

臺中市高級中學 111 學年度學科能力測驗第一次模擬考

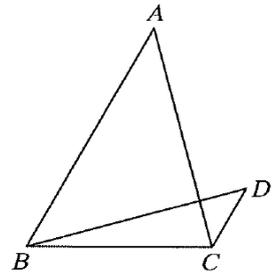
(111-中 1)數學 B

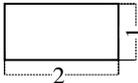


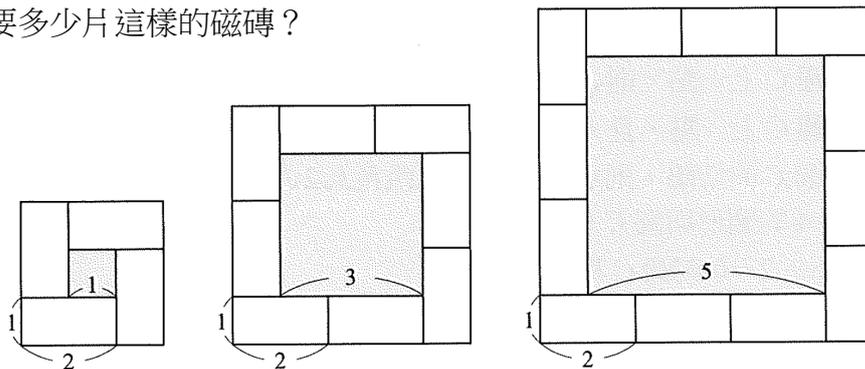
第壹部分：選擇(填)題(占 85 分)

一、單選題(占 30 分)

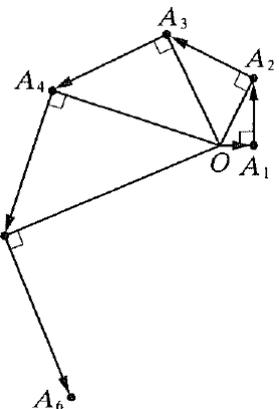
- 設 a, b, c 相異三數成等差，且 $abc \neq 0$ ，若 $\frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{a}$ 三數亦成等差，則下列選項何者正確？
 (1) a, c, b 成等差 (2) a, c, b 成等比 (3) c, a, b 成等差
 (4) c, a, b 成等比 (5) a, b, c 成等比
- 如右示意圖， $\angle BAC = \angle BDC = 45^\circ$ ，且 $\angle BCA = 75^\circ$ ， $\angle ACD = 45^\circ$ ，若 $\overline{AC} = 3$ ，則 $\overline{BD} = ?$
 (1) $2\sqrt{2}$ (2) 3 (3) $2\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{6}$ (5) 6



- 王子想要爬 17 階的階梯去救公主，且王子一次只可爬兩階或三階，試問王子爬上這個 17 階的階梯有幾種方法？ (1) 35 種 (2) 38 種 (3) 44 種 (4) 49 種 (5) 53 種
- 若要用磁磚  在每個正方形區域周圍鋪出小徑，如下所示。請問圍繞邊長為 101 的正方形區域需要多少片這樣的磁磚？



- (1) 200 片 (2) 204 片 (3) 208 片 (4) 212 片 (5) 216 片
- 根據以往的統計資料，新遊戲上市後，每過 1 日，遊玩人數會變為原本的 k 倍。已知某款新遊戲上市，首日遊玩人數有 x 人，且 $\log x = 10$ ，而 10 日後遊玩人數有 y 人，且 $\log y = 15$ ，試求 k 值範圍滿足下列哪個選項？ (1) 0 和 1 之間 (2) 1 和 2 之間 (3) 2 和 3 之間 (4) 3 和 4 之間 (5) 4 和 5 之間
- 如右圖，有隻螞蟻從 O 點出發，先沿著 $\overrightarrow{OA_1}$ 走到 A_1 點，再沿著 $\overrightarrow{A_1A_2}$ 走到 A_2 點，再沿著 $\overrightarrow{A_2A_3}$ 走到 A_3 點，……，依此規則，最後走到 A_{10} 點。而螞蟻的前進過程如右圖所示，其中 $\overline{OA_k} \perp \overline{A_kA_{k+1}}$ ， $k = 1, 2, \dots, 9$ 。已知 $\overline{OA_1} = \sin 9^\circ$ ， $\overline{A_kA_{k+1}} = \sin((k+1) \cdot 9^\circ)$ ， $k = 1, 2, \dots, 9$ 。試求 $\overline{OA_{10}}^2$ 的值為下列哪一個選項？ (1) 5 (2) 5.5 (3) 6 (4) 6.5 (5) 7

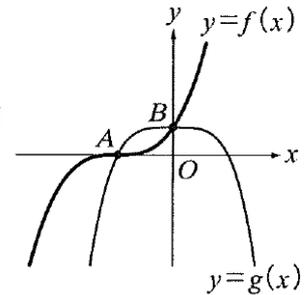


二、多選題(占 30 分)

