## 全國公私立 111 學年度分科測驗第七次數學甲

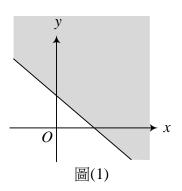
## 第壹部分:選擇(填)題(占76分)

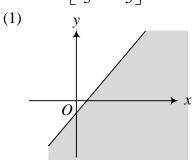


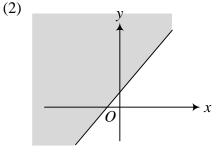
一、單選題(占 18 分)

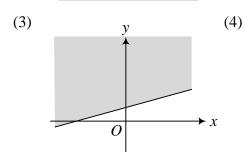
1. 如圖(1)(圖中x軸與y軸單位長相同),塗色區域中的所有點經過

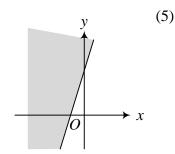
變換後,形成的區域為下列何者?

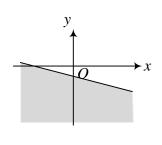




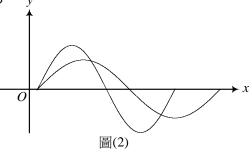








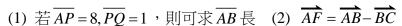
- 2. 已知  $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{x-1} = 5$  ,  $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)}{x-2} = -3$  ,則下列何者正確?
  - (1) f(1) = 0 (2) f(2) = 0 (3) f(x) = 0 在區間(1, 2)間必有實根
  - (4)  $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{(x-1)(x-2)} = -15 \quad (5) \quad \lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 2} f(x)$
- 3.  $\mathbb{B}(2)$ 為兩個正弦函數的部分圖形(圖中x軸與y軸單位長不一定相同),已知其中一個函數 為  $y = \sin(x - \frac{\pi}{6})$  ,則另一個函數最可能為下列何者?
  - (1)  $y = \frac{2}{3}\sin(\frac{4}{3}x \frac{2\pi}{9})$  (2)  $y = \frac{2}{3}\sin(\frac{3}{4}x \frac{\pi}{6})$
  - (3)  $y = \frac{4}{3}\sin(\frac{3}{2}x \frac{\pi}{4})$  (4)  $y = \frac{3}{2}\sin(\frac{4}{3}x \frac{2\pi}{9})$
  - (5)  $y = \frac{3}{2}\sin(\frac{3}{4}x \frac{\pi}{8})$

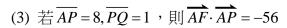


### 二、多選題(占 40 分)

- 4. 有一抽籤遊戲,共有10支籤(每支籤被抽中的機會均等),其中一支為獎金100元,其餘均 無獎金,每玩一次須付50元,每次抽完均將籤放回,若該次沒中獎則將獎金累積至下次(例 如:第一次沒中獎,則第二次獎金為 200 元;若連續兩次沒中獎,則第三次獎金為 300 元)。 試選出正確的選項。
  - (1) 連續玩 25 次,中獎次數的期望值為 2.5 次
  - (2) 連續玩 25 次, 中獎次數的標準差為 2.25 次

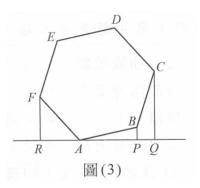
- (3) 若從無累積獎金開始,則連續玩2次的獎金期望值為20元
- (4) 若從無累積獎金開始,則連續玩3次的獎金期望值大於50元
- (5) 若從無累積獎金開始且連續 n 次無人中獎,某人於第 n+1 次玩此遊戲,已知該次獲利期望值為正,則 n 最小為 5
- 5. 設  $f(x) = 2^{-x^2+2x+1}$ 、  $g(x) = a \sin x + 2 \cos x$  且 a > 0 ,已知在區間  $[0,\pi]$  中 f(x) 的最大值為 M、最小值為 m;在  $[0,\pi]$  中 g(x) 的最大值為 N、最小值 n,若 M=N。試選出正確的選項。
  - (1) f(0) = m (2)  $m < \frac{1}{4}$  (3)  $a = 2\sqrt{3}$  (4)  $g(\frac{\pi}{3}) = N$  (5) n = -2
- 6.  $i = \sqrt{-1}$  ,設  $z^n = a_n + ib_n$  ,其中  $a_n$  ,  $b_n$  為實數 , n 為正整數 ,已知 P 為二階方陣滿足  $\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix} = P^n \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix}$ 。請選出正確的選項 。
  - (1) 若 $a_1 + b_1 = 1$ ,則P 為轉移矩陣 (2) 若 $a_1^2 + b_1^2 = 1$ ,則P 為旋轉矩陣
  - (3) 若數列 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列,則 $z=\overline{z}$  (4) 若數列 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列,則P為伸縮矩陣
  - (5) 若數列  $\langle a_n \rangle$  為等比數列,則公比 =  $\sqrt{a_1^2 + b_1^2}$
- 7. 如圖(3),已知 ABCDEF 為正六邊形, $P \cdot Q \cdot R$  分別為  $B \cdot C \cdot F$  在直線 AP 上的投影點。請選出正確的選項。





