

全國公立高中 112 學年度第三次學測模擬考(數 B)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

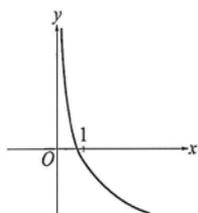
1. 摩爾定律是指：一個尺寸相同的 IC 晶片上可容納的電晶體數目，約每隔 18 個月便會增加一倍，性能也將提升一倍。按此定律，至少幾年後性能會是現在的 10 倍？

- (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 7

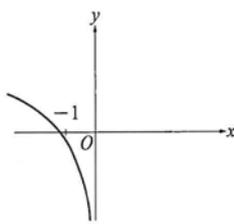
2. 已知 $y = -1 + a^{x-\frac{1}{4}}$ 的圖形如圖(1)，則 $y = \log_a(-x) - \frac{1}{4}$ 的圖形可能為

下列哪個選項？

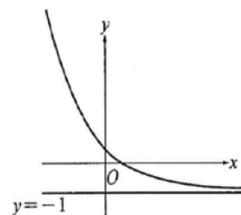
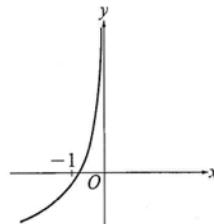
(1)



(2)

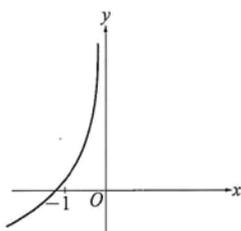


(3)

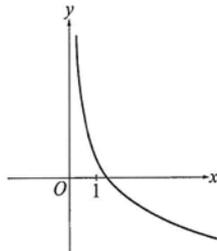


圖(1)

(4)



(5)



3. 已知圓 $O: x^2 + y^2 - 2x - 2my + 2m^2 + m - 5 = 0$ 的圓心 y 坐標不大於 1，則滿足條件之整數 m 的個數為何？ (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 無限多個

4. 某校的各年級學生人數都是 500 人，因高二的教學大樓偏遠，學生到福利社購買東西不便，學校想了解是否需要在高二教學大樓增設小福利社的意見，擬抽取 120 位同學做意見調查。但是因為事關高二學生權益，決定高二的學生抽取 60 人，高一和高三分別抽取 30 人。則共有幾種不同抽樣的結果？

- (1) C_{120}^{1500} (2) $C_{60}^{1000} C_{60}^{500}$ (3) $C_{30}^{500} C_{60}^{500} C_{30}^{500}$ (4) $C_{30}^{120} C_{60}^{120} C_{30}^{120}$ (5) $C_{30}^{120} C_{60}^{90} C_{30}^{30}$

5. 邊長 3 的正方形 $ABCD$ 上， E 在 \overline{AB} 上且 $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 1$ ，則 $\overline{CE} \cdot \overline{ED}$ 之值為何？

- (1) -14 (2) -7 (3) $-\frac{7}{2}$ (4) 7 (5) ± 7

6. 試求不等式 $2|x+2| + |x-1| \leq 5-x$ 的解為下列哪個選項？

- (1) $-4 \leq x \leq 0$ (2) $-4 \leq x \leq 0$ 或 $x \geq 1$ (3) $x \leq -4$ 或 $x > 0$ (4) $-2 \leq x \leq 4$ (5) 無解

二、多選題(占 30 分)

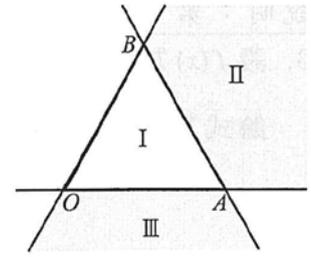
7. 設 $\langle a_n \rangle$ 為首項為 2 且公差為 3 的等差數列，且數列 $\langle b_n \rangle$ 滿足 $b_1 = a_1$ ，且 $b_{n+1} = b_n + a_{n+1}$ ，試選出正確的選項。(1) $a_3 = 8$ (2) $\langle a_n \rangle$ 的首 5 項和為 40 (3) $b_3 = 10$ (4) $b_5 = 40$ (5) $b_{20} = 600$

8. 若在計算機中鍵入正整數 3，接著連接按「 x^2 」鍵(取平方)3 次，視窗顯示的值，等同下列哪些選項。(1) 3^6 (2) 3^8 (3) 6^3 (4) 12^2 (5) 81^2

9. 某次數學與物理兩科考試結束後，老師發現全班的數學平均太低，決定要幫大家調整為每人的原始成績 $\times \frac{5}{4} + 20$ ，物理成績則不調整。若原本數學(x)與物理(y)成績的相關係數為 $\frac{2}{3}$ ，原本物理成績(y)對數學成績(x)的迴歸直線方程式為 $y = \frac{1}{4}x + 50$ ，則關於下列各敘述，請選出正確的選項。

- (1) 原本數學成績的標準差小於物理成績的標準差 (2) 調整後，數學與物理成績的相關係數變為 $\frac{5}{6}$ (3) 調整後的迴歸直線斜率變為 $\frac{5}{16}$ (4) 若調整後的數學平均為70，則全班原本的數學平均為40 (5) 若調整後的數學平均為70，則全班的物理平均為60

10. 如圖(2)，已知區域I為 $\triangle OAB$ 內部，區域II、III分別為對應之深色區域，若 $\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ ， k 為實數，則下列敘述哪些是正確的？



