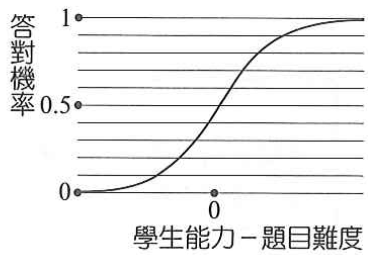
全國高中 111 年(110 學年度)高三下
第二次分科測驗模擬考　數甲試題

俞克斌老師編寫

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. 丹麥的數學家 Rasch 提出了一種用 S 型曲線（如右圖）來描述「學生能力－題目難度」與「答對機率」的關係，稱為 Rasch 模式。設學生的能力為 x，試題 A 的難度為 α，則學生做試題 A 答對的機率大致可以用函數 $f(x)=\dfrac{3^{x-\alpha}}{1+3^{x-\alpha}}$ 表示。在某次測驗中，將試題 A 進行廣泛測驗後發現：「能力 1.0 的學生答對率為 0.2 」，則試題 A 的難度 α 值最接近下列哪一個選項？



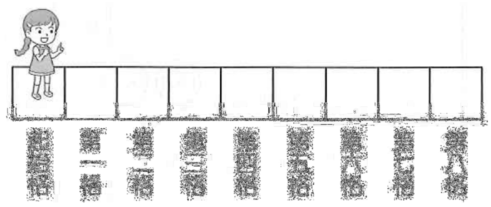
(1) 1.8　(2) 2　(3) 2.3　(4) 2.5　(5) 2.8 。　【111 全國學測模數甲⑦】

答：(3)

解：$0.2=\dfrac{3^{1.0-\alpha}}{1+3^{1.0-\alpha}}\Rightarrow 4\times 3^{1.0-\alpha}=1\Rightarrow 3^{\alpha-1.0}=4$

$\Rightarrow 10^{\log 3(\alpha-1.0)}=10^{\log 4}\Rightarrow \alpha=\dfrac{\log 4+\log 3}{\log 3}\fallingdotseq\dfrac{0.6020+0.4771}{0.4771}\fallingdotseq 2.26\cdots$

2. 某外景節目錄影時設計一款遊戲，在地面上畫有 9 個方格，如右圖所示。由左至右分別是「起始格」、「第一格」、「第二格」、……、「第八格」。參加遊戲的人需站在「起始格」上，透過丟擲一枚均勻硬幣來移動，若擲出正面，參賽者往前跳一格；若擲出反面，參賽者一次往前跳兩格。若跳到「第七格」，則參賽者獲勝，遊戲結束並可獲得獎金；但若跳到「第八格」，則參賽者淘汰，遊戲結束並接受遊戲懲罰。若小萱參加此遊戲，則小萱被淘汰的機率為下列哪一個選項？



(1) $\dfrac{21}{64}$　(2) $\dfrac{37}{64}$　(3) $\dfrac{43}{64}$　(4) $\dfrac{43}{128}$　(5) $\dfrac{85}{128}$ 。　【111 全國學測模數甲⑦】

答：(4)

解：不踏上第七格，必踏上第八格，最後一次必為反

$x+2y=6\Rightarrow\begin{array}{c|cccc} x & 0 & 2 & 4 & 6\\ \hline y & 3 & 2 & 1 & 0\end{array}$

所求機率 $=\left[\dfrac{3!}{3!}\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+\dfrac{4!}{2!2!}\left(\dfrac{1}{2}\right)^4+\dfrac{5!}{4!1!}\left(\dfrac{1}{2}\right)^5+\dfrac{6!}{6!}\left(\dfrac{1}{2}\right)^6\right]\times\dfrac{1}{2}$

$=\left[\dfrac{1}{8}+\dfrac{6}{16}+\dfrac{5}{32}+\dfrac{1}{64}\right]\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{43}{128}$

3. 在坐標平面上，曲線Γ：$\dfrac{x^2}{\cos\sqrt{2}-\cos\sqrt{3}}+\dfrac{y^2}{\sin\sqrt{2}-\sin\sqrt{3}}=1$的圖形為下列哪一個選項？
(1)焦點在x軸上的橢圓　(2)焦點在y軸上的橢圓　(3)焦點在x軸上的雙曲線
(4)焦點在y軸上的雙曲線　(5)圓。【111 全國學測模數甲⑦】

答：(1)

