

數學甲考科B卷詳解

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
(3)	(4)	(5)	(1)(2)(3)(5)	(2)(5)	(2)(3)(5)	(2)(3)(5)
8.						
(1)(2)(3)(4)(5)						

第壹部分、選擇(填)題

一、單選題

1. (3)

出處：選修數學甲(上)〈複數平面〉

目標：理解複數絕對值的幾何意涵

解析：令 $A(1), B(-1)$

$|z^2 - 1| = |z^2 + 1|$ ，可得 z^2 在 \overline{AB} 的中垂線上，
即 z^2 的實部為 0

設 $z = a + bi$ (a, b 為非零實數)， $z^2 = (a^2 - b^2) + 2abi$

$\therefore a^2 = b^2$ ，又 z^2 的虛部小於 0

$\therefore a = -b \Rightarrow z = a - ai$

可得 z 到 1 的距離等於 z 到 $-i$ 的距離

故選(3)。

2. (4)

出處：第二冊〈數列與級數〉、第三冊〈指數與對數函數〉

目標：解決級數和的情境問題、對數律的應用

解析：由題意可知

$$a_2 = 2^3, a_4 = 4^3 - 2^3, \dots, a_n = n^3 - (n-2)^3 (n \geq 2)$$

$$\therefore S = a_2 + a_4 + \dots + a_{2k} + \dots + a_{200}$$

$$= 2^3 + (4^3 - 2^3) + \dots + (200^3 - 198^3) = 200^3$$

$$\log S = \log 200^3 = 3 \log 200 = 3(\log 100 + \log 2)$$

$$\approx 3(2 + 0.3010) = 6.9030, \text{ 故選(4)。}$$

3. (5)

出處：第三冊〈三角函數〉

目標：三角比公式的應用

解析： $2\sqrt{1 - \sin 8} + \sqrt{2 + 2\cos 8}$

$$= 2\sqrt{1 - \sin(2 \times 4)} + \sqrt{2 + 2\cos(2 \times 4)}$$

$$= 2\sqrt{(\sin^2 4 + \cos^2 4) - 2\sin 4 \cos 4} + \sqrt{2 + 2(2\cos^2 4 - 1)}$$

$$= 2\sqrt{(\sin 4 - \cos 4)^2} + \sqrt{(2\cos 4)^2}$$

$$= 2|\sin 4 - \cos 4| + |2\cos 4|$$

$$\therefore 1 \text{ 弧度} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57.3^\circ \quad \therefore 4 \text{ 弧度} \approx 229.2^\circ$$

得 $-1 < \sin 4 < \cos 4 < 0$

$$\therefore 2\sqrt{1 - \sin 8} + \sqrt{2 + 2\cos 8}$$

$$= 2[-(\sin 4 - \cos 4)] + (-2\cos 4) = -2\sin 4$$

故選(5)。

二、多選題

4. (1)(2)(3)(5)

出處：第一冊〈多項式函數〉

目標：二次函數的極值問題

解析： $f(x) = x^2 + ax + b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{4b - a^2}{4}$

(1) \circ ： $f(x)$ 必有最小值為 $\frac{4b - a^2}{4}$

(2) \circ ： $f(x) = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{4b - a^2}{4} = (x+1)^2 + \frac{4b-4}{4}$

$\therefore f(x)$ 的最小值為 $f(-1)$

(3) \circ ： $f(x) = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{4b - a^2}{4} = (x+1)^2 - 1$

又 $0 \leq x \leq 1$ ，頂點不在範圍內

$\therefore f(x)$ 的最大值為 $f(1) = 4 - 1 = 3$

$f(x)$ 的最小值為 $f(0) = 1 - 1 = 0$

(4) \times ：若 $f(x) = x^2 + 4x - 2 = (x+2)^2 - 6$

此時 $f(x)$ 在 $0 \leq x \leq 1$ 時的最大值為 3，但 $a = 4$

(5) \circ ： $f(x)$ 在 $0 \leq x \leq 1$ 時的最大值必發生在端點 $x = 0$ 或 $x = 1$

當最大值發生在 $x = 0$ 時，則 $f(0) = b = 0$

例如 $f(x) = x^2 - \frac{3}{2}x = \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$ 是其中一

