

# 臺中市高級中學 111 學年度學科能力測驗第一次模擬考

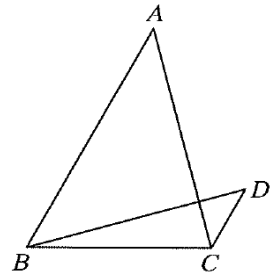
## (111-中 1)數學 B



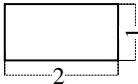
第壹部分：選擇(填)題(占 85 分)

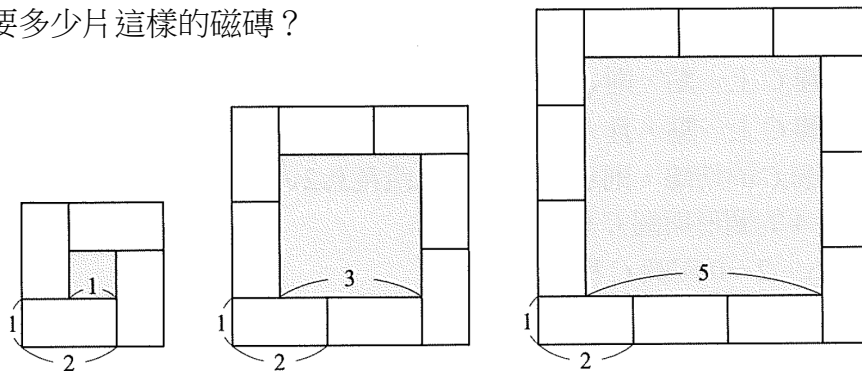
### 一、單選題(占 30 分)

- 設  $a, b, c$  相異三數成等差，且  $abc \neq 0$ ，若  $\frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{a}$  三數亦成等差，則下列選項何者正確？  
 (1)  $a, c, b$  成等差 (2)  $a, c, b$  成等比 (3)  $c, a, b$  成等差  
 (4)  $c, a, b$  成等比 (5)  $a, b, c$  成等比
- 如右示意圖， $\angle BAC = \angle BDC = 45^\circ$ ，且  $\angle BCA = 75^\circ$ ， $\angle ACD = 45^\circ$ ，若  $\overline{AC} = 3$ ，則  $\overline{BD} = ?$   
 (1)  $2\sqrt{2}$  (2) 3 (3)  $2\sqrt{3}$  (4)  $2\sqrt{6}$  (5) 6



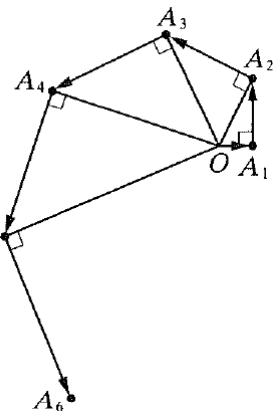
- 王子想要爬 17 階的階梯去救公主，且王子一次只可爬兩階或三階，試問王子爬上這個 17 階的階梯有幾種方法？ (1) 35 種 (2) 38 種 (3) 44 種 (4) 49 種 (5) 53 種

- 若要用磁磚  在每個正方形區域周圍鋪出小徑，如下所示。請問圍繞邊長為 101 的正方形區域需要多少片這樣的磁磚？



- (1) 200 片 (2) 204 片 (3) 208 片 (4) 212 片 (5) 216 片
- 根據以往的統計資料，新遊戲上市後，每過 1 日，遊玩人數會變為原本的  $k$  倍。已知某款新遊戲上市，首日遊玩人數有  $x$  人，且  $\log x = 10$ ，而 10 日後遊玩人數有  $y$  人，且  $\log y = 15$ ，試求  $k$  值範圍滿足下列哪個選項？ (1) 0 和 1 之間 (2) 1 和 2 之間 (3) 2 和 3 之間 (4) 3 和 4 之間 (5) 4 和 5 之間

- 如右圖，有隻螞蟻從  $O$  點出發，先沿著  $\overrightarrow{OA_1}$  走到  $A_1$  點，再沿著  $\overrightarrow{A_1A_2}$  走到  $A_2$  點，再沿著  $\overrightarrow{A_2A_3}$  走到  $A_3$  點，……，依此規則，最後走到  $A_{10}$  點。而螞蟻的前進過程如右圖所示，其中  $\overline{OA_k} \perp \overline{A_kA_{k+1}}$ ， $k = 1, 2, \dots, 9$ 。已知  $\overline{OA_1} = \sin 9^\circ$ ， $\overline{A_kA_{k+1}} = \sin((k+1) \cdot 9^\circ)$ ， $k = 1, 2, \dots, 9$ 。試求  $\overline{OA_{10}}^2$  的值為下列哪一個選項？ (1) 5 (2) 5.5 (3) 6 (4) 6.5 (5) 7

