臺中市立高級中學 108 學年度指定科目第二次
聯合複習考數學甲

RA693

第壹部分：選擇題（占 76 分）

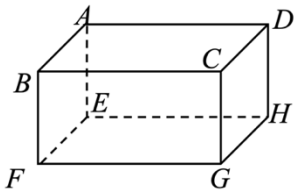
一、 單選題（占 18 分）

1. 一圓盤分成標有數字 1、2、3 的三個區域，且圓盤上有一可轉動的指針。已知每次轉動指針後，前後兩次指針絕對不會停在同一區域，而停在另兩區域的機率相等。遊戲規定為連續轉動指針三次，計算指針在這三次所停區域的標號數字之和。若遊戲前指針的位置在標號數字 1 的區域，則此遊戲的期望值最接近哪一個選項？

   (1)5.5　(2)6　(3)6.5　(4)7　(5) 7.5

2. 給一長方體 $ABCD-EFGH$，如右圖，若 $\overline{AB}=\overline{AE}=3$，$\overline{AD}=6$，則直線 BD 與直線 AF 的距離為

   (1)1　(2)2　(3)3　(4)4　(5)5



3. 在△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{BC}$。在 $\overline{AB}$ 上取一點 D 使得 $\overline{AD}=2\overline{BD}$ 且 $\overline{CD}=1$。若△ACD 的周長與△BCD 的周長相等，則△ACD 的周長為

   (1)$1+\sqrt{3}$　(2)3　(3)$1+\sqrt{5}$　(4)$1+\sqrt{6}$　(5)$1+\sqrt{7}$

二、多選題（占 40 分）

4. 設實係數多項式 $f(x)$ 滿足 $f(2-i)=-5$ 與 $f(i)=-1+12i$（其中 $i=\sqrt{-1}$），且 $f(x)$ 除以 $(x^2-4x+5)(x^2+1)$ 的餘式為 $g(x)$。請選出正確的選項。

   (1) $f(2+i)=5$　(2) $g(-i)=-1-12i$　(3) $g(x)=0$ 無負實根

   (4) $g(x)=0$ 無有理根　(5) $y=g(x)$ 與拋物線 $y=x^2-2x+2$ 恰只有一個交點

5. 給兩不平行的非零向量 $\vec{u}$ 與 $\vec{v}$，已知 $\vec{u}+2\vec{v}$ 與 $\vec{u}-2\vec{v}$ 互相垂直，下列哪些選項是正確的?

   (1)$|\vec{u}|=2|\vec{v}|$　(2) $\vec{u}$ 與 $\vec{v}$ 可能互相垂直

   (3)若 $\vec{u}+2\vec{v}$ 與 $\vec{u}$ 的夾角為 60°，則 $\vec{u}$ 與 $\vec{v}$ 的夾角為 120°

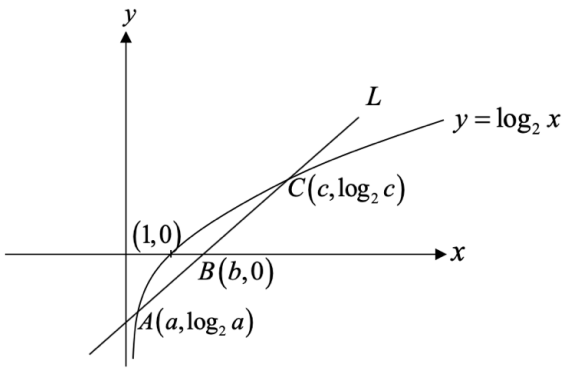
   (4)若 $\vec{u}+2\vec{v}$ 與 $\vec{u}$ 的夾角為 60°，則 $\vec{u}\cdot\vec{v}=-2$

   (5)若 $|\vec{u}|=2$，則 $\vec{u}\cdot\vec{v}$ 的最大值為 2

6. 如右圖所示，坐標平面上，已知直線 L 與函數 $y=\log_2 x$ 的圖形有兩交點 A,C，且 $\overline{AC}$ 與 x 軸交於 B。若已知 A,B,C 三點之 x 坐標 a,b,c 成等比，試選出正確的選項。

   (1)等比數列 a,b,c 的公比大於 1

   (2) $\log_2 a,\log_2 b,\log_2 c$ 三數成等差



(3) $\log_2 \frac{a+c}{2} < \log_2 b$　　(4) $\overline{AB} < \overline{BC}$

(5)若等比數列 a,b,c 的公比為 3，則 $b=\sqrt[3]{3}$

7. 在複數平面上，給定三點 $A(0)$、$B(4)$、$C(1+\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3})$。下列哪些選項是正確的?