個符合條件的二次函數

當最大值發生在 $x = 1$ 時，

則 $f(1) = 1 + a + b = 0$ ，即 $a + b = -1$

例如 $f(x) = x^2 - 1$ 是其中一個符合條件的二次函數

故選(1)(2)(3)(5)。

5. (2)(5)

出處：第一冊〈指數、對數〉、第三冊〈指數與對數函數〉

目標：指數律及對數律的應用

解析：(1) \times ： $2^x = 4^y = 8^z$ ，即 $2^x = 2^{2y} = 2^{3z}$

$$\therefore x = 2y = 3z \Rightarrow x : y : z = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 6 : 3 : 2$$

(2) \circ ： $a^x = \left(\frac{1}{a}\right)^y = a^{-y}$ $\therefore x = -y$ ，即 $y = -x$

(3) \times ：例如 $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{8}\right)^2$

此時 $a > b > c$ ，但 $x > y > z$

(4) \times ： $a^x = b^y = (ab)^z$

由 $a^x = (ab)^z$ 得 $a = (ab)^{\frac{z}{x}}$ 及 $b^y = (ab)^z$ 得 $b = (ab)^{\frac{z}{y}}$

兩式相乘得 $ab = (ab)^{\frac{z}{x} + \frac{z}{y}}$

$$\text{即 } \frac{z}{x} + \frac{z}{y} = 1 \quad \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

(5) \circ ：設 $a^x = b^y = c^z = k$

$$\therefore x = \log_a k = \frac{\log k}{\log a}, \quad y = \log_b k = \frac{\log k}{\log b},$$

$$z = \log_c k = \frac{\log k}{\log c}$$

$$\text{因此 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{\log a}{\log k} + \frac{\log b}{\log k} + \frac{\log c}{\log k}$$

$$= \frac{\log(abc)}{\log k} = \frac{\log 1}{\log k} = 0$$

〈另解〉

$$a = k^{\frac{1}{x}}, \quad b = k^{\frac{1}{y}}, \quad c = k^{\frac{1}{z}}$$

$$\therefore 1 = abc = k^{\frac{1}{x}} \times k^{\frac{1}{y}} \times k^{\frac{1}{z}} = k^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}$$

$$\text{因此 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$$

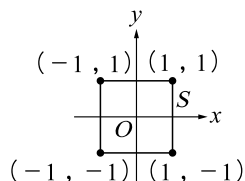
故選(2)(5)。

6. (2)(3)(5)

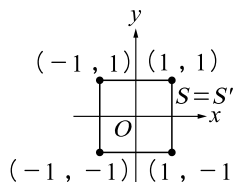
出處：第四冊〈矩陣〉

目標：理解各種線性變換的幾何意義

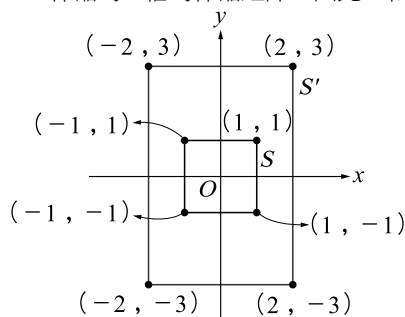
解析：S 本身的對稱軸為 x 軸、y 軸、直線 $y = -x$ 、直線 $y = x$



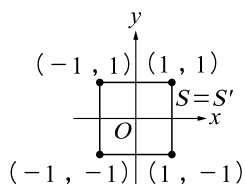
(1) \times : $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 為以 x 軸為對稱軸的鏡射矩陣，因此 S 和 S' 重合



(2) \circ : $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ 為將 x 坐標伸縮為 2 倍，將 y 坐標伸縮為 3 倍的伸縮矩陣，因此 S 和 S' 不相交



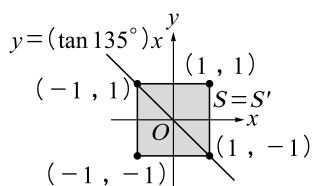
(3) \circ : $A = \begin{bmatrix} \cos 270^\circ & -\sin 270^\circ \\ \sin 270^\circ & \cos 270^\circ \end{bmatrix}$ 為以原點 O 為中心，逆時針方向旋轉 270° 的旋轉矩陣，因此 S 和 S' 重合



