

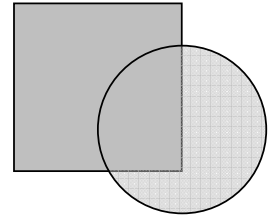
臺中市立高級中學 110 學年度學科能力測驗第一次 聯合模擬考試數 B

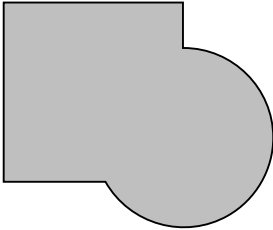
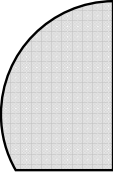
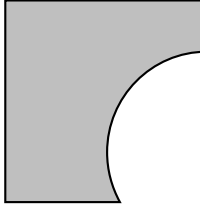
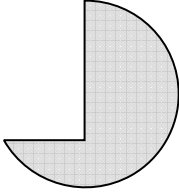
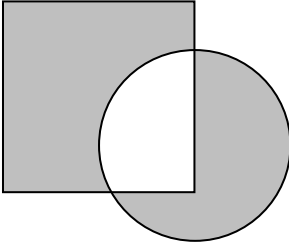


第壹部分：選擇題（占 85 分）

一、單選題（占 35 分）(1~7 每題 5 分)

- $\sqrt{110+\sqrt{2021}}$ 介於哪兩個連續整數之間？
(1) 11 與 12 (2) 12 與 13 (3) 13 與 14 (4) 14 與 15 (5) 15 與 16
- 同時滿足不等式 $|x-\sqrt{147}| < 6$ 與 $|x-\sqrt{32}| > 5$ 的整數 x 有幾個？
(1) 8 個 (2) 9 個 (3) 10 個 (4) 11 個 (5) 12 個
- 在簡報軟體中，常有利用兩個圖形進行組合，創造出各種圖案的功能。例如「減去」的功能是將第一個選取的圖形捨去與第二個圖形重疊的部分。現在有一正方形與圓形，如右圖，若先選取圓形再選取正方形，利用「減去」功能所得到的圖形為下列哪一個選項？



- (1)  (2)  (3) 
- (4)  (5) 

- 聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特 (W/m^2) 來衡量，一般人能感覺出聲音的最小強度為 $I_0 = 10^{-12} (W/m^2)$ 。當測得的聲音強度為 $I (W/m^2)$ 時，所產生的噪音分貝數 d 為 $d = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ 。研究發現，人們若處於音量小於 50 分貝的環境時，會讓人覺得舒適寧靜；反之，若處於音量大於 70 分貝的環境時，則可能會使聽力受損。設有一部機車以每小時 60 公里的速度行駛時，其產生的噪音為 40 分貝，若有相同的機車 n 部，且同時皆以每小時 60 公里的速度行駛，若不考慮聲音能量的逸散，則使聽力不會受損的最大整數 n 值為何？(1) 3 (2) 30 (3) 100 (4) 1000 (5) 10000
- 設 $f(x)$ 為實係數三次多項式，若 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 -5 ，且 $(x+1)f(x)$ 除以 x^3-1 的餘式為 $3x-1$ ，則多項式 $f(x)$ 的各項係數總和為下列哪一個選項？
(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8 (5) 10
- 歷史上，各國數學家有許多種求圓周率的方法，其中利用圓的外切正多邊形(每邊均與圓相切的正多邊形)與圓的內接正多邊形(每個頂點都落在圓上的正多邊形)進行估算是一種常見的方法。若先分別計算單位圓的外切正 $4n$ 邊形與內接的正 $4n$ 邊形的周長，再以兩者的算術平均數做為單位圓圓周長 2π 的近似值，則此 2π 的近似值為何？
(1) $4n(\sin \frac{45^\circ}{n} + \cos \frac{45^\circ}{n})$ (2) $8n(\sin \frac{90^\circ}{n} + \cos \frac{90^\circ}{n})$ (3) $8n(\sin \frac{45^\circ}{n} + \cos \frac{45^\circ}{n})$
(4) $8n(\sin \frac{90^\circ}{n} + \tan \frac{90^\circ}{n})$ (5) $4n(\sin \frac{45^\circ}{n} + \tan \frac{45^\circ}{n})$

7. 翰翰就讀的高中因疫情影響取消了一年一度的校慶活動，老師為彌補同學們的缺憾，於某次班會時舉行班級同樂會，並且設計一個「樂透」活動作為同樂會的壓軸。活動方式如下：每位同學在小卡上任意寫上一個 0 到 9 的數字，接著老師利用電腦隨機抽出一個 000 到 999 的數字，若小卡上所寫的數字為抽出的數字中任一位數，則該名同學中獎(例如：電腦抽出 033，則小卡上寫 0 或寫 3 的同學即為中獎)。依據上述的活動方式，翰翰中獎的機率在下列哪一個區間中？
 (1) [0.15, 0.2) (2) [0.2, 0.25) (3) [0.25, 0.3) (4) [0.3, 0.35) (5) [0.35, 0.4)