解：$\sqrt{2}\fallingdotseq 1.414(\text{弳})\fallingdotseq 81.0^\circ$，$\sqrt{3}\fallingdotseq 1.732(\text{弳})\fallingdotseq 99.2^\circ$

$$\left|\sqrt{2}-\frac{\pi}{2}\right|<\left|\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right| \Rightarrow \begin{cases}\cos\sqrt{2}-\cos\sqrt{3}>0\\ \sin\sqrt{2}-\sin\sqrt{3}>0\end{cases}$$

又$\left(\cos\sqrt{2}-\cos\sqrt{3}\right)-\left(\sin\sqrt{2}-\sin\sqrt{3}\right)=\left(\cos\sqrt{2}-\sin\sqrt{2}\right)+\left(\sin\sqrt{3}-\cos\sqrt{3}\right)$

$$=-\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{4}\right)\fallingdotseq\sqrt{2}\left[\sin 54.2^\circ-\sin 36.0^\circ\right]>0$$

表以x軸為長軸的橫躺型橢圓

二、多選題

4. 依據國際失智症協會（ADI）2019年發表的全球失智症報告，估計全球有超過5千萬名失智者，到2050年預計將成長至1億5千2百萬人。下表為臺灣失智症協會依內政部109年12月底人口統計資料、國家發展委員會「中華民國人口中推估（2020年至2070年）」及失智症盛行率所推估的結果，其中人口數的單位為千人。試利用下表選出正確的選項。

$$\left(\text{失智症盛行率}(\%)=\frac{\text{失智人口數}}{\text{總人口數}}\times 100\%\right)$$

民國年	109年12月底	110年	115年	120年	125年	130年	135年	140年	145年	150年	155年	159年
全國總人口數	23,561	23,544	23,404	23,140	22,693	22,024	21,162	20,157	19,056	17,911	16,747	15,814
45~64歲失智人口數	11.3	11.4	11.7	11.5	11.1	10.8	9.9	8.9	8.0	7.2	6.4	6.0
65歲以上失智人口數	292.0	296.4	361.3	445.1	542.2	649.4	740.2	792.0	823.0	843.7	849.8	839.2
65歲以上失智症盛行率	7.71%	7.48%	7.41%	7.77%	8.52%	9.51%	10.15%	10.67%	11.22%	11.65%	12.16%	12.76%
失智總人口數	303.3	307.9	373.0	456.6	553.4	660.1	750.1	801.0	831.0	850.9	856.2	845.2
失智總人口數占全國總人口數比	1.29%	1.31%	1.59%	1.97%	2.44%	3.00%	3.54%	3.97%	4.36%	4.75%	5.11%	5.34%

(1)109年12月底65歲以上的總人口數約為378.7萬人
(2)由題表知失智總人口數在110～159年中持續增加
(3)從110～150年，若一年以365天計，則可以推得臺灣失智總人口數平均每天增加約37人
(4)若計算失智總人口數占全國總人口數比與年分的最適直線（迴歸直線），其斜率為正
(5)45～64歲失智人口數在這50年中平均每年約減少150人。【111 全國學測模數甲⑦】

答：(1)(3)(4)

解：(1)○：109年12月底65歲以上的失智症盛行率為7.71%

$\therefore 7.71\% = \dfrac{292}{65\text{歲以上的總人口數}}$

$\Rightarrow 65\text{歲以上的總人口數} = \dfrac{292}{0.0771} \approx 3787$（千人）$= 378.7$（萬人）

(2) ×：155年到159年推估的失智總人口數減少

(3) ○：$\dfrac{850.9-307.9}{40\times 365} = \dfrac{543}{14600} \approx 0.0372$（千人）$= 37.2$（人）$\approx 37$（人）

故平均每天增加約37人

(4) ○：由題表中可看出失智總人口數占全國總人口數比每5年持續增加，

兩者為正相關

故最適直線的斜率為正

(5) ×：$\dfrac{6.0-11.3}{50} = \dfrac{-5.3}{50} = -0.106$（千人）$= -106$（人）

故平均每年約減少106人

5. 在學校某節下課，小萱、小華與小玉三人在玩猜拳遊戲「剪刀、石頭、布」，三人一起出拳。若兩人勝一人，則勝者兩人繼續猜拳，直到分出勝負；若一人勝兩人，則由此人勝出。其他情形則不分勝負，三人重新猜拳，直到分出勝負為止。設隨機變數 X 為兩人猜拳恰一人勝出所需的次數，且每人每次出拳為剪刀、石頭或布的機率相同，每次猜拳結果互不影響。請選出正確的選項。

