

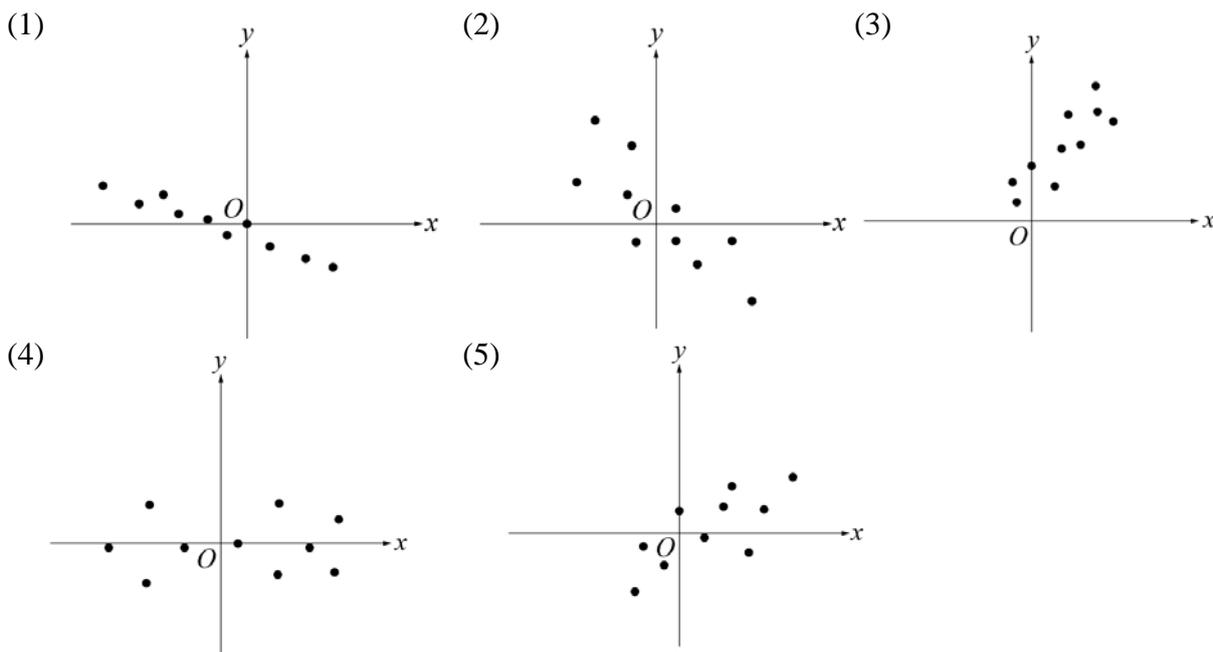
# 全國公立高中 113 學年度第三次學測模擬考數學 B(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 35 分)

- 將坡度定義為：爬升高度( $h$ )和在水平位移( $d$ )的比值。紐西蘭但尼丁的鮑德溫街(*Baldwin Street*)曾被金氏世界紀錄認證為「世界最陡的道路」，坡度高達 35%。若沿著坡道前進 50 公尺，則高度變化的近似值為幾公尺？ (1)2.4 (2)5.7 (3)9 (4)10 (5)16.8
- 過下列各點作圓  $C:(x-1)^2+(y+1)^2=25$  的切線，試選出其切線斜率最大者。  
(1)(1,-6) (2)(4,-5) (3)(5,2) (4)(-3,2) (5)(-2,-5)
- 現有一列已排定順序的 4 個符號：「 $\blacksquare \triangle \blacktriangle \square$ 」，在不改變其相對順序的情況下，將另兩個符號：「 $\bigcirc$ 」、「 $\bullet$ 」插入其中，則會形成多少種不同的排列方式？  
(1)  $C_2^5$  (2)  $P_2^5$  (3)  $\frac{6!}{2!2!2!}$  (4)  $\frac{6!}{4!2!}$  (5)  $\frac{6!}{4!}$
- 順利贏得縣內排球冠軍賽的喔野高中排球隊，球員的身高(公分)分別為 181、163、177、175、177、160、184、188、179、176，因應烏氧教練的訓練與對戰需求，球隊經理潔子將每位球員身高先加上 20 公分後並以公尺登記做成檔案，則在檔案中球員的平均身高為幾公尺？ (1)1.55 (2)1.56 (3)1.75 (4)1.96 (5)20.76
- 將下列五個散布圖中兩變量  $(x_i, y_i)$  分別經過標準化後得  $(x'_i, y'_i)$ ，試選出  $y'$  對  $x'$  的最適合直線斜率最小的選項。

