

臺中市高級中學 112 學年度第二次分科測驗數學甲



第壹部分：選擇(填)題(占 76 分)

一、單選題(占 18 分)

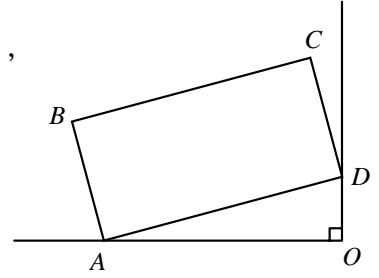
- 小明統計本次期中考十個科目的成績，發現最高分為 100 分，最低分為 40 分，且小明這十科成績的標準差最小為 k ，則下列何者為最接近 k 的整數？
(1) 11 (2) 12 (3) 13 (4) 14 (5) 15
- 下列哪一個函數圖形在閉區間 $[1, 2]$ 和 x 軸， $x=1, x=2$ 所圍區域繞 x 軸旋轉所得體積最大？
(1) $y=x^2$ (2) $y=-x^2+4$ (3) $y=x^3-x$ (4) $y=|x+1|+|x-2|$ (5) $y=\sqrt{12-x^2}$
- 坐標平面上 O 為原點，點 A 的坐標為 $(3, 4)$ ，點 P 為圓 $(x+2)^2+(y-5)^2=36$ 上的動點，則以滿足 $|\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}|=16$ 的所有 P 點為頂點的多邊形面積為何？
(1) $\frac{256}{25}\sqrt{14}$ (2) $\frac{224}{25}\sqrt{14}$ (3) $\frac{128}{25}\sqrt{14}$ (4) $\frac{256}{5}\sqrt{14}$ (5) $\frac{224}{5}\sqrt{14}$

二、多選題(占 40 分)

- 已知 $f(x) = \begin{cases} ax+1, & x \leq 1 \\ x^2+b, & 1 < x < 2 \\ -x^3+cx^2+d, & x \geq 2 \end{cases}$ ，其中 a, b, c, d 為實數。若 $f(x)$ 為可微分函數，試選出正確的選項。(1) $f'(1)=1$ (2) $f'(2)=4$ (3) $a+b+c+d=4$
(4) $f(x)$ 圖形在 $x=1$ 的切線方程式為 $y=2x+1$ (5) $\int_0^2 f(x)dx = \frac{17}{3}$
- 已知多項式函數 $g(x) = x^2 - 4x$ ，且多項式函數 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $3x-2$ ，試選出正確的選項。(1) $f(x)=0$ 在 $x > 0$ 處必有實根 (2) $(x+5)f(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $20x-10$
(3) $[f(x)]^2$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $24x-4$ (4) 若 $f(x)$ 除以 $[(x-7)g(x)]$ 的餘式為 $r(x)$ ，則 $r(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式必為 $3x-2$ (5) 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)+2x}{x^2} = -3$ ，則 $f(5) = -2$
- 已知坐標平面上圓 C 的兩條切線為 $L_1: y = x+7, L_2: y = x-5$ ，且圓 C 上有一點 $A(6,1)$ ，試選出正確的選項。(1) 圓 C 面積為 18π (2) 圓心落在直線 $x+2y-1=0$ 上 (3) L_1 與直線 $x+2y-1=0$ 的鈍夾角大於 120° (4) 圓 C 上的點皆落在直線 $x+2y-1=0$ 的同一側
(5) 若圓 C 上一點 P 到原點 $(0, 0)$ 的距離為正整數，則點 P 共有 9 種可能
- 某箱子內有紅球、藍球、白球各 5 顆，每種顏色的球皆有 1 號至 5 號，今小軒一次取一球，取後不放回，共取三球，已知取出每球的機會均等。試選出正確的選項。
(1) 若取得 n 號球可得獎金 n 元，則小軒得到得獎金期望值為 8.5 元
(2) 三球的號碼依序成等差數列的機率為 $\frac{41}{455}$ (3) 三球顏色皆相異，且三球的號碼依序成等差數列的機率為 $\frac{9}{455}$ (4) 在三球顏色皆相異的條件下，三球的號碼依序成等差數列的機率為 $\frac{11}{125}$ (5) 若改為一次取出 n 球，令 n 球編號和為偶數的情形有 K_n 種，則 $K_3 + K_{12} = 455$
- 若正數 a 與 b 滿足 $b^3 < a^2 < b^2$ ，試選出正確的選項。(1) $a < 1$ 且 $b < 1$ (2) $2^{-a} < 2^{-b}$
(3) $a^{\log_a b} < b^{\log a}$ (4) $\log(a+1)^b < \log a^{b+1}$ (5) $\sin(\pi+a) > \sin(\pi+b)$

