

全國公私立 111 學年度第三次學測模擬考數學 B

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

1. 試問下列哪一個選項是不等式 $|x-2| \geq -2x$ 的所解所成的集合？

- (1) $\{x | x \leq -2, x \in R\}$ (2) $\{x | x \geq -2, x \in R\}$ (3) $\left\{x | -2 \leq x \leq \frac{2}{3}, x \in R\right\}$
 (4) $\left\{x | x \leq \frac{2}{3}, x \in R\right\}$ (5) $\left\{x | x \geq \frac{2}{3}, x \in R\right\}$

2. 坐標平面上，函數 $y = \log(x+1)$ 的圖形上有三個點 $(a, 3)$ ， $(1, b)$ ， $(4, c)$ ，則 $y = \log(a+b+c)$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) 6 (2) 5 (3) 4 (4) 3 (5) 2

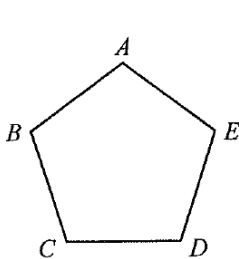
3. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $3\sin A = 4\sin B = 6\sin C$ ，則 $\angle B$ 的弧度最在下列哪一區間內？

- (1) $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ (2) $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ (3) $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ (4) $(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$ (5) $(\frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}]$

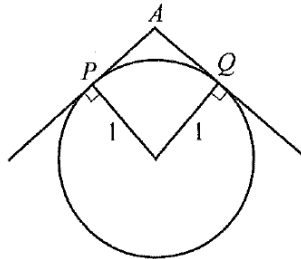
4. 一袋中有紅色與藍色球各一顆，其中有一顆球上被標記獎金 10 元，另一顆球上被標記獎金 20 元。今有一個遊戲規則如下：每次從袋中取出一球(每顆球被取到的機會相等)，取後放回，直至有一種顏色被取出兩次，就停止取球(例如：紅色、藍色、紅色是一種取法)。過程中，記錄每次取出之球上的獎金，最後將每次紀錄的獎金相加，即為玩此遊戲一次所得的獎金。試問：玩此遊戲一次，所得獎金的期望值為多少元？

- (1) 45 (2) 42.5 (3) 40 (4) 37.5 (5) 35

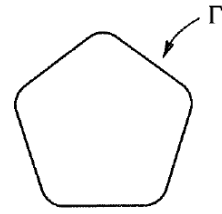
5. 已知有一正五邊形 $ABCDE$ ，如圖(1)，今我們希望分別在 5 個角的地方以圓滑的曲線取代尖銳的角，作法如下：作一個半徑為 1 單位長的圓與角 A 的兩個邊相切，設切點為 P ， Q 則以 \widehat{PQ} 取代角 A ，如圖(2)，其餘 4 個角作相同的處理方法，最後得一圓滑的封閉曲線 Γ ，如圖(3)。試問： Γ 的周長比正五邊形 $ABCDE$ 的周長少多少單位長？



圖(1)



圖(2)



圖(3)

- (1) $10\tan 36^\circ - 2\pi$ (2) $5\sin 54^\circ - \pi$ (3) $10\cos 36^\circ - 2\pi$ (4) $\frac{5}{\sin 54^\circ} - \pi$ (5) $\frac{5}{\cos 36^\circ} - \pi$

6. 研究發現 A 、 B 兩種流行病病毒在沒有任何防疫作為下，累積染疫人數會成指數成長， A 病毒只要 2 天累積染疫人數就會變兩倍，而 B 病毒則需 3 天累積染疫人數才會變兩倍，且知 A 、 B 兩種流行病的發展不會互相影響。若某地目前 B 病毒的累積染疫人數是 A 病毒的 10 倍，在不採取任何防疫措施下，最快多少日後 A 病毒的累積染疫人數就會超過 B 病毒的累積染疫人數？ (1) 24 日 (2) 22 日 (3) 20 日 (4) 18 日 (5) 16 日

二、多選題(占 30 分)

7. 下列何選項的解與不等式 $2x-1 < 3 < 5x+8$ 之解相同？

- (1) $|2x-1| < 1$ (2) $x^2 > x+2$ (3) $(x+1)^2(x^3-8) < 0$
 (4) $\frac{1}{4} < 2^{-x} < 2$ (5) $\log_3(x+1) < 1$