7. 已知圓 $C: x^2 + (y-2)^2 = 5$ ，則下列選項哪些正確？

- (1) 若 $P(x, y)$ 為圓 C 上一點，則 $\sqrt{(x+5)^2 + y^2}$ 的最小值為 $\sqrt{29}$ (2) 若 $P(x, y)$ 為圓 C 上一點，且 $A(-2, -2)$ ，則 \overline{PA} 有最大值時， P 點的坐標為 $(1, 4)$ (3) 過 $B(4, 4)$ 作圓 C 的切線，則過 B 點的切線段長為 $2\sqrt{5}$ (4) $(x+3)^2 + y^2 = 4$ 的圖形與圓 C 相交於 2 點 (5) 直線 $L: x-2y-2=0$ 與圓 C 相切於一點

8. 右圖是三次函數 $f(x) = a(x+b)^3$ 及四次函數 $g(x) = cx^4 + d$ 的圖形，已知 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 的圖形交於 A 、 B 兩點，其中 A 點在 x 軸上， B 點在 y 軸上，則下列選項哪些正確？



- (1) $a > 0$ (2) $b < 0$ (3) $c > 0$ (4) $d > 0$ (5) $a+bc=0$

9. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，關於指數函數及對數函數的敘述，下列選項哪些正確？

- (1) 指數函數 $y = a^x$ 與對數函數 $y = \log_a x$ 的圖形對稱於直線 $y = -x$ (2) 方程式 $a^x = \log_a x$ 之解 x 的個數最少為 1 個 (3) 若 P 點與點 $(0, 1)$ 在同一條水平線上，且 P 點在 $y = \log_a x$ 的圖形上，且 P 點的 x 坐標為 10 (4) 若 $0 < a < 1$ ，則 $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 的圖形皆為由左而右逐漸下降 (5) 對所有的 $x > 0$ ，若 $a^x > \log_a x$ ，則 $0 < a < 1$

10. 已知 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 為平面上三個非零向量，則下列選項哪些正確？

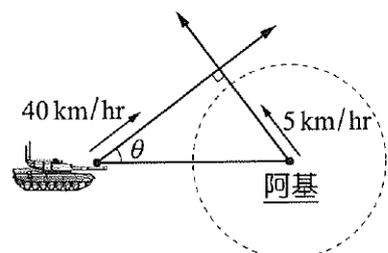
- (1) 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，則 \vec{c} 在 \vec{a} 上的正射影與 \vec{c} 在 \vec{b} 上的正射影一定相同 (2) $|\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$ (3) 若 $|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 4\vec{a} \cdot \vec{b}$ ，則 $\vec{a} \perp \vec{b}$ (4) 已知 x, y 為非零實數，若 $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$ 且 $\overrightarrow{OP} = x\vec{a} + y\vec{b}$ 滿足 $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$ ，則 \overrightarrow{OP} 和 $(\vec{a} + \vec{b})$ 平行且方向相同 (5) 若 $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$ 且 \vec{a} 、 \vec{b} 的始點皆為 O 點，而 Q 點滿足

$\overrightarrow{OQ} = (x+y)\vec{a} + (x-y)\vec{b}$ ，其中 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$ ，則 Q 點在平面上所構成的區域是一個線段

11. 甲、乙兩間公司各有 40 名員工，年薪分布在 1~100 萬元之間。由於物價大幅上漲，通膨嚴重，甲、乙兩間公司的老闆決定以 $y_1 = 1.1x_1 + 12$ 和 $y_2 = 0.8x_2 + 36$ 的方式來調薪，其中 x_1 、 x_2 分別代表甲、乙兩間公司員工的原始年薪， y_1 、 y_2 分別代表甲、乙兩間公司員工調整後的年薪，單位皆為：萬元。已知調整後甲、乙兩間公司員工的平均年薪均為 60 萬元，調整後的最高年薪均恰好為 100 萬元，且調整後的標準差分別為 16 萬元和 12 萬元，試選出正確的選項。(1) 乙公司每名員工調整後的年薪均比其原始年薪高 20 萬元以上 (2) 甲公司員工原始年薪的平均比乙公司員工原始年薪的平均高 (3) 甲公司員工原始年薪的標準差比乙公司員工原始年薪的標準差高 (4) 若甲公司 A 員工調整後的年薪比乙公司 B 員工調整後的年新高，則 A 員工的原始年薪比 B 員工的原始年新高 (5) 若甲公司員工調整後年薪低於 60 萬元的人數比乙公司員工調整後年薪低於 60 萬元的人數多，則甲公司員工原始年薪低於 60 萬元的人數必定比乙公司員工原始年薪低於 60 萬元的人數多

