

全國公私立 107 學年度指定科目第 6 次聯合模擬考試數學甲

第壹部分：選擇題



一、單選題：(24 分)

1. 若橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{k} = 1$ 的一個焦點是 $(0, 2)$ ，則 $k = ?$
(1) 12 (2) 14 (3) 16 (4) 18 (5) 20
2. 求直線 $L: 3x + 4y = 108$ 在第一象限內有幾個格子點？
(1) 7 (2) 8 (3) 9 (4) 10 (5) 11
3. 試問下列三數的大小關係 $a = 0.5^5$ 、 $b = 5^{0.5}$ 、 $c = \log_{0.5} 5$ ？
(1) $a < b < c$ (2) $c < b < a$ (3) $c < a < b$ (4) $b < a < c$ (5) $a < c < b$
4. 設 $1 - i$ 為方程式 $x^2 + ax + (3 - i) = 0$ 的一根，則 a 的值為何？
(1) -3 (2) -2 (3) $-1 - i$ (4) 2 (5) 3

二、多選題：(24 分)

5. 關於空間中的敘述，下列哪些正確？
(1) 任意兩條相異直線必存在公垂線 (2) 兩歪斜線在同一平面的正射影為兩相交直線
(3) 一直線及一點恰可決定一平面 (4) 只有一個平面通過兩平行直線
(5) 兩個相異且不平行的平面之交點一定會形成一直線
6. 丟擲一粒公正骰子 6 次，已知骰子上有紅色點數(1、4)與黑色點數(2、3、5、6)。令隨機變數 X 表示出現質數點數的次數， Y 表示出現紅色點數的次數。試問在每次的試驗皆為獨立的情形下，請選出正確的答案選項。

(1) $P((X = 1) \cap (Y = 5)) = \frac{1}{81}$

(2) 前兩次出現紅色點數，後四次出現黑色點數的機率為 $\frac{80}{243}$

(3) 前兩次出現質數點數，後四次出現黑色點數的機率為 $\frac{4}{81}$

(4) 6 次中出現紅色點數次數期望值為 2 次 (5) 6 次中出現質數點數次數標準差為 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 次

7. 下列關於各選項極限值的敘述，哪些是存在且等於 $\frac{1}{2}$ ？

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 2n + 3n + \dots + n^2}{1 + 4 + 9 + \dots + n^2}$ (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ (3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - 1}{x+1}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2 - 2x}$ (5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$

三、選填題：(28 分)

- A. 一架空拍機自水平地面起飛後，分別在距離地面 300 公尺高的 A 、 B 、 C 三點處，觀測一棟建築物的樓頂。發現俯角皆為 60° ，若 $\angle ABC = 60^\circ$ 且 $\overline{AC} = 50$ 公尺，試問此建築物的高度為 _____ 公尺。

B. 已知 $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (3, 10, -15)$ 、 $\vec{a} \times \vec{b} = (8, 4, -6)$ 及 $\vec{b} = (2, 2, 4)$ ，求由 \vec{a} ， \vec{b} ， \vec{c} 三向量所展開的平行六面體體積=_____。

C. 試求 $\sqrt{3} \cdot (\csc 20^\circ + \sec 10^\circ) - (\sec 20^\circ + \csc 10^\circ)$ 的值=_____。

D. 已知 a, b 為實數，且滿足 $\log(-a) + \log(-b) = \log 9$ ， $2^a \times 2^b = \frac{1}{64}$ ，則 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ 之值=_____。

第貳部分：非選擇題(24分)

一、設 O 為複數平面上的原點，並令 A, B 兩點分別代表複數 $z_1 = 1 + ai$ ， $z_2 = b + 2i$ ， a, b 皆為實數。若 $|z_1| = \sqrt{2}|z_2|$ ，且 $\frac{z_2}{z_1}$ 的主幅角為 $\frac{\pi}{4}$ 。

- (1) 求數對 $(a, b) = ?$ (5分)
- (2) 三角形 OAB 的面積為何? (7分)

二、設 A, B 皆為 2×2 的矩陣，若滿足 $A + B = I_2$ (單位矩陣) 且 $B^2 - 4B = 2I_2$ ，試求

- (1) $A^2 + 2A = ?$ (5分)
- (2) $A^4 + 3A^3 + A = ?$ (7分)

RA686 全國公私立 107 學年度指定科目第 6 次聯合模擬考試數學甲

選擇題：1. (5) 2. (2) 3. (3) 4. (1) 5. (1)(4)(5) 6. (1)(3)(4)(5) 7. (2)(3)(5)

選填題：A. 250 B. 34 C. 0

非選擇題：一、(1) $(3, -1)$ (2) $\frac{5}{2}$

二、(1) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}$