(1)兩人一起猜拳一次，恰一人勝出的機率為$\dfrac{1}{3}$

(2)三人一起猜拳一次，不分勝負的機率為$\dfrac{1}{3}$

(3)若兩人一起猜拳20次，則恰1人勝出的次數期望值小於13次

(4)三人一起猜拳，猜到第3次才分出勝負的機率為$\dfrac{5}{27}$

(5)隨機變數 X 的期望值為1.5次。 【111全國學測模數甲⑦】

答：(2)(4)(5)

解：(1) $\dfrac{C^2_1 C^3_1 \times 1}{3^2} = \dfrac{2}{3}$

(2) $1 - \dfrac{C^3_1 C^3_1 \times 1}{3^3} - \dfrac{C^3_2 C^3_1 \times 1}{3^3} = \dfrac{1}{3}$

(3) $X \sim B\left(20, \dfrac{2}{3}\right)$，$E(X) = 20\times\dfrac{2}{3} = \dfrac{40}{3} > 13$

(4)
$$\begin{cases} \text{三人不分勝負 } \dfrac{1}{3} \begin{cases} \text{三人不分勝負 } \dfrac{1}{3} \rightarrow \text{三人恰1人勝 } \dfrac{1}{3} \\ \text{三人恰2人勝 } \dfrac{1}{3} \rightarrow \text{二人恰1人勝 } \dfrac{2}{3} \end{cases} \\ \text{三人恰2人勝 } \dfrac{1}{3} \rightarrow \text{二人不分勝負 } \dfrac{1}{3} \rightarrow \text{二人恰1人勝 } \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

所求機率$\left(\frac{1}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{5}{27}$

(5) $E(X)=1\times\frac{2}{3}+2\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}+4\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\frac{2}{3}+\cdots$

$\frac{1}{3}E(X)=\qquad 1\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}+3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\frac{2}{3}+\cdots$

相減：$\frac{2}{3}E(X)=1\times\frac{2}{3}+1\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+1\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}+\cdots$

$\Rightarrow E(X)=\dfrac{\frac{2}{3}}{1-\frac{1}{3}}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$

6. 設A為二階方陣且有乘法反方陣，其中O為原點，P、Q為平面上相異兩點且O、P、Q三點不共線。已知點P、Q分別經A線性變換後所得的點為P'、Q'，請選出正確的選項。
(1)原點O經A變換後仍為原點O
(2)若點P經A^2變換後仍為P，則$A=I$或$A=-I$
(3)若ΔOPQ與$\Delta OP'Q'$全等，則A為鏡射變換矩陣
(4)若G為ΔOPQ的重心且G經A變換後得G'，則G'為$\Delta OP'Q'$的重心
(5)ΔOPQ面積$=\left|\det A\right|\times\Delta OP'Q'$面積。 【111 全國學測模數甲⑦】

答：(1)(4)

解：(1)正確
(2)反例：A為鏡射矩陣，$A^2=I$，$A\neq\pm I$
(3)反例：A為旋轉矩陣
(4)正確
(5)應為ΔOPQ面積$\times\left|\det A\right|=\Delta OP'Q'$面積

7. 坐標平面上有一以原點O為圓心的圓C，交直線$2x-y+2=0$於Q、R兩點。已知圓C上有一點P使得ΔPQR為等腰三角形，試選出正確的選項。
(1)P點只會在第二象限或第四象限
(2)O點與P點皆在$\overline{QR}$的中垂線上
(3)$\overline{QR}$的中點坐標為$\left(-\frac{4}{5},\frac{2}{5}\right)$
(4)若ΔPQR為正三角形，此時的圓C方程式為$x^2+y^2=3.2$
(5)若ΔPQR為等腰直角三角形，此時的圓C方程式為$x^2+y^2=2$。
【111 全國學測模數甲⑦】

答：(3)(4)

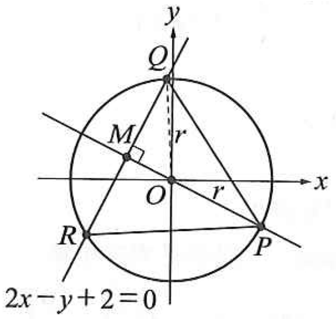
解：(1) ×：若以$\overline{QR}$為腰，則P點可能在第一象限或第三象限
(2) ×：若以$\overline{QR}$為腰，O點會落在$\overline{QR}$的中垂線上，
但P點不一定會落在$\overline{QR}$的中垂線上

