

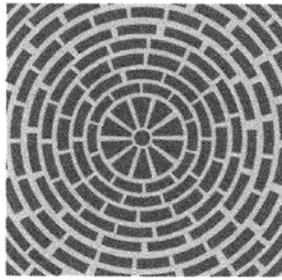
新竹區高級中學 112 學年學測模擬考(112-E3)數學 B

第壹部分：選擇題(占 85 分)

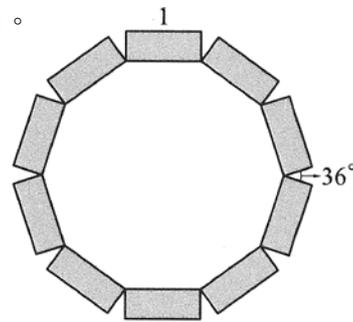


一、單選題(占 35 分)

- 已知 m 、 n 皆為正整數，多項式 $f(x) = (x-2)^{2m+1} - (x-4)^{2n}$ ，則 $f(x)$ 除以 $(x-3)$ 的餘式為下列哪一個選項？(1) $2m+2n+1$ (2) $2m-2n+1$ (3) 0 (4) 2 (5) 4
- 已知 a 為正整數，若有理數 $\frac{15}{a}$ 可化為有限小數且滿足 $\frac{1}{4} < \frac{15}{a} < \frac{1}{3}$ ，試問這樣的 a 值有幾個？(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個
- 已知數列 $\langle a_n \rangle$ ，其中 $a_1 = \sqrt{26}$ 且 $a_{n+1} - a_n = \frac{1}{\sqrt{n+26} + \sqrt{n+25}}$ ，則 $a_{2023} = ?$
(1) $5\sqrt{26}$ (2) $12\sqrt{13}$ (3) $16\sqrt{13}$ (4) $16\sqrt{2}$ (5) $32\sqrt{2}$
- 泥水工匠都知道將大小相同的長方體磚塊以某個固定的角度相接，就可砌出近似圓形的建築形式，如圖(一)。例如：圖(二)是用 10 塊長方體磚塊砌成一近似圓形的牆面，每塊長方體的長邊為 1 單位，相鄰兩磚塊之間固定夾 36° 角。



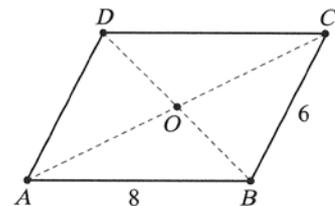
圖(一)



圖(二)

若已知目前建築使用的長方體磚塊的長編約為 24 公分，試問：如圖(二)方式，用 60 個大小相同的長方體磚塊砌成一近似圓形牆面的內部所能容納最大圓形的半徑是多少公分？

- (1) $24 \cdot \cos 3^\circ$ 公分 (2) $\frac{12}{\cos 3^\circ}$ 公分 (3) $\frac{12}{\sin 3^\circ}$ 公分 (4) $\frac{12}{\tan 3^\circ}$ 公分 (5) $24 \cdot \tan 3^\circ$ 公分
- 如右圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 \overline{AC} 交 \overline{BD} 於 O 點，且 $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{BC} = 6$ ，則 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 的值為下列何者？
(1) 50 (2) 12 (3) -7 (4) 0 (5) -12



- 若三次函數 $f(x) = ax^3 + px$ 滿足 $f(3) > 0$ 、 $f(7) < 0$ ，試判斷 a 、 p 的正負號。
(1) $a > 0$ ， $p > 0$ (2) $a > 0$ ， $p < 0$ (3) $a < 0$ ， $p > 0$ (4) $a < 0$ ， $p < 0$ (5) 無法判斷
- 已知 $f(x)$ 為三次實係數多項式且 $f(2) = 0$ ， $g(x)$ 為不大於二次的實係數多項式且 $g(1) = -2$ 。若 $f(x) + g(x) = 2x^3 - 4$ 且 $3f(x) + g(x)$ 除以 $(x+1)$ 的餘式為 30，試求 $g(0) = ?$
(1) 14 (2) 12 (3) 8 (4) 0 (5) -14

二、多選題(占 25 分)

- 已知 $x = \sqrt{7} - 1$ ，試判斷下列哪些選項的值是正數？
(1) $x^2 - 4$ (2) $\log \frac{3}{x}$ (3) $\frac{1}{3x}$ (4) $-x^2 - 2x + 5$ (5) $\sin x$
- 林小豪加入臺灣某職業籃球聯盟後，在 10 月份新球季的五場熱身賽中上場時間 X (單位：分鐘)與得分數 Y (單位：分)如下：

上場時間 X	7	14	14	28	42
得分數 Y	9	12	9	18	27

試選出正確的選項。

- (1) 林小豪這五場比賽的平均上場時間為 20 分鐘 (2) 林小豪這五場比賽的平均得分數為 15 分 (3) 林小豪這五場比賽上場時間的標準差小於 14 分鐘 (4) 根據這五場比賽得到 Y 對 X 的迴歸(最適)直線為 $y = \frac{15}{28}x + \frac{15}{4}$ (5) 若下場比賽教練讓林小豪上場 33 分鐘，利用迴歸(最適)直線預測下場比賽林小豪的得分數會超過 20 分

