

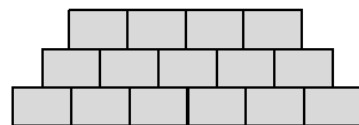
北北基高級中等學校 113 學年度分科模擬考數學甲 B 卷(113-E5)

第壹部分：選擇題(占 76 分)

一、單選題(占 18 分)

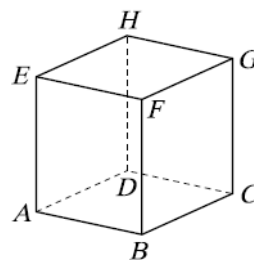


1. 寶寶用積木來排兩層以上的城牆，每往上一層都比下層少用一塊積木，如右圖所示就是一種排法。今她剛好用 52 塊一樣大小的積木排出一座城牆，則這座城牆有幾層呢？



- (1) 2 層 (2) 3 層 (3) 4 層 (4) 8 層 (5) 13 層
2. 任取一個四位數 x ， $A(x)$ 是把 x 的每一位數字相乘之後的值。當取到的 x 是奇數時， $A(x)$ 為質數的機率是多少？(1) $\frac{1}{300}$ (2) $\frac{1}{750}$ (3) $\frac{2}{1225}$ (4) $\frac{3}{1225}$ (5) $\frac{4}{1125}$

3. 如右圖，有一個立方體 $ABCD-EFGH$ ，其中 $A(2,0,0)$ ， $C(0,2,0)$ ， $D(0,0,0)$ ， $H(0,0,2)$ ，則以下哪一條直線



會穿過此立方體的內部？(1) $L_1 : \begin{cases} x=2 \\ y=-1, t \text{ 為實數} \\ z=t \end{cases}$

(2) $L_2 : \begin{cases} x=-2 \\ y=-t, t \text{ 為實數} \\ z=3 \end{cases}$ (3) $L_3 : \begin{cases} x+y=5 \\ z=\frac{5}{2} \end{cases}$ (4) $L_4 : \begin{cases} y=1 \\ x+y+z=6 \end{cases}$

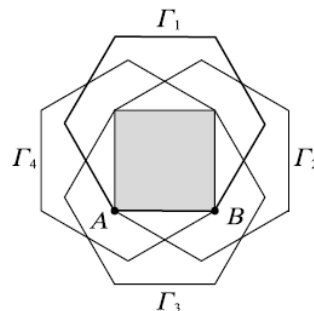
(5) $L_5 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-4}{4}$

二、多選題(占 40 分)

4. 近年來，集換式卡牌遊戲紛紛推出線上版，玩家透過收集、組合卡牌進行對戰，卡包以隨機方式發售，開啟前無法預知內容，增添樂趣。相比實體卡包可能因稀有卡提前被抽走而影響後續卡包，線上版透過系統設定確保每次開包皆為獨立事件、提升公平性。若已知遊戲公司設定每包卡包開出「翰林小子」的機率為 0.2，且每包卡包最多只會開出 1 張「翰林小子」，每次開包均為獨立事件，則下列敘述哪些是正確的？

- (1) 阿明連開十包均開出「翰林小子」的機率為 0.2^{10} (2) 阿明開到第十包才開出「翰林小子」的機率為 2×0.8^9 (3) 阿明連開十包開出 2 張「翰林小子」的機率大於開出 1 張「翰林小子」的機率 (4) 若阿明開啟百連開模式，一次開一百包，令隨機變數 X 表示開出「翰林小子」的張數，則 X 的標準差為 16 張 (5) 若阿明開啟連開模式，連續開包直到開出「翰林小子」才停下，令隨機變數 Y 表示開出「翰林小子」時的總開包數量，則 Y 的期望值為 5 包

5. 右圖中四個正六邊形 Γ_1 、 Γ_2 、 Γ_3 、 Γ_4 的其中一邊恰為某個正方形的邊，已知 $A(0,0)$ 、 $B(1,0)$ ，試選出正確的選項。



(1) Γ_1 經由矩陣 $\begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{6} \\ -\sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{bmatrix}$ 變換可得 Γ_2 (2) Γ_1 經由矩陣

$\begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{bmatrix}$ 變換可得 Γ_4 (3) Γ_1 經由矩陣 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 變換可得 Γ_2

(4) Γ_1 經由矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 變換可得 Γ_3 (5) Γ_1 經由矩陣 $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 變換可得 Γ_4

6. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 為直角， $\overline{BC}=2$ ， $\overline{CA}=1$ ， P 是斜邊 $\overline{AB}$ 上的點，使得

$\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CB}$ ，則下列哪些敘述是正確的？(1) $\overline{CP} \perp \overline{AB}$ (2) $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 2$

(3) $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CP} = \frac{4}{5}$ (4) $\sin \angle ACP = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (5) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC} = 1$

7. 三相異直線 L_1 、 L_2 、 L_3 ，若 L_2 、 L_3 交於 (p_1, q_1) ， L_1 、 L_3 交於 (p_2, q_2) ， L_1 、 L_2 交於 (p_3, q_3) ，當 L_1 向右平移 K 單位變為 L'_1 時， L'_1 、 L_3 交於 $(p_2 - 12, q_2 - 5)$ ， L'_1 、 L_2

交於 $(p_3 + 3, q_3 - 4)$ ，試選出正確的選項。(1) L_2 的斜率為 $-\frac{3}{4}$ (2) L_3 的斜率為 $\frac{5}{12}$

(3) L_1 的斜率為 $\frac{1}{15}$ (4) 若 L_2 與 L_3 的銳夾角為 θ ，則 $\tan \theta = \frac{63}{16}$ (5) $K = 63$