二、多選題 (占 25 分) (8-12 每題 5 分)

8. 設 $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (5, 5)$, $\vec{c} = (-2, k)$, 試選出正確的選項。
 (1) \vec{b} 在 \vec{a} 上的正射影為 $2\vec{a}$ (2) \vec{b} 在 $2\vec{a}$ 上的正射影為 $4\vec{a}$ (3) \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影為 $2\vec{a}$ (4) 若 \vec{c} 在 \vec{a} 上的正射影與 \vec{b} 在 \vec{a} 上的正射影相等，則 $k = 26$ (5) 若 \vec{c} 與 \vec{a} 垂直，則 $k = 6$
9. 現今臺灣的高中生幾乎都需要參加一項重要的升學考試，就是「學科能力測驗」(簡稱學測)，學測各科成績之表示均採級分制。以下為計分方式：
 「級距」：以各科到考考生，計算其原始得分前百分之一考生的平均原始得分，再除以 15，並四捨五入取至小數第二位，作為各該科之級距(以下用 L 表示)。
 「級分」：原始得分 0 分為 0 級分，最高為 15 級分，各級分與原始得分 X 、級距 L 之對照表如下表：

級分	原始得分範圍	級分	原始得分範圍	級分	原始得分範圍
15	$14L < X \leq \text{滿分}$	10	$9L < X \leq 10L$	5	$4L < X \leq 5L$
14	$13L < X \leq 14L$	9	$8L < X \leq 9L$	4	$3L < X \leq 4L$
13	$12L < X \leq 13L$	8	$7L < X \leq 8L$	3	$2L < X \leq L$
12	$11L < X \leq 12L$	7	$6L < X \leq 7L$	2	$L < X \leq 2L$
11	$10L < X \leq 11L$	6	$5L < X \leq 6L$	1	$0 < X \leq L$

另外，大考中心於每年學測結束後會公布各科成績的五項標準，學測成績五項標準的計算方式如下：(依到考考生人數計算)

頂標：成績位於第 88 百分位數之考生級分。

前標：成績位於第 75 百分位數之考生級分。

均標：成績位於第 50 百分位數之考生級分。

後標：成績位於第 25 百分位數之考生級分。

底標：成績位於第 12 百分位數之考生級分。

依據大考中心公告：「110 學年度學測數學科級距為 6.03 分，數學科成績的五項標準分別為頂標 11 級分、前標 9 級分、均標 6 級分、後標 4 級分、底標 3 級分」。已知每位考生的數學科原始得分皆為整數，請依據上述資料，選出正確的選項。

- (1) 數學科原始得分至少要 91 分才能得到 15 級分
 (2) 若翊俊和俊元的數學科級分數都是 14 級分，則他們兩人的原始得分最多差 5 分
 (3) 若頌和的數學科級分數為 11 級分，則她的級分數至少比該科 87% 的到考考生還高
 (4) 若政源的數學科原始得分為 50 分，則他的成績達到前標
 (5) 若碩亨的數學科原始得分為 30 分，則他的級分數至少比該科 50% 的到考考生還低

10. 一正方形 $ABCD$ ，直線 AB 的方程式為 $2x - y = 1$ ，若 D 點坐標為 $(3, 2)$ ，則直線 BC 的方程式可以是下列哪些選項？

- (1) $x + 2y = 10$ (2) $x - 2y = -1$ (3) $x + 2y = 4$ (4) $x + 2y = -1$ (5) $2x + y = 8$

11. 已知三次函數 $f(x) = ax^3 - 12x^2 + bx + c$ 的廣域特徵圖形近似 $y = -2x^3$ ，又 $y = f(x)$ 在 $x = -2$ 附近的局部特徵圖形近似 $y = 7x + 17$ ，則下列選項哪些是正確的？

- (1) $a = -2$ (2) 三次函數 $y = f(x)$ 的對稱中心在 $(2, f(2))$ (3) $b = -17$ (4) $c = 1$
 (5) 計算 $f(0.01)$ 至小數點後第二位，以下四捨五入的近似值為 17.07

12. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5, \overline{AC} = 8, \overline{BC} = 7$ ，點 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點(不合邊界)，且

$\overline{AP} = 2\sqrt{3}$ ，設點 P 在直線 AB 與直線 AC 上的投影點分別為點 Q 與點 R ，試選出正確的選

項。(1) $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\triangle ABC$ 的面積為 $20\sqrt{3}$ (3) $\angle QPR = 120^\circ$ (4) $\triangle AQR$ 的外接圓

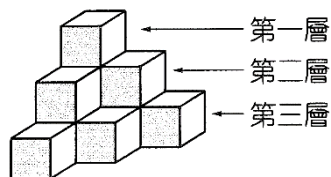
直徑為 $2\sqrt{3}$ (5) 若點 P 對於直線 AB 與直線 AC 的對稱點分別為點 S 與點 T ，則 $\overline{ST} = 8$

