^\circ & \cos 220^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
- (4) 若  $B$  點為  $(\cos 110^\circ, \sin 110^\circ)$ ，則  $\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(220n)^\circ & -\sin(220n)^\circ \\ \sin(220n)^\circ & \cos(220n)^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
- (5) 若  $B$  點為  $(\cos 130^\circ, \sin 130^\circ)$ ，則質點後來部會反彈回  $A$

### 三、選填題 (占 18 分)

9. 南校與北校進行兩校體育友誼交流賽，比賽共設有 5 個項目，每個項目勝方得 2 點，輸了得 0 點，平手各得 1 點，5 個項目全部比賽結束後，總點數多的學校獲得獎盃，平手時則不頒發獎盃。已知已經比完的 2 個項目中，兩校各贏一項，而剩下的 3 個項目中，南校的獲勝機率均為 0.5，平手機率均為 0.1，各項目的比賽結果相互獨立，則南校獲得獎盃的機率為\_\_\_\_\_。

10. 設  $f(x)$  為多項式函數且滿足  $f(x) = \int_0^x f(t)dt + x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 9x + 7$ ，則  $f(x)$  除以  $x-1$  的餘式為\_\_\_\_\_。

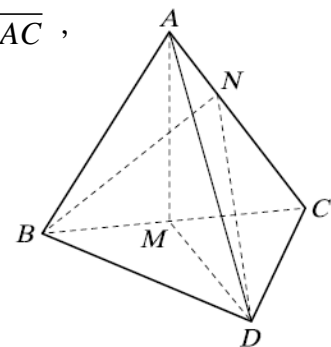
11. 右圖為月偏食的示意圖，滿月被地球的影錐遮蔽一部分。假設滿月和地球影錐截面都是正圓，在圖中標記圓弧  $\widehat{AP} = \widehat{PB}$  均為滿月的圓周一部分，圓弧  $\widehat{AQ} = \widehat{QB}$  均為地球影錐截面的圓周一部分。經過尺規作圖計算，發現  $\overline{AB}$  與  $\overline{PQ}$  分別是滿月圓半徑的  $\sqrt{3}$  與  $2 - \sqrt{3}$  倍，則圖中月偏食亮面的面積是滿月圓面積的\_\_\_\_\_倍。(化為最簡根式)



第貳部分：混合題或非選擇題(占 24 分)

12-14 題為題組

如圖，四面體  $A-BCD$  中，兩平面  $ABC$ 、 $BCD$  互相垂直， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $M$  是  $\overline{BC}$  的中點，若  $\triangle MCD$  為邊長 1 的正三角形， $N$  在  $\overline{AC}$  上且  $2\overline{AN} = \overline{NC}$ ，兩面角  $N-BD-C$  的大小為  $\frac{\pi}{4}$ ，試回答下列問題。

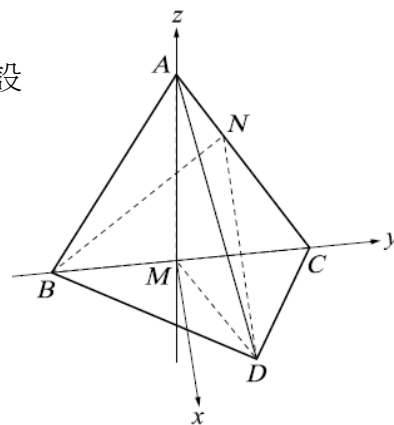


12. 下列哪些選項的內積必為 0? (多選題，5 分)

- (1)  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD}$     (2)  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD}$     (3)  $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CD}$   
 (4)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$     (5)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$

13. 建立一個空間坐標系，以  $\overleftrightarrow{BC}$  為  $y$  軸、平面  $ABC$  為  $yz$  平面，設

$M$  為原點、 $C(0,1,0)$  且  $A$  到平面  $BCD$  的距離為  $h$ ，試用  $h$  表示  $N$  點坐標。(非選擇題，2 分)



14. 試求四面體  $A-BCD$  的體積為何? (非選擇題，5 分)

15-18 題為題組

已知  $a$  為實數且二次函數  $f(x) = ax^2 + 8x + 5$  和三次函數  $g(x) = x^3 + ax^2 + 1$  有相同的極小值，試回答下列各題。

15. 試判斷  $a$  值的正負。(非選擇題，2 分)

16. 若  $g(x)$  在  $x = k$  時有極小值，則  $k$  為何? (非選擇題，3 分)

17. 求  $a$  及  $g(x)$  的極大值。(非選擇題，4 分)

18. 若  $h(x) = g(f(x))$ ，求  $h(x)$  的最小值為何? (非選擇題，3 分)

RA5120 臺中市立高級中學 111 學年度分科測驗第二次聯合複習考  
數學甲 參考答案

選擇題：1.(3) 2.(4) 3.(5) 4.(1)(2) 5.(1)(2)(4)(5) 6.(2)(3)(5) 7.(1)(4) 8.(1)(3)

選填題：9. 0.515 10. 4 11.  $\frac{\sqrt{3}}{2\pi} - \frac{1}{6}$

混合題或非選擇題：12. (1)(2)(3) 13.  $(0, \frac{1}{3}, \frac{2h}{3})$  14.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

15.  $a > 0$  16.  $k = 0$  17.  $a = 4$ ， $g(x)$  的極大值為  $\frac{283}{27}$  18. 6