8. 設 $f(x)$ 是領導係數為正的三次多項式， $(x-1)^3$ 除 $f(x)$ 餘式為 $2x+3$ ，則下列選項哪些正確？ (1) $y=f(x)$ 圖形的對稱中心點為 $(1,3)$ (2) $f(3-\sqrt{2})+f(-1+\sqrt{2})=6$
 (3) $y=f(x)$ 圖形在對稱中心點處的一次近似為 $y=2x+3$ (4) 方程式 $f(x)=0$ 可能有三個相異實根 (5) $y=f(x)$ 圖形與直線 $3x-y+2=0$ 恰有三個相異交點
9. 在坐標平面上有兩個非零且不平行的向量 $\vec{a}, \vec{b}, |\vec{b}|=1, |\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}$ ，且 $\vec{a}+\vec{b}$ 與 \vec{b} 垂直，試問下列選項哪些是正確的？ (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}=1$ (2) $|\vec{a}|=2$ (3) \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 120° (4) $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{7}$ (5) $\vec{a}+\vec{b}$ 與 $\vec{a}-\vec{b}$ 夾角的餘弦值為 $\frac{\sqrt{21}}{7}$
10. 已知有 10 組二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_{10}, y_{10})$ ， x 與 y 的算術平均數分別為 $\mu_x=7, \mu_y=4$ ；標準差分別為 σ_x, σ_y ， x 與 y 的相關係數為 0.3 ，且以最小平方方法所求得的 y 對 x 的迴歸直線(最適合直線)通過點 $(2,1)$ 。試問下列選項哪些是正確的？
 (1) $x_1^2+x_2^2+x_3^2+\dots+x_{10}^2 > 490$ (2) y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y=\frac{3}{5}x-\frac{1}{5}$
 (3) $\sigma_y=2\sigma_x$ (4) 若 $u_i=x_i+1, v_i=-2y_i+3, i=1,2,3,\dots,10$ ，則數據 (u_i, v_i) 的相關係數為 -0.6
 (5) 同(4)， v 對 u 的迴歸直線斜率為 $-\frac{6}{5}$
11. 已知 x, y 平面上，直線 $L_1: (\sin \theta)x, L_2: y=2x+c$ ，其中 θ 與 c 為常數，則關於直線 L_1, L_2 的敘述哪些是正確的？ (1) L_1 與 L_2 可能平行 (2) L_1 與 L_2 可能垂直 (3) L_1 與 L_2 兩直線一定恰交於一點 (4) L_1, L_2 與 x 軸，三直線可能圍成一等腰直角三角形 (5) L_1 與 L_2 的銳夾角可能為 15°
12. 設 A, B, C 為坐標平面上相異三點， A 點在第三象限， \vec{AB}, \vec{AC} 的斜率分別為 $\frac{1}{2}, 3$ ，且 $\triangle ABC$ 之外心坐標為 $(1,2)$ ，若點 P 滿足 $\overline{AP} > \overline{BP}$ 且 $\overline{AP} > \overline{CP}$ ，則點 P 坐標可為下列哪些選項？ (1) $(2,1)$ (2) $(-1,3)$ (3) $(\sqrt{101}, -1)$ (4) $(\sqrt{2}, 1)$ (5) $(-\frac{1}{2}, 6)$

三、選填題(占 30 分)

13. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 $a_1 > 0$ ，公比 $r > 1$ ，且 $3a_5 + a_7 = 4a_6$ ，若此數列中有兩相異項 a_i, a_j 滿足 $\sqrt{a_i \times a_j} = a_7$ ，則 $r+i+j$ 之值為_____。

14. 將 a, a, b, c, d, e 六個字母全取排成一列，試問 a 與 b 不相鄰的排法有_____種。

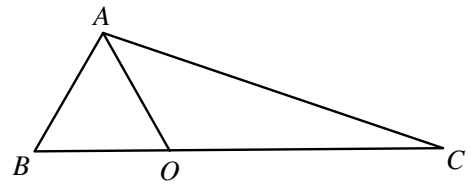
15. 甲、乙、丙三位同學輪流負責校慶三日期間每日升降旗工作，無論升降旗，每人恰排 2 次，且同日升降旗需不同人，例如表(1)，則共有_____種不同的排法。

表(1)

	第一天	第二天	第三天
升旗	甲	甲	乙
降旗	乙	丙	丙

16. 設 $\langle a_n \rangle$ 為公差非零的等差數列，數列 $\langle b_n \rangle$ 滿足 $b_n = 3^{a_n}$ ，今自 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{100}$ 中任取 3 數，設每數被取到的機會均等，則取出的三數是可經由小而大排序後成等比的機率為_____。

17. 如圖(4)，設 \overline{AO} 平分 $\angle BAC$ ， $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{AO} = 6$ 、 $\overline{AC} = 25$ ，則 $\overline{OC} =$ _____。



圖(4)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

坐標平面上有四點 $O(0,0)$ ， $A(3,0)$ ， $B(2,2)$ ， $C(4,1)$ ，點 $P(x,y)$ 滿足

$$|3\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}| = 3$$
，試回答下列問題。

18. 滿足條件的動點 P 的軌跡圖形為何？ (單選題，4 分)

- (1) 直線 (2) 線段 (3) 三角形 (4) 圓 (5) 拋物線

19. 直線 OP 的斜率最大值為_____。(化成最簡分數) (選填題，4 分)

20. 試求 $\triangle PAC$ 面積的最大值。(非選擇題，7 分)

RB304 全國公私立 111 學年度第三次學測模擬考數學 B

參考答案

選擇題：1.(2) 2.(4) 3.(2) 4.(4) 5.(1) 6.(3) 7.(4)(5) 8.(3)(5) 9.(2)(3)(4)(5)

10.(1)(2)(3)(5) 11.(2)(3) 12.(3)(5)

選填題：13.17 14.144 15.48 16. $\frac{1}{66}$ 17.20

混合題：18.(4) 19. $\frac{3}{4}$ 20. $\frac{1}{2}(\sqrt{2}+1)$