(4) 若
$$\overline{AP} = 8$$
,  $\overline{AR} = 5$ ,則 $\overline{AC} \cdot \overline{AP} = 24$ 

(5) 若
$$\overline{AP} = 8$$
,  $\overline{AR} = 5$ ,則 $\overline{AE} \cdot \overline{AP} = -16$ 



- 8. 已知平面 E:4y-3z=0 上有一半徑為 5 的圓 C,若 C 投影在 xy 平面上的圓形為  $\Gamma$ ,且  $\Gamma$  在 xy 平面上的方程式為  $\frac{(x-6)^2}{m}+\frac{(y-6)^2}{n}=1$ 。請選出正確的選項。
  - (1) 若 E 與 xy 平面的夾角為  $\theta$  ,則  $\sin\theta = \frac{3}{5}$  (2) C 的圓心坐標為 (6,6,8)
  - (3) m=25, n=9 (4) 若 C 上的點 P 在 xy 平面上的投影點為 Q,則  $\overline{PQ}$  的最大值為 11
  - (5) 若 P 為 C 上的任一點,Q 為  $\Gamma$  上的任一點,則  $\overline{PQ}$  的最大值大於 13

## 三、選填題(占18分)

- 9. 已知直線 L 與  $y = \log_4 x$  的圖形交於  $A(3, y_1) \cdot B(6, y_2) \cdot 且 L$  與  $y = \log_a x$  的圖形交於  $(9, y_3) \cdot$  若  $\log a = \frac{(\log b)(\log c)}{\log d}$  ,其中  $b, c, d \in N$  且 b < 10, c < 10 ,則  $\frac{bc}{d} = \underline{\hspace{1cm}}$  。
- 10.從 9、12、15、21 中任取三個相異數字,作為三角形的三邊長,在所有可能構成的三角形中,外接圓最大的三角形,其外接圓半徑為\_\_\_\_。(化為最簡根式)
- 11.已知  $L_1$ 、 $L_2$ 交於原點,直線  $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$  與  $L_1$ 、 $L_2$ 分別交於 P、Q,且  $\overline{PQ} = 4$ ,直線  $M: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-11}{-3}$  與  $L_1$ 、 $L_2$ 分別交於 A 、B ,則  $\overline{AB} = \underline{\hspace{1cm}}$  。

#### 第貳部分:混合題或非選擇題(占 24 分)

#### 12-14 題為題組

 $i = \sqrt{-1}$  , 設 f(x) 為實係數多項式函數,且 f(1-i) = 4, f(2i) = 24 ,若 f(x) 除以  $(x^2 - 2x + 2)(x^2 + 4)$  的餘式為 r(x) 。試回答下列問題。

- 12. 請選出正確的選項。(多選題,4分)
  - (1) f(1+i) = -4 (2) f(-2i) = r(-2i) (3) f(x) 可為二次函數
  - (4) 若 f(x)的次數為奇數次,則 f(x) = 0有實數解
  - (5) 若 f(x) 為四次函數,則 f(x) = 0 沒有實數解
- 13. 求 r(x)。(非選擇題,4分)
- 14. 已知 y = r(x) 的圖形與直線 y = 26x + k 有三個交點,試求實數 k 的範圍? (非選擇題, 4分)

#### 15-17 題為題組

設 f(x) 為實係數三次多項式函數,且首項係數為 1。已知 f(x) 的反曲點為 (0,f(0)) 且 y=f(x) 的圖形在對稱點的一次近似為 y=-13x+k。若 y=f(x) 的圖形與 x 軸交於 A(a,0)、B(b,0)、C(c,0),且  $\overline{AB}$ :  $\overline{BC}=2:5$ ,試回答下列問題。

- 15. a+b+c=\_\_\_\_。(選填題,3分)
- 16. 若 a < b < c , 求 k 。 (非選擇題 , 4 分)

17. 若 a < b < c ,求 y = f(x) 的圖形與 x 軸所圍成的封閉區域面積。(非選擇題,5 分)

# RA6112 全國公私立 111 學年度分科測驗第七次數學甲

## 參考答案

選擇題: 1.(4) 2.(5) 3.(4) 4.(1)(4)(5) 5.(2)(3)(4)(5) 6.(2)(3) 7.(1)(3)(5) 8.(2)(3)(5)

選填題:9.3 10.14√3 11.20

混合題或非選擇題:12. (2)(4) 13.  $2x^3 - 6x^2 + 8x$  14. -54 < k < 10

15. 0 16. -12 17.  $\frac{407}{4}$