(3) ○：$\overline{QR}$ 的中垂線為 $x+2y=0$，解聯立 $\begin{cases} 2x-y+2=0 \\ x+2y=0 \end{cases}$

可得 $\overline{QR}$ 的中點坐標為 $\left(-\dfrac{4}{5},\dfrac{2}{5}\right)$

(4) ○：若 ΔPQR 為正三角形，則 P 點必在 $\overline{QR}$ 的中垂線上

設此時的圓 C 半徑為 r，$\overline{QR}$ 的中點為 M



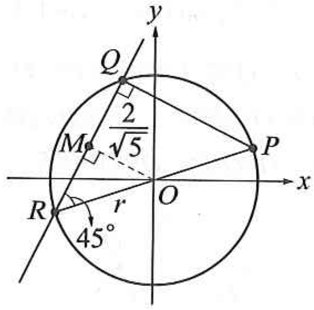
由點到直線距離公式，可得 $\overline{OM}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

$\because \Delta PQR$ 為正三角形，O 為外心，亦為重心

$\therefore r=\overline{OP}=2\overline{OM}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}$

因此，此時的圓 C 方程式為 $x^2+y^2=3.2$

(5) ×：若 ΔPQR 為等腰直角三角形，則 $\angle PQR=90^\circ$ 或 $\angle PRQ=90^\circ$



若 $\angle PQR=90^\circ$，則 $\overline{PR}$ 為直徑，所以 $r=\sqrt{2}$，$\overline{OM}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

因此，此時的圓 C 方程式為 $x^2+y^2=1.6$

8. 設 a、b 為實數，方程式 $\left(x^2+ax+b\right)\left(x^2+ax+2b\right)=0$ 有四個相異複數根 z_1、z_2、z_3、z_4，且此四個複數根在複數平面上對應的點形成一個邊長為1的正方形，請選出正確的選項。

(1) z_1、z_2、z_3、z_4 皆為虛根　(2) z_1、z_2、z_3、z_4 為兩實根兩虛根

(3) $b<0$　(4) $a>0$

(5) $|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=2\sqrt{2}+\sqrt{6}$。【111 全國學測模數甲⑦】

答：(2)(5)

解：$x^2+ax+b=0$ 之二根 $\dfrac{-a\pm\sqrt{a^2-4b}}{2}$

$x^2+ax+2b=0$ 之二根 $\dfrac{-a\pm\sqrt{a^2-8b}}{2}$

(1) 若 $a^2-4b<0$ 且 $a^2-8b<0$，則四根實部均 $-\dfrac{a}{2}$

此時四點在高斯平面 $x=-\dfrac{a}{2}$ 上，不可能圍成正方形

(2) 若 $a^2-4b>0$ 且 $a^2-8b>0$，則四根均為實根

此時四點在高斯平面 $y=0$ 上，不可能圍成正方形

(3) 若 $b<0$，則 $a^2-4b>0$ 且 $a^2-8b>0$，如上不合

故 $b>0$，且 $a^2-4b>0$，$a^2-8b<0$

又 $\sqrt{a^2-4b}=\sqrt{2}$，$\sqrt{a^2-8b}=\sqrt{2}i$ $\Rightarrow b=1$，$a=\pm\sqrt{6}$

故四根 $\dfrac{\pm\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{\pm\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{\pm\sqrt{6}+\sqrt{2}i}{2}$，$\dfrac{\pm\sqrt{6}-\sqrt{2}i}{2}$

而 $|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{6}+2\sqrt{2}$

三、選填題

9. 已知實係數多項式函數 $f(x)=x^4+3x^3+ax^2+b$，若 $y=f(x)$ 的圖形有一個反曲點 $(1,20)$，則 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(-2-4h)-f(-2)}{h}$ 的值為________。【111 全國學測模數甲⑦】

答：-256

解：$f(1)=1+3+a+b=20 \Rightarrow a+b=16$

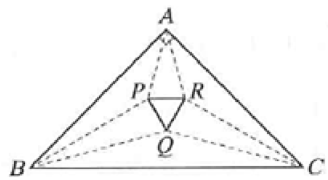
$f'(x)=4x^3+9x^2+2ax \Rightarrow f'(-2)=4-4a$