三、選填題 (占25分) (13~17每題5分)

13. 某天有七節課(第一節到第七節)，其中有數學兩節，國文、英文、物理、歷史與音樂各一節，若數學不連續上兩節，且數學與物理不連續上兩節，則課程的安排方法有_____種。(第四節與第五節視為連續兩節)

14. 在 $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{BC} 上一點， P 為 \overline{AD} 上一點，已知 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 及 $\triangle ABC$ 的面積分別為 3 、 8 及 12 。若 $\overrightarrow{BP} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$ ，則實數數對 (α, β) 為_____。(化為最簡分數)

15. 如右圖所示，利用邊長為1公分的正立方體小積木來做堆疊，第一層用1塊積木，第二層用3塊積木，第三層用6塊積木，...，第 n 層用 $(1+2+3+\dots+n)$ 塊積木。今有一個用此方式堆疊而成的立體模型，由上至下共計15層，則此立體模型的表面積(即該立體模型的前、後、上、下、左、右各表面的面積總和)為_____平方公分。



16. 若坐標平面上 $P(5, 2)$ 處有一光源，將圓 $C: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0$ 投射在 y 軸上，則此圓在 y 軸上的陰影長度為_____。

17. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$ ， $a_n = \begin{cases} a_{n-1} + 3, n \text{ 為奇數} \\ a_{n-1} - 2, n \text{ 為偶數} \end{cases}$ ，其中 n 為大於等於2的正整數。令 S_n 為數列 $\langle a_n \rangle$ 首 n 項的和，則 $S_{20} =$ _____。

第貳部分：混合題（占 15 分）

第 18. 至 19. 題為題組

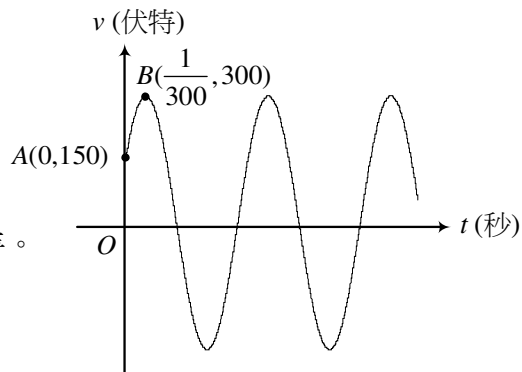
一般家用電源為「正弦交流電」，正弦交流電是指電路中電流及電壓的大小和方向都隨時間按正弦函數的規律變化，這種隨時間做週期性變化的電流稱為交流電。而交流電在實際使用中，如果用最大電壓來代表交流電的電壓並不合適，因為畢竟在一個週期中只有兩個瞬間會達到最大電壓(即波峰、波谷處)。為此人們常用交流電電壓的「有效值」表示其大小，經理論和實驗證明，交流電電壓的有效值等於「最大電壓(即振幅)除以 $\sqrt{2}$ 」。例如：家用電源的電壓一般為 110 伏特，此即為「有效值」，

故其最大電壓應為 $110 \times \sqrt{2} \approx 155.5$ (伏特)。

今有一交流發電機，其所發出之交流電電壓與時間的關係符合函數 $V(t) = a \sin(\omega t + \theta)$

其中 $V(t)$ 表示在時間 t 時的電壓，且 α 、 ω 皆為正數， $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，時間單位：秒；電壓單位：伏特。

$V(t)$ 的函數部分圖形如右，已知圖中 B 點為其中一個波峰。試回答下列問題：



18. 試問此交流發電機電壓的「有效值」最接近下列哪一個選項？(單選題，5 分)

- (1) 210 伏特 (2) 240 伏特 (3) 270 伏特 (4) 300 伏特 (5) 420 伏特

19. 赫茲(Hz)是頻率的單位，表示「每一秒週期性事件發生的次數」。例如：週期為 4 秒的單擺，其頻率為 $\frac{1}{4}$ 赫茲。試求出上述電壓函數 $V(t)$ 的未知常(係)數 a 、 ω 、 θ 、及週期 T (單位：秒)和頻率 F (單位：赫茲)。(非選擇題，10 分)

RB301 臺中市立高級中學 110 學年度學科能力測驗第一次聯合模擬考試數 B 參考答案

選擇題：1. (2) 2. (1) 3. (4) 4. (4) 5. (2) 6. (5) 7. (3) 8. (1)(4)(5) 9. (2)(4)(5)
10. (1)(3) 11. (1)(3)(4) 12. (1)(3)(4)

選填題：13. 720 14. $(-\frac{5}{6}, \frac{1}{12})$ 15. 720 16. 10 17. 90

混合題：18. (1) 19. $a = 300, \omega = 100\pi, \theta = \frac{\pi}{6}, T = \frac{1}{50}$ 秒, $F = 50$ 赫茲