

113 學年度全國高級中學分科測驗數學甲(113-E6)

第壹部分：選擇題(占 76 分)

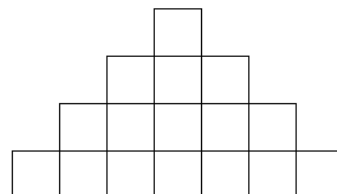


一、單選題(占 18 分)

1. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC}=12$ ， $\angle B=60^\circ$ ，周長為 30，則 $\triangle ABC$ 的面積為下列哪一個選項？

- (1) $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ (2) $12\sqrt{3}$ (3) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ (4) $15\sqrt{3}$ (5) $\frac{81\sqrt{3}}{4}$

2. 將右圖中的三個方格塗黑，這三個塗黑的方格兩兩不同直行也不同橫列，若只考慮著色的結果，不考慮著色順序，請問有多少種著色法？ (1)72 種 (2)84 種 (3)96 種 (4)105 種 (5)420 種



3. 已知實係數方程式 $2x^3 + ax^2 + bx + 125 = 0$ 的實根為 α ，兩個相異虛根為 β ， γ 。若 $\gamma = 3 + 4i$ ， $i = \sqrt{-1}$ ，則 $\alpha + \beta + \gamma + a + b$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) $\frac{33}{2}$ (2) $\frac{67}{4}$ (3) 17 (4) $\frac{69}{4}$ (5) $\frac{35}{2}$

二、多選題(占 40 分)

4. 已知 z 為複數， $i = \sqrt{-1}$ ， $S_n = z + z^2 + z^3 + \cdots + z^n$ ，請問下列選項哪些正確？

- (1) 若 $z = i$ ，則 $|S_n|$ 的最小值為 0 且最大值為 $\sqrt{2}$ (2) 若 $|z| > 0$ ，則 $|S_9| > 0$
(3) 若 $|z| \geq 1$ ，則 $|S_9| \geq 9$ (4) 若 $|z| \leq 1$ ，則 $|S_9| \leq 9$ (5) 若 $|S_9| < 9$ ，則 $|z| < 1$

5. 已知 a, b, c, d, e, f 皆為大於 1 的相異正實數， $\log_2 a, \log_2 b, \log_2 c$ 為等差數列， $\log_2 d, \log_2 e, \log_2 f$ 為等比數列。請問下列選項哪些正確？(1) a, b, c 必定為等比數列 (2) d, e, f 必定為等比數列 (3) $2^a, 2^b, 2^c$ 必定為等比數列 (4) $\log_8(a^2), \log_8(b^2), \log_8(c^2)$ 必定為等差數列 (5) $\log_{16} d, \log_4 e, \log_2 f$ 必定為等比數列

6. 坐標平面上，考慮 $f(x) = (x-1)(x-2)^3$ 的函數圖形，請問下列選項哪些正確？

- (1) $f\left(\frac{3}{2}\right) < 0$ (2) 當 $x > \frac{3}{2}$ 時， $y = f(x)$ 為遞增函數 (3) 當 $x < \frac{3}{2}$ 時， $y = f(x)$ 為遞減函數
(4) 當 $x > \frac{3}{2}$ 時， $y = f(x)$ 為凹口向上 (5) 當 $x < \frac{3}{2}$ 時， $y = f(x)$ 為凹口向下

7. 已知三次實係數多項式 $f(x) = 3x^3 + bx^2 + cx + d$ ，若 $y = f(x)$ 函數圖形的反曲點坐標為 $(1, a)$ ，且在 $x=1$ 附近的局部特徵近似於直線 $y = -2x + 5$ 。請問下列選項哪些正確？

- (1) $a = 5$ (2) $f'(1) = -2$ (3) $f(0.998)$ 到小數點以下第三位的近似值為 2.996
(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 7$ (5) $y = f(x)$ 的函數圖形在 $x=2$ 附近的一次近似函數為 $g(x) = 7x - 9$

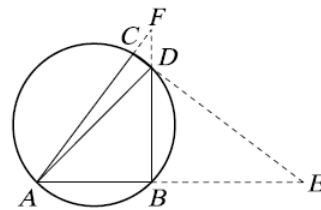
8. 如右圖，圓內接四邊形 $ABDC$ 中， $\overline{AD}$ 為圓的直徑， $\overline{AC} = 21$