$f''(x)=12x^2+18x+2a \Rightarrow f''(1)=30+2a \Rightarrow a=-15$

所求 $=\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ -4h\to 0}}\dfrac{f(-2+(-4h))-f(-2)}{-4h}\times(-4)$

$=f'(-2)\times(-4)=(4-4a)(-4)=-256$

10. 如圖，ΔABC 為等腰直角三角形，其中 $\angle A=90°$，$\overline{AB}=6$，分別作 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的內角三等分線，每兩個內角相鄰的三等分線分別交於 P、Q、R 三點，構成 ΔPQR。若 $\overline{PR}=\sqrt{m}-\sqrt{n}$，其中 m，n 為整數，試求 $m+n$ 的值為________。【111 全國學測模數甲⑦】



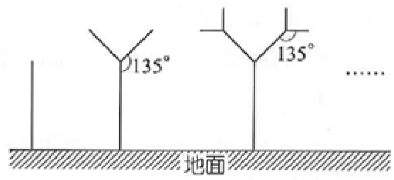
答：126

解：ΔABP 中，$\dfrac{\overline{AB}}{\sin 135°}=\dfrac{\overline{AP}}{\sin 15°} \Rightarrow \overline{AP}=\dfrac{6\times\sin 15°}{\sin 135°}$

$$\overline{PR}=2\overline{AP}\sin 15^\circ=2\times\frac{6\times\sin^2 15^\circ}{\sin 135^\circ}=12\times\frac{\frac{1}{2}\left(1-\cos 30^\circ\right)}{\sin 45^\circ}$$

$$=6\times\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=6\times\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}-3\sqrt{6}=\sqrt{72}-\sqrt{54}$$

11.右圖為一個『成長樹』，第一層樹幹是一條與地面垂直的線段，其長度為 2 公尺；第二層樹枝會在第一層線段的前端長出兩條與該線段成135°角的線段，長度為前一層線段長度的一半；第三層照著第二層的方法在每一條樹枝線段的前端長出兩條樹枝線段，以此類推，重複前面的方法成長至第n層。設此成長樹第n層的最高點到地面的垂直距離為此成長樹的高度h_n公尺，試求$\lim\limits_{n\to\infty} h_n=$________。（化為最簡根式）



【111 全國學測模數甲⑦】

答： $\dfrac{8+2\sqrt{2}}{3}$

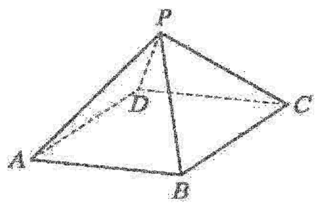
解： $2+1\times\sin 45^\circ+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}\sin 45^\circ+\cdots$

$$=\left(2+\frac{1}{2}+\cdots\right)+\left(1+\frac{1}{4}+\cdots\right)\times\sin 45^\circ=\frac{2}{1-\frac{1}{4}}+\frac{1}{1-\frac{1}{4}}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$$

第貳部分：混合題或非選擇題

12-14 題為題組

某校的生活科技課，老師給同學們一塊如右圖所示的木頭四角錐模型$P-ABCD$，其中$ABCD$為正方形，$\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}=\overline{PD}$，並請同學們將此四角錐切割成三塊小四角錐，小華與同學討論後，決定一種切割的方式。首先過A點做一個平面分別交$\overline{PB}$、$\overline{PC}$、$\overline{PD}$於點E、F、G，沿平面$AEFG$切割，則$P-AEFG$為一四角錐，再將剩下的立體模型沿平面ACF切開，如此這樣就得到三塊小四角錐。



為了方便切割，考慮空間坐標系，設底面$ABCD$的中心為空間坐標的原點O，$A(1,-1,0)$，$B(1,1,0)$，$C(-1,1,0)$，$D(-1,-1,0)$，$P(0,0,1)$，$\dfrac{\overline{PE}}{\overline{PB}}=\dfrac{3}{5}$，$\dfrac{\overline{PF}}{\overline{PC}}=\dfrac{1}{2}$。

試回答下列問題：

12.試求平面AEF的方程式。 【111 全國學測模數甲⑦】

答： $x-2y+9z-3=0$

解： $E\left(\dfrac{2\times0+3\times1}{5},\dfrac{2\times0+3\times1}{5},\dfrac{2\times1+3\times0}{5}\right)=\left(\dfrac{3}{5},\dfrac{3}{5},\dfrac{2}{5}\right)$

$F\left(\dfrac{0-1}{2},\dfrac{0+1}{2},\dfrac{1+0}{2}\right)=\left(\dfrac{-1}{2},\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$