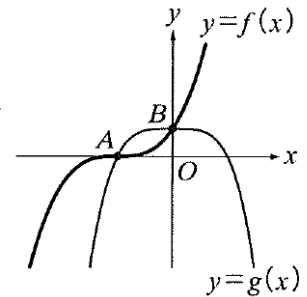


### 二、多選題(占 30 分)

7. 已知圓  $C: x^2 + (y-2)^2 = 5$ ，則下列選項哪些正確？

- (1) 若  $P(x, y)$  為圓  $C$  上一點，則  $\sqrt{(x+5)^2 + y^2}$  的最小值為  $\sqrt{29}$  (2) 若  $P(x, y)$  為圓  $C$  上一點，且  $A(-2, -2)$ ，則  $\overline{PA}$  有最大值時， $P$  點的坐標為  $(1, 4)$  (3) 過  $B(4, 4)$  作圓  $C$  的切線，則過  $B$  點的切線段長為  $2\sqrt{5}$  (4)  $(x+3)^2 + y^2 = 4$  的圖形與圓  $C$  相交於 2 點 (5) 直線  $L: x-2y-2=0$  與圓  $C$  相切於一點

8. 右圖是三次函數  $f(x) = a(x+b)^3$  及四次函數  $g(x) = cx^4 + d$  的圖形，已知  $y = f(x)$  與  $y = g(x)$  的圖形交於  $A$ 、 $B$  兩點，其中  $A$  點在  $x$  軸上， $B$  點在  $y$  軸上，則下列選項哪些正確？



- (1)  $a > 0$  (2)  $b < 0$  (3)  $c > 0$  (4)  $d > 0$  (5)  $a+bc=0$

9. 已知  $a > 0$  且  $a \neq 1$ ，關於指數函數及對數函數的敘述，下列選項哪些正確？

- (1) 指數函數  $y = a^x$  與對數函數  $y = \log_a x$  的圖形對稱於直線  $y = -x$  (2) 方程式  $a^x = \log_a x$  之解  $x$  的個數最少為 1 個 (3) 若  $P$  點與點  $(0, 1)$  在同一條水平線上，且  $P$  點在  $y = \log_a x$  的圖形上，且  $P$  點的  $x$  坐標為 10 (4) 若  $0 < a < 1$ ，則  $y = a^x$  與  $y = \log_a x$  的圖形皆為由左而右逐漸下降 (5) 對所有的  $x > 0$ ，若  $a^x > \log_a x$ ，則  $0 < a < 1$

10. 已知  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  為平面上三個非零向量，則下列選項哪些正確？

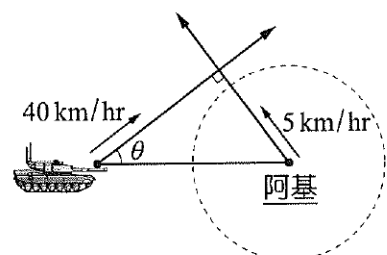
- (1) 若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，則  $\vec{c}$  在  $\vec{a}$  上的正射影與  $\vec{c}$  在  $\vec{b}$  上的正射影一定相同 (2)  $|\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$  (3) 若  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 4\vec{a} \cdot \vec{b}$ ，則  $\vec{a} \perp \vec{b}$  (4) 已知  $x, y$  為非零實數，若  $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$  且  $\overrightarrow{OP} = x\vec{a} + y\vec{b}$  滿足  $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$ ，則  $\overrightarrow{OP}$  和  $(\vec{a} + \vec{b})$  平行且方向相同 (5) 若  $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$  且  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的始點皆為  $O$  點，而  $Q$  點滿足

$\overrightarrow{OQ} = (x+y)\vec{a} + (x-y)\vec{b}$ ，其中  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$ ，則  $Q$  點在平面上所構成的區域是一個線段

11. 甲、乙兩間公司各有 40 名員工，年薪分布在 1~100 萬元之間。由於物價大幅上漲，通膨嚴重，甲、乙兩間公司的老闆決定以  $y_1 = 1.1x_1 + 12$  和  $y_2 = 0.8x_2 + 36$  的方式來調薪，其中  $x_1$ 、 $x_2$  分別代表甲、乙兩間公司員工的原始年薪， $y_1$ 、 $y_2$  分別代表甲、乙兩間公司員工調整後的年薪，單位皆為：萬元。已知調整後甲、乙兩間公司員工的平均年薪均為 60 萬元，調整後的最高年薪均恰好為 100 萬元，且調整後的標準差分別為 16 萬元和 12 萬元，試選出正確的選項。(1) 乙公司每名員工調整後的年薪均比其原始年薪高 20 萬元以上 (2) 甲公司員工原始年薪的平均比乙公司員工原始年薪的平均高 (3) 甲公司員工原始年薪的標準差比乙公司員工原始年薪的標準差高 (4) 若甲公司  $A$  員工調整後的年薪比乙公司  $B$  員工調整後的年新高，則  $A$  員工的原始年薪比  $B$  員工的原始年薪高 (5) 若甲公司員工調整後年薪低於 60 萬元的人數比乙公司員工調整後年薪低於 60 萬元的人數多，則甲公司員工原始年薪低於 60 萬元的人數必定比乙公司員工原始年薪低於 60 萬元的人數多