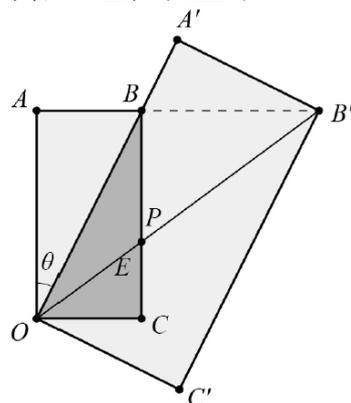


6. 已知二次函數  $y = f(x) = a(x+1)^2 - 3a + 6$  的圖形不經過第四象限，且恆在直線  $ax + y + 11 = 0$  上方，則  $a$  的範圍區間為何？

- (1) (0,3] (2) [3,4] (3) (0,4) (4)  $(-\infty, 0)$  (5)  $(3, \infty)$

7. 圖(1)為兩相似矩形  $OABC$ 、 $OA'B'C'$ ，其中  $O-B-A'$  且  $A-B-B'$  共線，對角線  $\overline{OB'}$  交  $\overline{BC}$  於  $P$  點。設  $\overline{OP} = r$  且  $\angle AOB = \theta$ ，試選出線段  $\overline{A'B'}$  的長。

- (1)  $\frac{r \sin \theta}{\tan 2\theta}$  (2)  $\frac{r \cos \theta}{\tan 2\theta}$  (3)  $r \tan 2\theta \sin \theta$   
(4)  $r \tan 2\theta \cos \theta$  (5)  $r \tan 2\theta \tan \theta$



圖(1)

## 二、多選題(占 25 分)

8. 下列哪些選項的函數圖形與直線  $y=3$  僅相交於 1 個點？

(1)  $y=2^x \cdot 5^x$  (2)  $y=(\frac{1}{2})^x + 3$  (3)  $y=\log 2x$  (4)  $y=-3+\log x$  (5)  $y=|\log x|$

9. 關於平面上一直線  $L:12x+5y+7=0$  的敘述。試選出正確的選項。

(1) 若  $L$  的斜角為  $\alpha$ ，則  $\tan \alpha = \frac{-12}{5}$  (2) 直線  $L$  與兩軸圍出的三角形面積為  $\frac{49}{120}$

(3) 點  $P(2,-1)$  至直線  $L$  的距離為 2 (4) 若直線  $L$  與直線  $M:15x-36y+2=0$  的夾角為  $\beta$ ，則  $\sin \beta = 1$  (5) 若  $k$  為實數，當直線  $L$  與圓  $C:(x+1)^2 + (y+2k)^2 = 25$  交出的弦長為最大值時， $k = \frac{-1}{2}$

10. 臺南龍崎與高雄內門交界的市道 175 線是著名的重機跑山路線，許多騎士會在此道路競速、壓車過彎、甚至飆車，導致事故頻傳。今警方將市道 175 線上某一路段繪製於坐標平面上，近似於三次函數  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$  的圖形。若此路段上恰有一重機在  $R(2, k)$  處超速過彎以致直線衝出護欄造成車禍，為加強取締，預計在沿路  $P(-1, 0)$ 、 $Q(3, 0)$  兩點處設置測速照相裝置。試選出正確的選項。

(1)  $a+b=-4$  (2) 此路段的對稱中心坐標為  $(1, 0)$  (3)  $f(1+\sqrt{2024}) = f(1-\sqrt{2024})$

(4)  $R$  點處的一次近似直線為  $y = -x + 1$  (5) 將  $y = f(x)$  的圖形經適當平移後可與  $y = x^3 - 4x$  的圖形重合

11. 設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  為圓  $x^2 + y^2 = 4$  上的點， $O$  為圓心，若  $\overline{OA} \perp \overline{OB}$  且內積  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} > \frac{5}{2}$ ，則下列

哪些選項可能為內積  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$  之值？ (1)  $-4$  (2)  $\frac{-3}{2}$  (3)  $0$  (4)  $\frac{\sqrt{39}}{2}$  (5)  $\frac{7}{2}$

12. 魯夫、索隆與那美三人自  $A$  點處出發，已知魯夫沿著  $\vec{a}$  方向，每分鐘走  $x$  公尺；索隆沿著  $\vec{b}$  方向每分鐘走  $y$  公尺；那美沿著  $\vec{c}$  方向前進。魯夫讓索隆、那美兩人先走 1 分鐘後再出發。當魯夫走 1 分鐘後到達  $B$  點時，索隆走到  $C$  點，且兩人走的路徑長總和為 20 公尺，而那美走到  $\overline{BC}$  上一點  $P$ ，且  $3\overrightarrow{AP} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ ，若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ 。試選出正確的選項。

(1)  $2x + y = 20$  (2)  $\overline{BP} : \overline{CP} = 2 : 3$  (3)  $\overrightarrow{AP}$  在  $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{AC}$  上的正射影長比 = 3 : 4

(4)  $B$ 、 $C$  兩點距離最小值為 102 公尺 (5)  $\triangle ABP$  面積最大值為 30 平方公尺

## 三、選填題(占 25 分)

13. 設多項式  $f(x) = x^5 + 99x^4 + 97x^3 - 98x^2 - x$ ，若多項式  $g(x)$  滿足  $g(x+99) = f(x)$ ，則  $g(x)$  的所有項之係數和 = \_\_\_\_\_。

