# 全國公私立 111 學年度分科測驗第五次數學甲(卷一)

### 第壹部分:選擇(填)題(占76分)

中鋒

 $\boldsymbol{A}$ 

#### 一、單選題(占 18 分)



- 1. 天文學中是根據肉眼觀測星球的亮度來定義其星等;若織女星的亮度為 $F_0$ ,則一顆亮度為F 的星星,其星等定義為 $m=-2.5\log\frac{F}{F_0}$ ,稱為m 等星。2022 年中,有顆位在鯨魚座的暗星「蒭藁增二」悄悄變亮,原為 10 等星,後來變成 2 等星,比北極星還亮,試問其亮度約變為原來的幾倍? (1) 3.2 (2)100 (3)1000 (4)1600 (5) 2000
- 2. 設  $f(x) = a(x-2)^3 + 2x 1$ ,且 f(x) 除以  $x^2 1$ 的餘式為 28x 29,則 f(x) 除以  $(x-1)^2$  的餘式 為 mx + n,則 m + n = ? (1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 1 (5) 2
- 3. 有一款籃球手遊,玩家需要安排上場的 5 個球員(一個中鋒,二個前鋒、二個後衛)球員 A 的特殊屬性是當他是五人當中戰力最高者(戰力未加成前) ,可以加成自身戰力的 25%。 球員 B 的特殊屬性是當他和球員 C 同時上場時,自身的戰力可以加成 15%(只有球員 B 加成),球員 F 的特殊屬性是當和 G、H 三人同時上場時,可讓其他兩人戰力都提升 10%。  $<math>\mathbb{R}(1)$

		- 100	(-)					
	前鋒				後衛			
В	C	D	E	F	G	H	I	J

| 戰力 | 1200 | 1400 | 1000 | 950 | 1100 | 1300 | 800 | 700 | 1000 | 850 | 若整隊的戰力就是將上場 5 人的戰力加總起來,試根據表(1)資料,試求可排出隊伍戰力的最大值是多少? (1) 5450 (2) 5550 (3) 5650 (4) 5760 (5) 5860

#### 二、多選題(占 40 分)

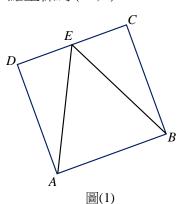
位置

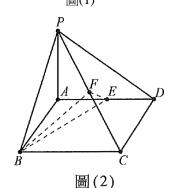
球員

- 4. 坐標平面上有一圓,圓心O(3,3) 在 $\triangle ABC$  的  $\overline{AC}$  上,並與 $\overline{BC}$ , $\overline{AB}$  分別切於D(6,2)、E(4,6) 兩點。 $\overline{AO}=5\sqrt{2}$ ,試選出正確的選項。
  - (1) 直線 AB 的方程式 x+3y=22 (2) B 點坐標為 (7,5) (3) A 點坐標為 (-2,7)
  - (4) △ABC 為直角三角形 (5) △ABC 面積為 15
- 5. 如圖(1),邊長為 4 的正方形 ABCD 中有一個等腰三角形 ABE,若  $\overrightarrow{AB}$  =  $(4\cos\theta, 4\sin\theta)$ ,試選出正確的選項。
  - (1)  $\cos \angle BAE = \frac{1}{\sqrt{3}}$  (2)  $\overrightarrow{AE} = (4\cos(\theta + 60^\circ), 4\sin(\theta + 60^\circ))$
  - (3)  $\overrightarrow{AC} = (4\cos(\theta + 45^\circ), 4\sin(\theta + 45^\circ))$  (4)  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
  - (5)  $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AE} = 8$
- 6. 一個底面為長方形的四角錐  $P ext{-}ABCD$ ,如圖(2)所示。且  $\overline{PA}$  垂直 底面 ABCD,E,F 分別是  $\overline{DA}$  ,  $\overline{PC}$  的中點,

 $\overline{PA} = \overline{AB} = 4, \overline{BC} = 4\sqrt{2}$ ,試選出正確的選項。

- (1)  $\overline{PC} = 8$  (2)  $\overline{BF} = 4$  (3)  $\overline{PC}$  垂直平面 BEF
- (4)  $\triangle BEF$  面積為 $8\sqrt{2}$  (5) 四面體 PBEF 的面積為 $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