(4) \times : $A = \begin{bmatrix} \cos 270^\circ & \sin 270^\circ \\ \sin 270^\circ & -\cos 270^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos (135^\circ \times 2) & \sin (135^\circ \times 2) \\ \sin (135^\circ \times 2) & -\cos (135^\circ \times 2) \end{bmatrix}$

為以直線 $y = (\tan 135^\circ)x \Rightarrow y = -x$ 為對稱軸的鏡射矩陣

因此 S 和 S' 重合



\therefore S 內部和 S' 內部重疊的面積為

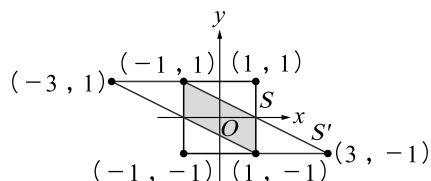
$$S \text{ 的面積} = 2 \times 2 = 4$$

(5) \circ : $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 為往 x 方向推移 y 坐標之 (-2) 倍的推移矩陣

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

S' 的四個頂點為

$$(-1, 1), (-3, 1), (1, -1), (3, -1)$$



如上圖，

S 內部和 S' 內部重疊的面積為 $1 \times 2 = 2$

故選(2)(3)(5)。

7. (2)(3)(5)

出處：選修數學甲(上)〈分布與統計〉

目標：幾何分布的期望值與變異數

解析：(1) \times : $X=1$ 代表甲第一次未命中

$$\therefore P(X=1) = 1 - 0.6 = 0.4$$

(2) \circ : $X=1$ 且 $Y=1$ 代表甲第一次未命中且乙第一次未命中

$$\begin{aligned} \therefore P(X=1 \text{ 且 } Y=1) &= (1 - 0.6) \times (1 - 0.3) \\ &= 0.28 \end{aligned}$$

(3) \circ : $P(X+Y > 3)$

$$\begin{aligned} &= 1 - P(X+Y \leq 3) \\ &= 1 - P(X+Y=2) - P(X+Y=3) \\ &= 1 - P(X=1 \text{ 且 } Y=1) - P(X=1 \text{ 且 } Y=2) \\ &\quad - P(X=2 \text{ 且 } Y=1) \\ &= 1 - 0.4 \times 0.7 - 0.4 \times 0.3 \times 0.7 - 0.6 \times 0.4 \times 0.7 \\ &= 1 - 0.28 - 0.084 - 0.168 \\ &= 0.468 \\ &> 0.45 \end{aligned}$$

(4) \times : 若甲未命中紅心代表成功，甲命中紅心代表失敗，則 $X \sim G(0.4)$

$$\therefore E(X) = \frac{1-p}{p} = \frac{5}{2}$$

(5) \circ : 不管甲投擲的結果如何，若乙未命中紅心代表成功，乙命中紅心代表失敗，則 $Y \sim G(0.7)$

$$\begin{aligned} \therefore \text{Var}(Y) &= \frac{1-p}{p^2} = \frac{1-\frac{7}{10}}{\left(\frac{7}{10}\right)^2} \\ &= \frac{30}{49} \end{aligned}$$

故選(2)(3)(5)。

8. (1)(2)(3)(4)(5)

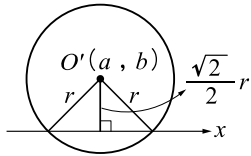
出處：第一冊〈直線與圓〉

目標：圓與直線的應用問題

解析：設圓半徑為 r

(1) \circ ： \therefore 圓被 x 軸所截的優弧與劣弧的圓心角比為 3 : 1

\therefore 劣弧的圓心角為 $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$



故圓心 O' 到 x 軸的距離為 $|b| = \frac{\sqrt{2}}{2}r$

(2) \circ ：圓心 O' 到直線 $x-2y=0$ 的距離為

$$\frac{|a-2b|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}, \text{ 因此 } |a-2b|=1$$

(3) \circ ：如上圖

$$|b| = \frac{1}{2} \times \text{弦長}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$\therefore r = \frac{2}{\sqrt{2}} |b| = \sqrt{2}$$