三、選填題(占 18 分)

9. 一長方形木板 $ABCD$ 斜靠在牆壁上，如右圖，已知 $\overline{AD} = 2\sqrt{3}$ ， $\overline{AB} = 2$ ，且 $\angle DAO$ 為銳角，若 \overline{OB} 的最大值可表為 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ，其中 a, b 皆為整數，則 $a + b =$ _____。



10. 已知空間向量 $\vec{a} = (4, 1, 3)$, $\vec{b} = (2, 3, 1)$, $\vec{c} = (3, 7, -1)$ 。若 \vec{a} 在 \vec{b}, \vec{c} 所張成平面上的正射影為 $x\vec{b} + y\vec{c}$ ，則 $x - y =$ _____。(化為最簡分數)

11. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^2} \left[\sqrt{4n^2 - (3 \times 1^2)} + \sqrt{4n^2 - (3 \times 2^2)} + \dots + \sqrt{4n^2 - (3 \times n^2)} \right]$ 之值為 _____。(化為最簡根式、最簡分數)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 24 分)

12-14 題為題組

已知坐標平面上兩函數 $\Gamma_1: y = x^3 - 2$, $\Gamma_2: y = 2x^3 - 3x - 4$ ，試回答下列各題。

12. 試求 Γ_1, Γ_2 兩函數圖形交點的 x 坐標為 _____ 和 _____。(全對才給分)
(選填題，2 分)

13. 試求 Γ_1, Γ_2 兩函數圖形所圍成的區域面積。(非選擇題，4 分)

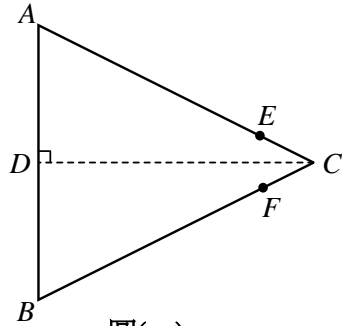
14. 若 Γ_1 經過線性變換 $T = \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & c \end{bmatrix}$ 變換後得到 Γ_2 ，試求 $a + b + c$ 之值。(非選擇題，6 分)

15-17題為題組

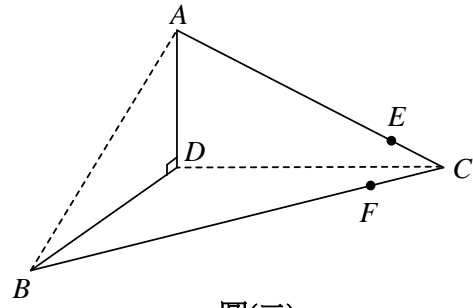
已知正 $\triangle ABC$ 邊長為 a ， \overline{CD} 是 \overline{AB} 邊上的高， E 、 F 分別是 \overline{AC} 與 \overline{BC} 邊上的點，且滿足

$\frac{\overline{CE}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{CF}}{\overline{CB}} = k$ ，如圖(一)。現沿著 \overline{CD} 對摺後豎立，使平面 ACD 與平面 BDC 垂直，如圖(二)，

試回答下列各題。



圖(一)



圖(二)

15.如圖(二)，試判斷對摺後直線 AB 與平面 DEF 是否相交，並說明原因。(非選擇題，3分)

16.設圖(二)中平面 ABC 與平面 ACD 所夾的兩面角為 θ ，試求 $\sin \theta$ 。(非選擇題，4分)

17.若圖(二)中向量 \overrightarrow{AB} 與向量 \overrightarrow{DE} 所夾的角為 α ，且 $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{2}{7}}$ ，則 k 之值為_____。

(化為最簡分數)(選填題，5分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$

**RA5127 臺中市高級中學 112 學年度第二次分科測驗數學甲
參考答案**

選擇題：1.(3) 2.(5) 3.(1) 4.(2)(4) 5.(1)(4)(5) 6.(1)(4) 7.(2)(5) 8.(1)(3)(5)

選填題：9. 10 10. $\frac{11}{3}$ 11. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi + \frac{3}{2}$

混合題或非選擇題：12. -1和2 13. $\frac{27}{4}$ 平方單位 14. 0

15. 否，略 16. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ 17. $\frac{2}{3}$