8. 若 $f(a)$ 代表 $2 < |2x - 3| < \log a$ 的整數解個數，試選出正確的選項。

(1) $f(10) = 0$ (2) $f(2025) = 2$ (3) 若 a 為 7 位數，則 $f(a) = 4$

(4) 若 $f(a) = 4$ ，則 a 的最大整數值與最小整數值相差 $9.9 \times 10^6 - 1$ (5) $f(a)$ 可能為奇數

三、選填題(占 18 分)

9. 社團有 6 個男學生及 6 個女學生預計出遊，後來統計出遊人數時，發現男生人數和女生人數相同(可能皆為 0 人)，則共有_____種不同的出遊組合。

10. 已知複數 z 在複數平面所對應的點為 A ，且 A 點落在第一象限，設 O 為原點，複數 iz 、 $\bar{z}$ 在複數平面所對應的點分別為 B 、 C ，其中 $i = \sqrt{-1}$ 。已知 $\triangle OAB$ 的面積為 32， $\triangle OAC$ 的面積為 $16\sqrt{3}$ ，則 $\triangle OBC$ 的面積為_____。

11. 有一三角錐 $A-BCD$ ，其中 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{BD} = 10$ ， $\overline{CD} = 12$ ，
則 $|(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡根式)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 24 分)

12-13 題為題組

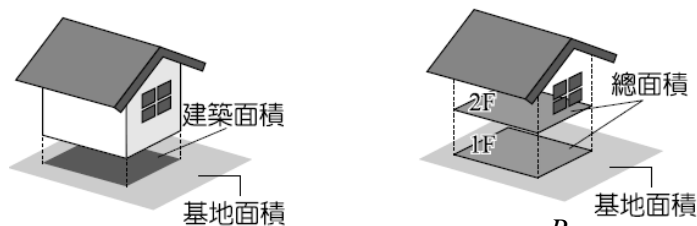
依照 S 市政府 建築法規住宅區建築基地規定：

(i) 「住一」建蔽率不得大於 60%，容積率不得大於 120%，惟建蔽率低於 50% 時，容積率不得大於 150%。

(ii) 「住二」建蔽率不得大於 60%，容積率不得大於 150%，惟建蔽率低於 50% 時，容積率不得大於 180%。其中「建蔽率」又稱建築密度或建築覆蓋率，指建築基地上，建築物的水平投影面積與建築基地面積的比值，簡單解釋為一塊空地可以蓋多少建築面積，其餘面積作為通路、綠化等等公共空間，建蔽率 = $\frac{\text{建築面積}}{\text{基地面積}} \times 100(\%)$ 。而「容積率」是指建築物的總樓

地板面積占基地面積的比例，容積率 = $\frac{\text{總面積}}{\text{基地面積}} \times 100(\%)$ 。

若 $\triangle ABC$ 是地主老陳在 S 市 一塊「住二」的建地，其三邊長分別為 70 公尺、80 公尺、90 公尺，且其內切圓與 $\triangle ABC$ 相切於 D 、 E 、 F 。試回答下列問題。



12. 設 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 的外接圓半徑分別為 R_1 、 R_2 ，試求 $\frac{R_2}{R_1}$ 之值為何？

(非選擇題，5分)

13. 地主老陳想要在 $\triangle DEF$ 上蓋一幢別墅，每個樓層的樓地板面積都跟 $\triangle DEF$ 的面積一樣大，請計算出建蔽率，再按照法規推估老陳的別墅最多可蓋幾層樓？(非選擇題，5分)

14-17 題為題組

一行星繞太陽運行的軌道為一個橢圓，而且太陽位在橢圓的一個焦點上。橢圓軌道上距離太陽最近的點稱為近日點，距離太陽最遠的點稱為遠日點。現訂定平面坐標系，已知橢圓軌道的方程式為 $\frac{x^2}{A} + \frac{y^2}{B} = 1$ ，其中 $A > B$ ，且行星位於近日點時，距離太陽2單位，行星位於遠日點時，距離太陽32單位，試回答下列問題。

14. 橢圓中心與太陽之間的距離為多少單位？(單選題，2分)

- (1)2單位 (2)8單位 (3)15單位 (4)17單位 (5)30單位

15. 下列敘述哪些是正確的？(多選題，5分)

- (1)橢圓的方程式為 $\frac{x^2}{17} + \frac{y^2}{8} = 1$ (2)太陽所在位置的坐標可能為(15, 0) (3)橢圓的短軸頂點為(0, 8)，(0, -8) (4)橢圓軌道上可與兩焦點形成等腰三角形的點恰有兩個 (5)橢圓軌道上不存在可與兩焦點形成正三角形的點

16. 若行星所在位置與太陽位置的連線與橢圓的長軸銳夾角為 60° ，且行星比太陽更靠近橢圓短軸，此時行星與太陽的距離為何？(非選擇題，4分)

17. 若一彗星繞太陽運行的軌道為雙曲線，且此雙曲線軌道與行星的橢圓軌道有相同的兩焦點，雙曲線軌道上離太陽最近的點距離太陽5單位，試求此雙曲線軌道的方程式？

(非選擇題，3分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$

對數值： $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$

RA5129 北北基高級中等學校 113 學年度分科模擬考數學甲 B 卷(113-E5)

參考答案

選擇題：1.(4)2.(1)3.(5)4.(1)(3)(5)5.(1)(3)6.(1)(3)(5)7.(2)(3)(4)(5)
8.(1)(2)(3)(4)

選填題：9.92410.1611.120 $\sqrt{39}$

混合題或非選擇題：12. $\frac{10}{21}$ 13.建蔽率 $\frac{5}{21}$ ，7 層

14.(3)15.(2)(3)(5)16. $\frac{128}{19}$ 單位 17. $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{125} = 1$