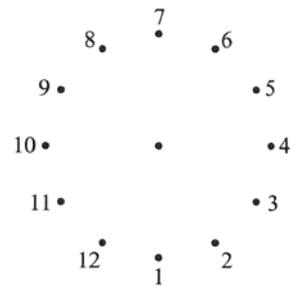
10. 某地區有 A 、 B 兩種生物族群，其中 A 族群的生物數量滿足 $f(t) = \frac{L}{1+e^{-t}}$ ， B 族群的生物

數量滿足 $g(t) = \frac{1.5}{1+e^{-2t}} + c$ ，其中 $f(t)$ 、 $g(t)$ 單位為萬隻，時間 t 單位為月數， L 、 c 、 e 為

常數，其中 e 大約等於 2.718。已知一開始($t=0$) A 、 B 族群的生物數量皆為 1 萬隻，試問下列哪些選項正確？ (1) $L=2$ (2) $c=1$ (3) 此地區 A 族群的生物數量始終不超過 2 萬隻 (4) 1 個月後， A 族群的生物數量會比 B 族群的生物數量來的多 (5) 一年後(12 個月後)， A 族群的生物數量會比 B 族群的生物數量來的多

11. 若絕對值不等式 $|5x - k| \leq 3$ 的解集中所包含的整數只有 1 與 2，則 k 值可能為下列哪些選項？ (1) 6.3 (2) 6.8 (3) 7.3 (4) 7.8 (5) 8.3

12. 有一個掛在垂直地面的牆上的亮燈裝置共有十二個點光源燈泡，分別逆時針編號 1 至 12 號(1 號燈在最低處)，且等距圍在一個半徑為 2 公尺的圓上，圓心離地 5 公尺(即 1 號燈距離地面 3 公尺)，如右圖所示。此裝置的亮燈規則如下：一開始全部熄滅，接著從 1 號燈開始，每一秒鐘會逆時針依序亮起下一個燈泡，到第 12 秒時全亮，接著第 13 秒起又從 1 號燈開始，每一秒鐘會逆時針依序熄滅下一個燈泡，到第 24 秒時全熄滅，自第 25 秒起 1 號燈又再次亮起，依此類推。倘若在第 T 秒時(T 為整數)，小明看到只有編號 1 至 3 號的燈泡亮著，試問下列哪些選項正確？



- (1) 再經過 21 秒後所有的燈恰好全部熄滅 (2) 再經過 113 秒後的 1 號燈是亮著的 (3) 再經過 2024 秒後亮著的燈共有 10 個 (4) 若整數 t 滿足 $T \leq t \leq T+6$ ，則第 t 秒時亮燈的燈泡中高度最高

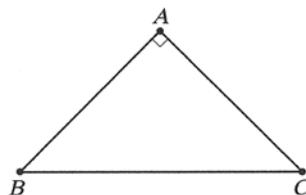
的燈泡與地面的距離為 $2\sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{4\pi}{3}\right) + 5$ 公尺 (5) 若等整數 t 滿足 $T+15 \leq t \leq T+20$ ，

則第 t 秒時亮燈的燈泡中高度最高的燈泡與地面的距離為 $2\sin\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{2}\right) + 5$ 公尺

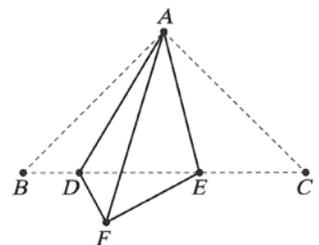
三、選填題(占 25 分)

13. 從 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109 等 10 個數中任意取出 3 個數，使其和為不小於 310 的偶數。試問：滿足上述不同的取法共有_____種。

14. 如下圖， $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{AC} = 20\sqrt{2}$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，今沿著兩線段 \overline{AD} 、 \overline{AE} 將三角形摺起，使得 \overline{AB} 、 \overline{AC} 兩邊重合於 \overline{AF} ，形成四邊形

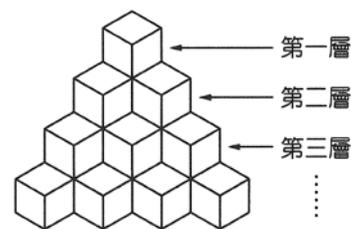


摺起



$ADFE$ 。若 $\overline{BD} = 8$ ，試問四邊形 $ADFE$ 面積為_____平方單位。

15. 將大小相同的方塊積木堆成如右圖，並將積木與積木之間的接觸面黏貼固定，形成一個新的立體堆垛形狀，並可翻轉移動。每一個積木都是 1 立方公分大小的正立方體。由上而下，第一層有 1 個方塊積木，第二層有 3 個方塊積木，第三層有 6 個方塊積木，……，依此類推。若堆 13 層，並將此立體堆垛形狀的表面(含底部)塗色，試問塗色的面積為_____平方公分。(例如，疊兩層後，表面需塗色的面積為 18 平方公分)