12. 烏俄戰爭如火如荼地進行著，根據無人機的情報顯示，如右圖，有一俄軍的坦克以時速 40 公里，朝東偏北 θ 度

的方向等速直線前進(其中 $\cos \theta = \frac{4}{5}$)，同時，阿基在此坦克東方 10 公里處，扛著刺針飛彈，照著無人機情報的指引，



以時速 5 公里，垂直坦克前進的方向等速直線前進。而刺針飛彈的攻擊範圍是以阿基為圓心，半徑 5 公里的圓形區域，試問當時間經過 k 分鐘，下列敘述哪些正確？

- (1) 當 $k=10$ ，坦克會落在阿基刺針飛彈的攻擊範圍
- (2) 當 $k=12$ ，坦克會落在阿基刺針飛彈的攻擊範圍
- (3) 當 $k=15$ ，坦克會落在阿基刺針飛彈的攻擊範圍
- (4) 在不考慮刺針飛彈飛行速度的情形下，坦克進入阿基的攻擊範圍後，阿基有 3 分鐘以上的時間發射飛彈
- (5) 在不考慮刺針飛彈飛行速度的情形下，坦克進入阿基的攻擊範圍後，阿基只有不到 2 分鐘的時間能發射飛彈

三、選填題(占 25 分)

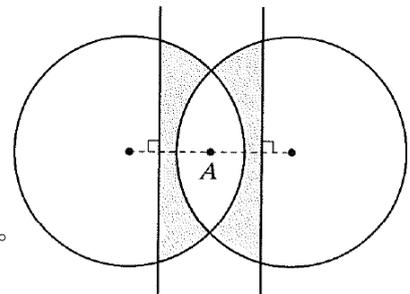
13. 已知 $a > 0, b > 0$ 且坐標平面上兩平行線 L_1, L_2 ，若 L_1 的 x 截距為 a ， y 截距為 b ； L_2 的 x 截距為 $(a+4)$ ， y 截距為 $(b+7)$ ，則 $\frac{a}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

14. 設 a, b, c 為 1 至 9 的正整數，若循環小數 $0.\overline{abc}$ 在 $\frac{599}{900}$ 與 $\frac{600}{900}$ 之間，則 $a+b+c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 某班有 40 位同學，這 40 位同學全部都施打過一劑 COVID-19 疫苗，其中一些同學施打的是 BNT 疫苗，其餘的同學施打的是莫德納疫苗，沒有人兩劑都打。若隨機挑選 2 位同學，則這 2 位同學均是施打 BNT 疫苗的機率為 $\frac{1}{10}$ 。今隨機挑選 3 位同學，則這 3 位同學中有人施打 BNT 疫苗，也有人施打莫德納疫苗的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

16. 歐爸想要從接下來的連續 10 天中挑 5 天，每天從事一項運動來鍛鍊身體，其中 3 天做重量訓練、2 天游泳，其他 5 天休息，並且希望連續兩天不做相同的運動，則歐爸有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種安排運動的方法。

17. 2022 年是學校百週年校慶，英士想幫學校設計一個 logo 圖案(如右圖)，這個圖案是以 A 點為中心的點對稱圖形，兩平行線垂直兩圓的連心線，且兩圓的交點和兩圓心可連成一個正方形。如果兩圓的半徑均為 4，且兩平行線的距離為 $6\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$ ，試求灰色部分的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

J 牌腳踏車大廠生產一款新型腳踏車，根據該公司以往的生產曲線知道，新型腳踏車量產之後第 x 個月的每輛生產成本函數 $f(x)$ 會符合數學模式： $f(x) = \frac{7000}{\sqrt{x}}$ (元)。試回答下列問題：

18. 若 $\frac{\text{量產之後第 } 2x \text{ 個月的每輛生產成本}}{\text{量產之後第 } x \text{ 個月的每輛生產成本}}$ 為一個固定數 α 則 α ? (單選題，5 分)

- (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) 7 (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (5) $\sqrt{7}$

19. 若廠商將量產之後第 x 個月的每輛新型腳踏車的售價訂為 $p(x) = 2000 + \frac{9000}{\sqrt{x}} - \frac{4000}{x}$ (元)

，試問廠商從第幾個月後才會達到不虧損的情況？ (非選擇題，5 分)

20. 承 19. 題，試問廠商每輛腳踏車最多可賺多少元？ (非選擇題，5 分)

**RB305 臺中市高級中學 111 學年度學科能力測驗第一次模擬考
(111-中 1)數學 B**

參考答案

選擇題：1. (4) 2. (2) 3. (4) 4. (2) 5. (4) 6. (2) 7. (2)(4) 8. (1)(4)(5) 9. (3)(4)
10. (1)(4) 11. (1)(2)(4) 12. (2)(5)

選填題：13. $\frac{4}{7}$ 14. 17 15. $\frac{27}{40}$ 16. 966 17. $24 - \frac{8}{3}\pi$

混合題：18. (4) 19. 第一個月 20. 2250 元