(1) $1+\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}$ 的主幅角為 $\frac{2\pi}{3}$　　(2) $\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$　　(3) $\triangle ABC$ 的面積為 $\sqrt{3}$

(4)若 z 為方程式 $x^3=1+\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}$ 的解，則 z 可能落在第一象限

(5)承(4)，$|z|=1$

8. 已知函數 $f(x)=\sin 2x+\frac{2}{\sin 2x}$，$g(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos x}$，其中 $0<x<\frac{\pi}{2}$，則下列哪些敘述是正確的？

(1) $f(x)$ 有最大值　　(2) $g(x)$ 的最小值為 $2\sqrt{2}$　　(3) $f(x)$ 的最小值為 $2\sqrt{2}$

(4)當 $x=\frac{\pi}{4}$ 時，$f(x)$ 產生最小值　　(5) $f(x)+g(x)$ 的最小值為 $3+2\sqrt{2}$

三、選填題（占 18 分）

A. 給定兩平行線 L_1：$2x-y-4=0$ 與 L_2：$2x-y+10=0$，已知這兩平行線與圓 C 的交點，將圓 C 的圓周做四等分。若圓 C 的圓心在直線 $3x-4y-3=0$ 上，則圓 C 的圓心坐標為_____。

B. 設矩陣 $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$，若 $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=A\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 表示以矩陣 A 對點 $P(x, y)$ 作線性變換得到對應點 $P'(x', y')$。若將直線 L：$x+2y+2=0$ 上所有的點，利用矩陣 A 作變換，所有對應點所成的圖形為直線 L'。設 L 與 L' 所夾的銳角為 θ，則 $\tan\theta$ 的值為_____。(化至最簡分數)

C. 投擲一公正骰子 4 次。在最初兩次的投擲中曾經出現過 3 點的條件下，4 次投擲的點數和為 9 的條件機率為_____。(化至最簡分數)

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

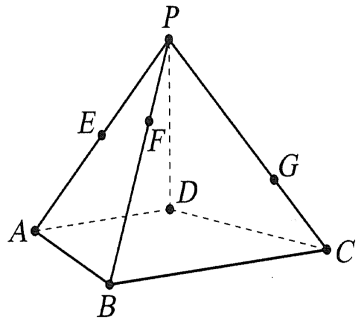
一、 袋中有大小相同編號 1 到 8 號的球各二顆。柚子自袋中隨機一次取二球，設隨機變數 X 的值為取出二球中的較小號碼。若 p_k 表 X 取值為 k 的機率（$k=1,2,\cdots,8$），則：

(1)試求 p_2, p_3。(4 分)

(2)試求滿足 $p_k > \frac{1}{10}$ 之所有正整數 k 的值。(5 分)

(3)試求隨機變數 X 的期望值。(5 分)

二、如圖，在四角錐 $P-ABCD$ 中，其中 $\overline{PD}$ 垂直平面 $ABCD$，$\overline{AD} \perp \overline{AB}$ 且 $\overline{AD} // \overline{BC}$。設 $\overline{BC}=3$，$\overline{PD}=\overline{AD}=\overline{AB}=2$。已知 E 為 $\overline{PA}$ 中點，F 在 $\overline{PB}$ 上且 $\overline{BF}=2\overline{PF}$。



(1)試證：直線 EF 平行平面 CDP。(5 分)

(2)設 G 在 $\overline{PC}$ 上且 $\overline{PG}=k\overline{PC}$。若 G、D、E、F 四點共平面，試求 k 值。(5 分)

RA693　臺中市立高級中學 108 學年度指定科目第二次聯合複習考數學甲
參考答案

第壹部分：1.(3)　2.(2)　3.(1)　4.(2)(3)(5)　5.(1)(2)(3)　6.(1)(2)(4)　7.(3)(5)

8.(2)(4)(5)　A.$(-3,-3)$　B. $\frac{1}{2}$　C. $\frac{1}{22}$

第貳部分：一、(1)$p_2=\frac{1}{24}$，$p_3=\frac{7}{40}$　(2)$k=1$，2，3，4，5　(3)$\frac{31}{10}$

二、(1)略　(2)$\frac{2}{3}$