16. 阿明同學有一個特製的計算機，上面只有數字 0, 1, 2, ……，9，以及三個特殊按鍵，分別為常用對數鍵 $\boxed{\log x}$ 、指數鍵 $\boxed{2^x}$ 與 $\boxed{100^x}$ 。常用對數鍵的功能為：若輸入一個數字後再按 $\boxed{\log x}$ ，計算機螢幕會輸出該數字的對數值；指數鍵的功能為：若輸入一個數字後再按 $\boxed{2^x}$ 或 $\boxed{100^x}$ ，計算機螢幕會輸出該數字的指數值。例如：輸入數字 2 後再按 $\boxed{100^x}$ 會得到 10000，接著再按 $\boxed{\log x}$ 會得到 4，再按 $\boxed{2^x}$ 得到 16。根據以上說明，當愛玩數字的阿明同學輸入數字 1，再將這三個特殊按鍵依序按來按去，即

$$1 \rightarrow \boxed{2^x} \rightarrow \boxed{\log x} \rightarrow \boxed{100^x} \rightarrow \boxed{2^x} \rightarrow \boxed{\log x} \rightarrow \boxed{100^x}$$

則該特製的計算機螢幕最後輸出的數字為_____。

17. 有一平行四邊形房間 $OABC$ ，其中 O 在坐標平面原點， $A(10,0)$ 、 $B(12,8)$ 、 $C(2,8)$ ，現有一臺掃地機器人置放在 O 點，小明設計了一個程式可以控制掃地機器人的掃地範圍，只要依序輸入八個數字 a_1 至 a_8 ，即可讓掃地機器人在 $\{P \mid \overrightarrow{OP} = x \overrightarrow{u} + y \overrightarrow{v}, \overrightarrow{u} = (a_1, a_2), \overrightarrow{v} = (a_3, a_4), a_5 \leq x \leq a_6, a_7 \leq y \leq a_8\}$ 的範圍內掃地。小明現在想讓掃地機器人的掃地範圍限制在平行四邊形房間 $OABC$ 內(含邊界)，若不考慮中間的障礙物，則他需要依序輸入 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8) = (1, 0, 1, \dots, \dots, \dots, \dots)$ 。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

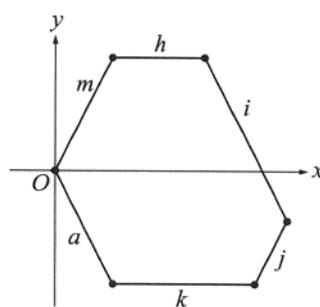
18-20 題為題組

復活節是基督教重要節日之一，乃是紀念耶穌被釘死在十字架後第三天復活。而復活節彩蛋是慶祝復活節時特別裝飾的蛋，彩蛋一般會事先藏好，然後由兒童來尋找。基督徒以復活節彩蛋比喻為”新生命的開始”，象徵耶穌復活。

小明在學校跟同學們玩尋找復活節彩蛋的遊戲。小明把學校平面圖畫在坐標圖上，如右圖所示。已知學校範圍由六條直線： m 、 h 、 i 、 j 、 k 、 a 包圍成一個六角形。而各直線方程式為

$$m: 2x - y = 0, \quad h: y = 5, \quad i: 2x + y = 18, \quad j: 2x - y = 10\sqrt{5},$$

$$k: y = -5, \quad a: 2x + y = 0. \text{ 若坐標圖上 1 單位長代表實際距離 40 公尺。試回答下列問題：}$$



18. 若小明在學校範圍內(不包含邊界)的坐標整數點(即 x, y 坐標都為整數的點)都放置一顆彩蛋，試求他總共放了多少顆彩蛋？(單選題，6 分)

(1) 56 顆 (2) 60 顆 (3) 64 顆 (4) 68 顆 (5) 72 顆

19. 若要在學校範圍內，且符合 $x \leq \frac{5}{2}$ 條件的範圍內作為復活節的表演區域，試問表演區域的面積為多少平方公尺？(非選擇題，4 分)

20. 小明跟同學們商量好找完彩蛋後可到直線 j 等待，已知直線 m 與 j 為平行線。小花現在位於直線 m 上，要走到直線 j 等待，若小花一分鐘走 50 公尺，則小花最少要走多少分鐘？(不考慮中間的障礙物)(非選擇題，5 分)

RB309 新竹區高級中學 112 學年學測模擬考(112-E3)數學 B

參考答案

選擇題：1. (3) 2. (2) 3. (5) 4. (4) 5. (3) 6. (3) 7. (5) 8. (2)(3)(5) 9. (2)(3)(4)(5)
10. (1)(3)(5) 11. (3)(4) 12. (1)(5)

選填題：13. 51 14. 230 15. 546 16. 256 17. (1,0,1,4,0,10,0,2)

混合題：18. (3) 19. 20000 平方公尺 20. 8 分鐘