， $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{25}{28}\overrightarrow{AC}$ ，直線 AB 與直線 CD 相交於 E 點

，直線 AC 與直線 BD 相交於 F 點，請問下列選項哪些正確？

(1) $\triangle ABF \sim \triangle ACE$ (2) $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AF}$ (3) $\overline{AB} : \overline{BE} = 4 : 5$

(4) $\overline{AB} = 16$ (5) $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$



三、選填題(占 18 分)

9. 複數 $z_A = 7(\cos 78^\circ + i \sin 78^\circ)$ 、 $z_B = 3(\cos 7^\circ + i \sin 7^\circ)$ 、 $z_C = 3(\cos 187^\circ + i \sin 187^\circ)$ ， $i = \sqrt{-1}$

已知複數 z_A 、 z_B 、 z_C 在複數平面上的對應點依序為 A 、 B 、 C 三點，則

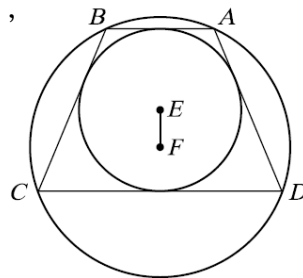
$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -5 & -3 & e \\ 3 & -6 & 2 & f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & g & -2 & 7 \\ 2 & h & -3 & 8 \end{bmatrix}$ ，則 $(a+b+c+d) - (e+f+g+h) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 如右圖，等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}$ 平行 $\overline{CD}$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{CD} = 18$ ，

內切圓 Ω_1 的圓心為 E ，外接圓 Ω_2 的圓心為 F ，則

$\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)



第貳部分：混合題或非選擇題(占24分)

12-14 題為題組

若給定 $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x$ ， $g(x) = 2x^2 + x - 1$ ， $h(x) = (3x^3 - 4x^2 + 5x)(2x^2 + x - 1)^2$ 三個多項式函數，試利用以上資訊回答下列問題。

12. 若 $f'(1) = a$ ， $g'(1) = b$ ，則數對 (a, b) 為下列哪一個選項？(單選題，4 分)

(1) $(5, 4)$ (2) $(5, 5)$ (3) $(6, 4)$ (4) $(6, 5)$ (5) $(6, 6)$

13. 試求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x) - 16}{x - 1}$ 的值為多少？(非選擇題，6 分)

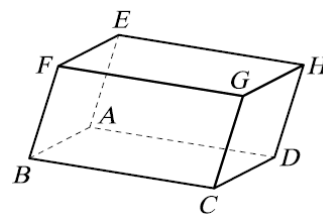
14. 若 $y = h(x)$ 的函數圖形在 $x = 1$ 的切線方程式為 $y = mx + d$ ，則數對 $(m, d) = ?$
(非選擇題，2 分)

15-17 題為題組

如右圖，空間中有一個平行六面體 $ABCD-EFGH$ ，直線 AE 的對稱比例式為 $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ ，直線 BC 的對稱比例式為

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+8}{3} = \frac{z-7}{1}，直線 GH 的對稱比例式為 \frac{x+12}{3} = \frac{y-12}{1} = \frac{z}{2}$$

，試利用以上資訊回答下列問題。



15. 平面 $ABCD$ 的方程式為下列哪一個選項？(單選題，3 分)

- (1) $5x - y - 7z = -36$ (2) $5x - y - 7z = 36$ (3) $5x + y - 7z = -52$
 (4) $5x + y - 7z = 52$ (5) $5x + y + 7z = 46$

16. 點 A 的坐標為何？(非選擇題，3 分)

17. $\overrightarrow{AF} = ?$ (非選擇題，6 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$

RA6117 113 學年度全國高級中學分科測驗數學甲(113-E6)

參考答案

選擇題：1.(4) 2.(3) 3.(1) 4.(1)(4) 5.(1)(4)(5) 6.(1)(2) 7.(2)(4) 8.(1)(2)(5)

選填題：9.152 10.-2 11. $\frac{65}{24}$

混合題或非選擇題：12.(4) 13.104 14.(104,-88)

15.(1) 16.(2,4,6) 17.(11,7,12)