(4) \circ ：承(3)， $b = \pm 1$

其中滿足 $|a-2b|=1$ 者只有

$(a, b) = (3, 1)$ 或 $(1, 1)$ 或 $(-1, -1)$ 或 $(-3, -1)$

其中 $(a, b) = (1, 1)$ 或 $(-1, -1)$ 時

圓與 y 軸也相交，因此圓心在 $y=x$ 上

(5) \circ ：承(4)，圓方程式為

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2 \text{ 或 } (x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$$

故選(1)(2)(3)(4)(5)。

三、選填題

9. 96

出處：第二冊〈排列組合與機率〉

目標：利用系統的計數解決情境問題

解析：以是否抽到 9 來分組

① 沒抽到 9：四張取出三張任意排列 $\Rightarrow P_3^4 = 24$ (個)

② 抽到 9：剩下四張取兩張，再和 9 任意排列

$$\Rightarrow \frac{2}{9} \times C_2^4 \times 3! = 72 \text{ (個)}$$

由①、②知，共有 $24 + 72 = 96$ 個不同的三位數。

10. $4 + 4\sqrt{2}$

出處：第三冊〈平面向量〉

目標：求向量的內積

解析： \therefore 正八邊形的每一個內角為 135°

$$\therefore \angle BCD = 135^\circ$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{AE} \cdot \vec{BC} &= (\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE}) \cdot \vec{BC} \\ &= \vec{AB} \cdot \vec{BC} + |\vec{BC}|^2 + \vec{CD} \cdot \vec{BC} \\ &\quad + \vec{DE} \cdot \vec{BC} \\ &= 2 \times 2 \times \cos 45^\circ + 2^2 + 2 \times 2 \times \cos 45^\circ + 0 \\ &= 2\sqrt{2} + 4 + 2\sqrt{2} = 4 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

11. $4\sqrt{6}$

出處：選修數學甲(上)〈複數平面〉

目標： n 次方根的幾何意義

解析：將 $z^8 - 7z^4 - 144 = 0$ 分解可得 $(z^4 - 16)(z^4 + 9) = 0$

故 $z^4 = 16$ 或 $z^4 = -9$

① 當 $z^4 = 16$ 時

$$z^2 = 4 \text{ 或 } -4 \Rightarrow z = \pm 2 \text{ 或 } \pm 2i$$

$z^4 = 16$ 的四個根為

$$z_0 = 2, z_1 = 2i, z_2 = -2, z_3 = -2i$$

② 當 $z^4 = -9$ 時，設 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

$$z^4 = r^4(\cos 4\theta + i \sin 4\theta) = 9(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$\text{故 } \begin{cases} r^4 = 9 \\ 4\theta = \pi + 2k\pi, k \text{ 為整數} \end{cases}$$

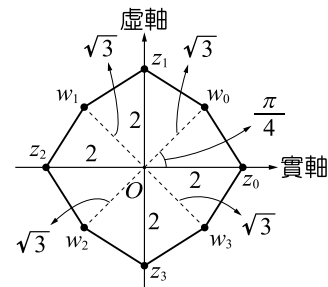
$$\text{得 } \begin{cases} r = \sqrt{3} \\ \theta = \frac{\pi + 2k\pi}{4}, k \text{ 為整數} \end{cases}$$

$z^4 = -9$ 的四個根為

$$w_k = \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4} \right),$$

$$k = 0, 1, 2, 3$$

因此八個根如下圖所示



八邊形恰由八個全等的三角形所組成

$$\text{故所求面積為 } \left(\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times \sin \frac{\pi}{4} \right) \times 8 = 4\sqrt{6} \text{。}$$

第貳部分、混合題或非選擇題

12. $\sqrt{3}$

出處：第四冊〈空間中的平面與直線〉

目標：兩平行平面的距離

$$\text{解析：} d(E_1, E_2) = \frac{3}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3} \text{。}$$

◎評分原則

$$d(E_1, E_2) = \frac{3}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3} \text{。 (2分)}$$

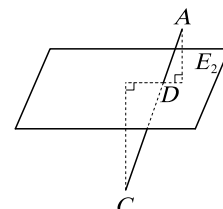
13. (5)