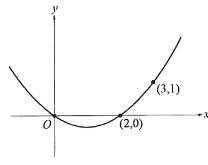




- 7. 已知  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ,若  $\det(A) = -1, a > 0, d > 0, B = \frac{A A^{-1}}{2}$ ,試選出正確的選項。
  - (1) bc > 0 (2)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$  (3)  $B^{-1}$ 必存在
  - (4) 存在一個方陣 A,使得  $B^5 = \begin{bmatrix} 2023 & 102 \\ 102 & 2023 \end{bmatrix}$  (5) 若  $\det(B) = 36$ ,則 bc 的最大值為 37
- 8. 設三次多項式函數 f(x) 滿足 f'(1)=5, f'(-5)=5 ,且 f(x) 的領導係數為負,則下列哪些選項是正確的? (1) f(x) 有兩個極值 (2) 反曲點的 x 坐標為 -2 (3) f'(0)>0 (4) f(x) 在區間 (-5,1) 號增 (5) f(x) 在 x>1 號減

## 三、選填題(占18分)

- 9. 已知 $\triangle ABC$  中, A(1,2), B(5,-2), C(a,a+2), a 為負整數,若 $10 \le \triangle ABC$ 的面積  $\le 12$ , 則 a=
- 10.已知 f'(x) 的圖形為一個拋物線,如圖(3)所示, 且 f(0) = 0 ,試求 y = f(x) 的圖形和 x 軸所圍出 的面積為\_\_\_\_\_\_。



圖(3)

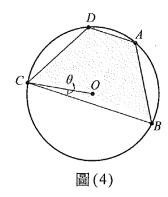
11.四郎為了準備期末考試,決定妥善安排六科的復習計畫:國、英、數、物、化、生,他決定不要連續復習國英這兩科(國英或英國都不行),也不要連續複習數物這兩科(數物或物數都不行),而物化生三科復習的順序是物→化→生,試問這六科複習順序的方法數共有種。

# 第貳部分:混合題或非選擇題(占 24 分)

# 12-14 題為題組

單位圓內有一個等腰梯形 ABCD,圓心為 O,若  $\angle ABC = \angle BCD = 60^{\circ}$ ,如圖(4),試回答下列問題。

- 12. 請選出正確選項。(多選題,4分)
  - (1)  $\angle CDO = 60^{\circ} \theta$  (2)  $\angle ADO = 60^{\circ} \theta$
  - (3)  $\angle COD = 60^{\circ} + 2\theta$  (4)  $\angle AOD = 120^{\circ} \theta$
  - (5)  $\overline{BC} = 2\cos\theta$



- 13. 若等腰梯形的高可表示為 $a\cos\theta + b\sin\theta$ ,求實數數對(a,b) = ?(非選擇題,3分)
- 14. 試求當 $\theta$ 是多少時,梯形ABCD有最大面積,此時的最大面積是多少?(非選擇題,5分)

#### 15-17題為題組

箱中有編號1號到5號的5顆大小相同的球,每次從箱中任意取出一球,再放回箱中,重複取球n次,並記錄這n次取球的數字總和為 $S_n$ ,假設 $S_n$ 除以3會餘1的機率為 $P_n$ ,例如時 $P_1$ 表示取球1次, $S_1$ 除以3會餘1的機率,所以需取到1,4號,故 $P_1=\frac{2}{5}$ 。試問答下列問題。

- 15. 若 $P_{n+1} = aP_n + b$ ,則實數對(a,b) = ?(非選擇題,4分)
- 16. 求出 $P_n$ =?(以n表示) (非選擇題,4分)
- 17.  $\lim_{n\to\infty} P_n = ?$  (非選擇題,4分)

# RA5123 全國公私立 111 學年度分科測驗第五次數學甲(卷一)

# 参考答案

選擇題: 1.(4) 2.(2) 3.(4) 4.(1)(2)(4) 5. (4)(5) 6.(1)(2)(3)(5) 7.(1)(3)(5) 8.(1)(2)(3)(4)

選填題:9. -2 10.  $\frac{3}{4}$  11.56

混合題或非選擇題:12. (1)(3)(5) 13.  $(a,b) = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$  14.  $\frac{3}{2}$ 

15. 
$$(a,b) = (-\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$$
 16.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}(-\frac{1}{5})^{n-1}$  17.  $\frac{1}{3}$