12. 烏俄戰爭如火如荼地進行著，根據無人機的情報顯示，如右圖，有一俄軍的坦克以時速 40 公里，朝東偏北  $\theta$  度

的方向等速直線前進(其中  $\cos \theta = \frac{4}{5}$ )，同時，阿基在此坦克東方 10 公里處，扛著刺針飛彈，照著無人機情報的指引，



以時速 5 公里，垂直坦克前進的方向等速直線前進。而刺針飛彈的攻擊範圍是以阿基為圓心，半徑 5 公里的圓形區域，試問當時間經過  $k$  分鐘，下列敘述哪些正確？

- (1) 當  $k=10$ ，坦克會落在阿基刺針飛彈的攻擊範圍
- (2) 當  $k=12$ ，坦克會落在阿基刺針飛彈的攻擊範圍
- (3) 當  $k=15$ ，坦克會落在阿基刺針飛彈的攻擊範圍
- (4) 在不考慮刺針飛彈飛行速度的情形下，坦克進入阿基的攻擊範圍後，阿基有 3 分鐘以上的時間發射飛彈
- (5) 在不考慮刺針飛彈飛行速度的情形下，坦克進入阿基的攻擊範圍後，阿基只有不到 2 分鐘的時間能發射飛彈

### 三、選填題(占 25 分)

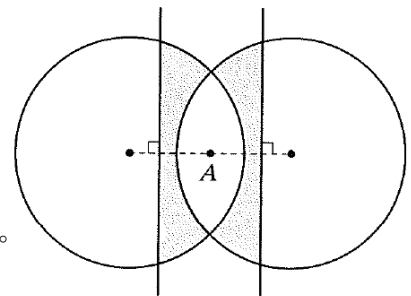
13. 已知  $a > 0, b > 0$  且坐標平面上兩平行線  $L_1, L_2$ ，若  $L_1$  的  $x$  截距為  $a$ ， $y$  截距為  $b$ ； $L_2$  的  $x$  截距為  $(a+4)$ ， $y$  截距為  $(b+7)$ ，則  $\frac{a}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

14. 設  $a, b, c$  為 1 至 9 的正整數，若循環小數  $0.\overline{abc}$  在  $\frac{599}{900}$  與  $\frac{600}{900}$  之間，則  $a+b+c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 某班有 40 位同學，這 40 位同學全部都施打過一劑 COVID-19 疫苗，其中一些同學施打的是 BNT 疫苗，其餘的同學施打的是莫德納疫苗，沒有人兩劑都打。若隨機挑選 2 位同學，則這 2 位同學均是施打 BNT 疫苗的機率為  $\frac{1}{10}$ 。今隨機挑選 3 位同學，則這 3 位同學中有人施打 BNT 疫苗，也有人施打莫德納疫苗的機率為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

16. 歐爸想要從接下來的連續 10 天中挑 5 天，每天從事一項運動來鍛鍊身體，其中 3 天做重量訓練、2 天游泳，其他 5 天休息，並且希望連續兩天不做相同的運動，則歐爸有  $\underline{\hspace{2cm}}$  種安排運動的方法。

17. 2022 年是學校百週年校慶，英士想幫學校設計一個 logo 圖案(如右圖)，這個圖案是以 A 點為中心的點對稱圖形，兩平行線垂直兩圓的連心線，且兩圓的交點和兩圓心可連成一個正方形。如果兩圓的半徑均為 4，且兩平行線的距離為  $6\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$ ，試求灰色部分的面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



### 第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

#### 18-20 題為題組

J 牌腳踏車大廠生產一款新型腳踏車，根據該公司以往的生產曲線知道，新型腳踏車量產之後第  $x$  個月的每輛生產成本函數  $f(x)$  會符合數學模式： $f(x) = \frac{7000}{\sqrt{x}}$  (元)。試回答下列問題：

18. 若  $\frac{\text{量產之後第 } 2x \text{ 個月的每輛生產成本}}{\text{量產之後第 } x \text{ 個月的每輛生產成本}}$  為一個固定數  $\alpha$  則  $\alpha$  ? (單選題，5 分)

- (1)  $\sqrt{2}$  (2)  $\frac{1}{2}$  (3) 7 (4)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (5)  $\sqrt{7}$

19. 若廠商將量產之後第  $x$  個月的每輛新型腳踏車的售價訂為  $p(x) = 2000 + \frac{9000}{\sqrt{x}} - \frac{4000}{x}$  (元)

，試問廠商從第幾個月後才會達到不虧損的情況？ (非選擇題，5 分)

20. 承 19. 題，試問廠商每輛腳踏車最多可賺多少元？ (非選擇題，5 分)

**RB305 臺中市高級中學 111 學年度學科能力測驗第一次模擬考  
(111-中 1)數學 B**

**參考答案**

**選擇題：**1. (4) 2. (2) 3. (4) 4. (2) 5. (4) 6. (2) 7. (2)(4) 8. (1)(4)(5) 9. (3)(4)  
10. (1)(4) 11. (1)(2)(4) 12. (2)(5)

**選填題：**13.  $\frac{4}{7}$  14. 17 15.  $\frac{27}{40}$  16. 966 17.  $24 - \frac{8}{3}\pi$

**混合題：**18. (4) 19. 第一個月 20. 2250 元