出處：第二冊〈三角比〉、第四冊〈空間中的平面與直線〉

目標：兩平行平面的距離及餘弦定理的應用

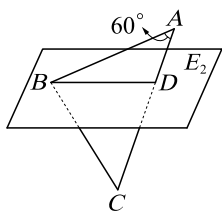
解析： $\therefore d(E_1, E_2) : d(E_2, E_3)$

$$= \frac{3}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} : \frac{6}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = 1 : 2$$



$$\therefore \overline{AD} : \overline{DC} = d(E_1, E_2) : d(E_2, E_3) = 1 : 2$$

因為 $\overline{AD} = a$ ，可知 $\overline{AB} = \overline{AC} = 3a$



在 $\triangle ABD$ 中，由餘弦定理得

$$\begin{aligned} \overline{BD}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{AD} \times \cos 60^\circ \\ &= (3a)^2 + a^2 - 2 \times 3a \times a \times \frac{1}{2} \\ &= 7a^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{BD} = \sqrt{7}a$$

故選(5)。

14. $\frac{1}{3}$

出處：第四冊〈空間中的平面與直線〉

目標：求兩平面的銳夾角餘弦值

解析：取 $\vec{n}_1 = (1, 1, 1)$ 、 $\vec{n}_2 = (1, 1, -1)$ 分別為平面 E_2 、 E_4 的法向量，則

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|(1, 1, 1) \cdot (1, 1, -1)|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2} \sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

◎評分原則

取 $\vec{n}_1 = (1, 1, 1)$ 、 $\vec{n}_2 = (1, 1, -1)$ 分別為平面 E_2 、 E_4 的法向量，則

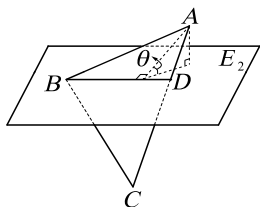
$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|(1, 1, 1) \cdot (1, 1, -1)|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2} \sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}} \quad (1 \text{ 分}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{3} \quad (1 \text{ 分}) \end{aligned}$$

15. A 到 \overleftrightarrow{BD} 的距離為 $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ；正 $\triangle ABC$ 的邊長為 $\frac{3\sqrt{14}}{2}$

出處：第二冊〈三角比〉、第四冊〈空間向量〉

目標：空間概念與面積公式的應用

解析：



承第 14 題結果並利用

$$\begin{aligned} \frac{d(A, E_2)}{d(A, \overleftrightarrow{BD})} &= \frac{d(E_1, E_2)}{d(A, \overleftrightarrow{BD})} = \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

$$\text{得 } d(A, \overleftrightarrow{BD}) = \frac{d(E_1, E_2)}{\sin \theta} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$$

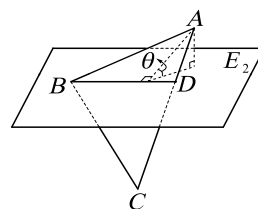
承第 13 題結果及面積公式得

$\triangle ABD$ 的面積為

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times d(A, \overleftrightarrow{BD}) &= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD} \times \sin 60^\circ \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \times \sqrt{7}a \times \frac{3\sqrt{6}}{4} &= \frac{1}{2} \times 3a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Rightarrow a &= \frac{\sqrt{14}}{2} \end{aligned}$$

故正 $\triangle ABC$ 之邊長為 $3a = \frac{3\sqrt{14}}{2}$ 。

◎評分原則



承第 14 題結果並利用

$$\begin{aligned} \frac{d(A, E_2)}{d(A, \overleftrightarrow{BD})} &= \frac{d(E_1, E_2)}{d(A, \overleftrightarrow{BD})} = \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (1 \text{ 分}) \end{aligned}$$

$$\text{得 } d(A, \overleftrightarrow{BD}) = \frac{d(E_1, E_2)}{\sin \theta} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{3\sqrt{6}}{4} \quad (1 \text{ 分})$$

承第 13 題結果及面積公式得

$\triangle ABD$ 的面積為

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times d(A, \overleftrightarrow{BD}) &= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD} \times \sin 60^\circ \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \times \sqrt{7}a \times \frac{3\sqrt{6}}{4} &= \frac{1}{2} \times 3a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Rightarrow a &= \frac{\sqrt{14}}{2} \quad (2 \text{ 分}) \end{aligned}$$

故正 $\triangle ABC$ 之邊長為 $3a = \frac{3\sqrt{14}}{2}$ 。(1 分)