$\overrightarrow{AE}=\left(-\frac{2}{5},\frac{8}{5},\frac{2}{5}\right)$，$\overrightarrow{AF}=\left(-\frac{3}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$

$\overrightarrow{AE}\times\overrightarrow{AF}=\left(\frac{1}{5},-\frac{2}{5},\frac{9}{5}\right)//\left(1,-2,9\right)$，故平面 AEF ： $x-2y+9z=3$

13.試求 G 點坐標。 【111 全國學測模數甲⑦】

答： $\left(-\frac{3}{4},-\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right)$

解： $\overleftrightarrow{PD}:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$ 與平面 AEF 交於 $G\left(-\frac{3}{4},-\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right)$

14.試求所切割出的第一塊小四角錐 $P-AEFG$ 的體積。 【111 全國學測模數甲⑦】

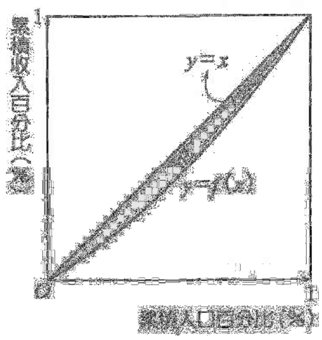
答： $\frac{9}{20}$

解： $P-AEFG$ 體積：$\left(P-AEG\right)+\left(P-FEG\right)$ 體積

$$=\frac{1}{6}\left\|\begin{vmatrix}1 & -1 & -1\\ \frac{3}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{3}{5}\\ -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4}\end{vmatrix}\right\|+\frac{1}{6}\left\|\begin{vmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ \frac{3}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{3}{5}\\ -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4}\end{vmatrix}\right\|=\frac{3}{10}+\frac{3}{20}=\frac{9}{20}$$

15-17 題為題組

美國統計學家 M.O.洛倫茲（Max Otto Lorenz）為了研究國民收入在國民之間的分配問題，提出了「洛倫茲曲線」的概念。整個洛倫茲曲線是一個正方形，正方形的底邊（即橫軸）表示收入由低到高的人口累積百分比，正方形的左邊（即縱軸）表示收入的累積百分比。如右圖，設洛倫茲曲線可以用連續函數 $f\left(x\right)$ 表示，例如 $f\left(0.25\right)=0.17$ 表示 25% 最低總收入者的總收入占全部總收入的 17% 。



另外，吉尼係數是 20 世紀義大利學者科拉多·吉尼根據洛倫茲曲線所定義，用以衡量所得分配公平程度的指標，其定義如下：

吉尼係數 $=2\times\left(R\text{的面積}\right)$，其中 R 表示直線 $y=x$ 與洛倫茲曲線所圍成之區域。吉尼係數愈大代表所得分配愈不平均。已知某個國家的所得分配符合洛倫茲曲線 $f\left(x\right)=\frac{3}{7}x^{2}+\frac{4}{7}x$，試回答下列問題：

15.這個國家 21% 最低總收入者的總收入占全部總收入的百分比最接近下列哪一個選項？（單選） (1)10% (2)11% (3)12% (4)13% (5)14% 。 【111 全國學測模數甲⑦】

答：(5)

解： $f\left(0.21\right)=\frac{3}{7}\left(0.21\right)^{2}+\frac{4}{7}\left(0.21\right)=0.1389\fallingdotseq14\%$

16.求此國家的吉尼係數。【111 全國學測模數甲⑦】

答：$\dfrac{1}{7}$

解：所求吉尼係數$=2\int_0^1\left(x-f\left(x\right)\right)dx=2\int_0^1\left(-\dfrac{3}{7}x^2+\dfrac{3}{7}x\right)dx$

$$=\frac{6}{7}\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+C\right]_0^1=\frac{1}{7}$$

17.若此區域 R 繞 x 軸旋轉，得到一個立體圖形，求此立體圖形的體積。
【111 全國學測模數甲⑦】

答：$\dfrac{16\pi}{245}$

解：所求旋轉體體積$=\int_0^1\pi\left(x^2-f^2\left(x\right)\right)dx=\int_0^1\dfrac{\pi}{49}\left(-9x^4-24x^3+33x^2\right)dx$

$$=\frac{\pi}{49}\left[-\frac{9}{5}x^5-6x^4+11x^3+C\right]_0^1=\frac{16\pi}{245}$$