圖(2)

- (1) 若 $k=0$ ，則 O 、 P 、 B 三點共線
 (2) 若 $k = \frac{2}{3}$ ，則 A 、 P 、 B 三點共線
 (3) 若 $k = \frac{2}{3}$ ，則 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ (4) 若 $k = \frac{3}{4}$ ，則 P 點落在區域II
 (5) 若 $k=1$ 且 $\triangle OAB$ 為邊長3的正三角形，則 $|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{13}$

11. 關於下列各式，請選出正確的選項。(1) $3.2 > 3.1\bar{9}$ (2) $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3} > \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{5}$

(3) $10^{12} > 12^{10}$ (4) $\sin 2 > \sin 1$ (5) $(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \times (\log \sqrt{7} - \log \sqrt{6}) > (\sqrt{7} - \sqrt{6}) \times (\log \sqrt{3} - \log \sqrt{2})$

12. 已知 $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{BC} 上一點，若 $\overline{AD} = \overline{AC}$ ， $\angle DAC = 2\angle DAB$ ，且 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ADC$ 面積比為3:4，試選出下列正確的選項。(1) $\angle A = \frac{\pi}{2}$ (2) $\tan \angle BAD = \frac{1}{\sqrt{5}}$

(3) $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 7$ (4) $\cos(\frac{\pi}{2} + \angle B) = -\frac{2}{3}$ (5) $\triangle ABD$ 與 $\triangle ADC$ 的外接圓半徑比為15:8

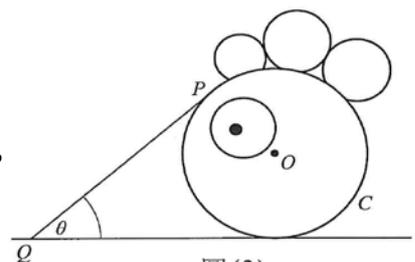
三、選填題(占25分)

13. 設 $f(x)$ 為多項式函數，若 $x^2 f(x)$ 除以 $(2x-1)^2$ 的餘式為 $x+5$ ，則 $x f(x)$ 除以 $(2x-1)$ 的餘式為_____。

14. 袋中有1~10號球各一顆，若甲、乙、丙三人依序從袋中各取出一球，取後不放回，試求三人的號碼均不相鄰且甲的號碼小於乙的號碼之情形有_____種。

15. 某設計師想設計一『公雞溜滑梯』，如圖(3)，已知公雞的頭為與地面相切的圓形，圓 C 半徑為2，且圓心為 O 點，若 P 、 Q 分別為圓 C 與地面上任一點，公雞嘴巴上緣 \overline{PQ} 長度固定為4，今設計師希望能設計出「 \overline{PQ} 相切圓 C 於 P 點」的滑梯，則此時 P 點距離地面的高度為_____。

(化為最簡分數)



圖(3)

16. 古印度有一位宰相發明一種名叫『恰圖蘭卡』的遊戲進獻給國王，類似現代的西洋棋，使用 8×8 方格的棋盤。國王很高興想要獎賞他，宰相謙遜地說，只要國王將棋盤上第一格放一顆米粒、第二格放 2 顆米粒，第三格放 4 顆米粒，……，依此類推，每一格放前一個米粒數的 2 倍，如此將棋盤的每一格米粒賞賜給他就可以了。已知國王的每座穀倉儲存有 1 億石，每石有 1 億顆米粒，為了賞賜宰相，國王至少需要_____座穀倉的米。 $(\log 1.8365 \approx 0.2640)$
17. 已知 α 為不等於 1 之正實數，若 $A(a, b-1)$ 為 $x+y=k$ 與 $y=\alpha^x$ 之交點； $B(5a-3, 2b-2)$ 為 $x+y=k$ 與 $y=\log_{\alpha} x$ 之交點，求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

鈍角三角形 ABC 中， $\angle BAC = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 4$ 。試回答下列問題：

18. 將 $\triangle ABC$ 放在直角坐標平面上， A 在原點且 B 在 x 軸正向上， C 點 (x, y) 換算成極坐標 $[r, \theta]$ ，關於 C 點的敘述下列哪些是正確的？(多選題，5 分)
- (1) θ 可能為 240° (2) C 點的 $r = 2\sqrt{7}$ (3) C 點的直角坐標為 $(-2, 2\sqrt{3})$ 或 $(-2, -2\sqrt{3})$
- (4) C 點有可能在第四象限 (5) C 點的極坐標可能是 $[4, -\frac{2\pi}{3}]$
19. 設 M 是 \overline{BC} 上的中點，求中線 \overline{AM} 長為何。(非選擇題，5 分)
20. 承 19 題，試求出 $\cos \angle AMC$ 之值。(非選擇題，5 分)

RB308 全國公私立高中 112 學年度第三次學測模擬考(數 B)

參考答案

選擇題：1. (3) 2. (3) 3. (3) 4. (3) 5. (2) 6. (1) 7. (1)(2)(4) 8. (2)(5) 9. (4)(5)

10. (1)(2)(4)(5) 11. (3)(4) 12. (2)(4)

選填題：13. 11 14. 168 15. $\frac{16}{5}$ 16. 1837 17. $(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$

混合題：18. (1)(3)(5) 19. $\sqrt{3}$ 20. $-\frac{\sqrt{21}}{7}$