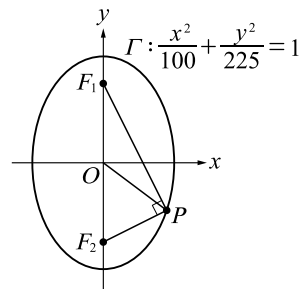
16. (1)

出處：選修數學甲(上)〈二次曲線〉

目標：橢圓方程式的應用

解析： $\because \angle F_1PF_2 = 90^\circ$

可知原點 O 為直角 $\triangle PF_1F_2$ 的外心



$$\begin{aligned} \therefore \overline{OP} &= \overline{OF_1} = \overline{OF_2} = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{15^2 - 10^2} = \sqrt{125} \\ &= 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

故選(1)。

17. $(4\sqrt{5}, -3\sqrt{5})$

出處：選修數學甲(上)〈二次曲線〉

目標：橢圓方程式的應用

解析：設 P 點坐標為 (x, y)

$$\therefore \begin{cases} \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1 \dots\dots\dots ① \\ x^2 + y^2 = (5\sqrt{5})^2 = 125 \dots\dots ② \end{cases}$$

由②得 $y^2 = 125 - x^2$ 代入①得

$$\frac{x^2}{100} + \frac{125 - x^2}{225} = 1 \Rightarrow \frac{5x^2 + 500}{900} = 1 \Rightarrow x^2 = 80$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{80} = \pm 4\sqrt{5}$$

因為 P 點在第四象限 $\therefore x = 4\sqrt{5}$

$$y^2 = 125 - x^2 = 125 - 80 = 45 \Rightarrow y = \pm 3\sqrt{5} \text{ (正不合)}$$

故 P 點坐標為 $(4\sqrt{5}, -3\sqrt{5})$ 。

◎評分原則

設 P 點坐標為 (x, y)

$$\therefore \begin{cases} \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1 \dots\dots\dots ① & (1 \text{ 分}) \\ x^2 + y^2 = (5\sqrt{5})^2 = 125 \dots\dots ② \end{cases}$$

由②得 $y^2 = 125 - x^2$ 代入①得

$$\frac{x^2}{100} + \frac{125 - x^2}{225} = 1 \Rightarrow \frac{5x^2 + 500}{900} = 1 \Rightarrow x^2 = 80$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{80} = \pm 4\sqrt{5} \quad (1 \text{ 分})$$

因為 P 點在第四象限 $\therefore x = 4\sqrt{5}$

$$y^2 = 125 - x^2 = 125 - 80 = 45 \Rightarrow y = \pm 3\sqrt{5} \text{ (正不合)} \quad (1 \text{ 分})$$

故 P 點坐標為 $(4\sqrt{5}, -3\sqrt{5})$ 。 (1 分)

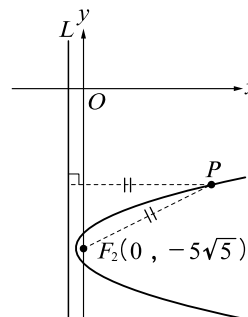
18. 準線為 $x = 4\sqrt{5} - 10$ ，焦距為 $5 - 2\sqrt{5}$

出處：選修數學甲(上)〈二次曲線〉

目標：拋物線定義的應用

解析：承第 16. 題可得 $F_2(0, -5\sqrt{5})$

設拋物線的準線為 L



由拋物線的定義得

$$d(P, L) = \overline{PF_2} = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 + (-3\sqrt{5} + 5\sqrt{5})^2} = 10$$

$$\therefore \text{準線 } L : x = 4\sqrt{5} - 10$$

$$\text{故拋物線的焦距為 } \frac{1}{2}(0 - 4\sqrt{5} + 10) = 5 - 2\sqrt{5} \text{。}$$

◎評分原則

承第 16. 題可得 $F_2(0, -5\sqrt{5})$ (1 分)

設拋物線的準線為 L

由拋物線的定義得

$$d(P, L) = \overline{PF_2} = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 + (-3\sqrt{5} + 5\sqrt{5})^2} = 10 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{準線 } L : x = 4\sqrt{5} - 10 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{故拋物線的焦距為 } \frac{1}{2}(0 - 4\sqrt{5} + 10) = 5 - 2\sqrt{5} \text{。} \quad (1 \text{ 分})$$