14. 設數列  $\langle a_n \rangle$  的前  $n$  項和為  $S_n$ ，且  $S_n = 2a_n - 5$ ， $n$  為正整數，則  $S_{100}$  為 \_\_\_\_\_ 位數。

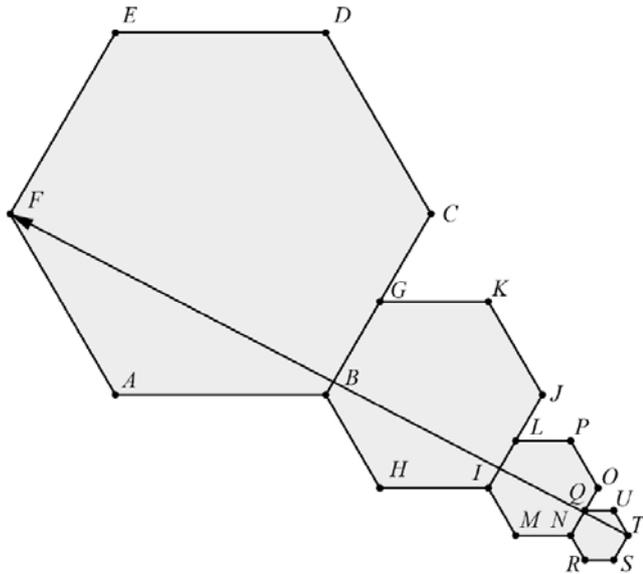
15.圖(2)中有四個正六邊形，邊長由大至小分別為 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 、 $a_4$ ，

且滿足 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}, n=1,2,3$ 。

若 $\vec{TF} = x\vec{AB} + y\vec{BC}$ ，則數對

$(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(化為最簡分數)



圖(2)

16.某航空公司經濟艙有A~D四種票，每種票的累積里程比例不同，如表(1)。

表(1)

票種	A	B	C	D
累積里程比例	0%	50%	75%	100%

小南分析自己長期購買該公司某特定航線的經驗發現：購買此航線A種票的機率為 $\frac{1}{3}$ ，

購買B~D三種票的機率恰與票種的累積里程比例成反比，則依小南的購票經驗，購買一張該公司此特定航線累積里程比例的期望值為\_\_\_\_\_。(四捨五入至整數位)

17.設一個正整數的奇數位數的和稱為A，偶數位數的和稱為B，絕對值 $|A - B|$ 稱為這個正整數的祕密差。例如：20250118的奇數位數的和 $A = 8 + 1 + 5 + 0 = 14$ ，偶數位數的和 $B = 1 + 0 + 2 + 2 = 5$ ，所以20250118的祕密差是 $|14 - 5| = 9$ 。則祕密差為25的六位正整數有\_\_\_\_\_個。

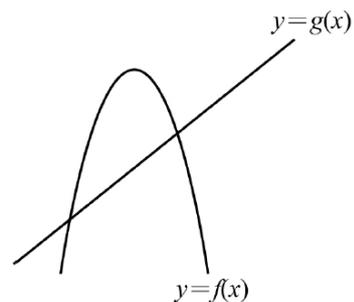
**第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)**

**18-20 題為題組**

如圖(3)所示，坐標平面上，二次函數 $\Gamma: y = f(x) = a(x+5)(x-k)$ 與一次函數 $L: y = g(x) = m(x+5)$ 相交於A、B兩點，其中 $a$ 、 $k$ 、 $m$ 為實數。已知 $\Gamma$ 的對稱軸為 $x = -2$ ，且A、B兩點分別在x、y軸上，設 $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ ，試回答下列問題。

18. 關於 $y = h(x)$ ，試選出正確的選項。(多選題，5分)

- (1)  $y = h(x)$ 的最高次項係數為負
- (2) 方程式 $h(x) = -1$ 有三個相異實根
- (3)  $y = h(x)$ 經過適當平移可得 $y = amx^3$ 的圖形
- (4)  $y = h(x)$ 圖形對稱中心的x坐標小於-2
- (5) 若 $(x+3)h(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為256，則 $a = -2$



圖(3)

19. 試求不等式  $h(x+1) > 0$  的解。(非選擇題，5分)

20. 若  $y = h(x)$  在  $x = 1$  時的一次近似圖形和直線  $L$  垂直，則  $a^3 = ?$  (非選擇題，5分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ,  $\sqrt{6} \approx 2.449$ ,  $\sqrt{10} \approx 3.162$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ,  $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ,  $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

**RB310 全國公私立高中 113 學年度第三次學測模擬考數學 B(南一)**

**參考答案**

選擇題：1. (5) 2. (4) 3. (5) 4. (4) 5. (1) 6. (1) 7. (4) 8. (1)(3)(4) 9. (1)(2)(3)(4)(5)

10. (1)(2)(5) 11. (2)(3) 12. (2)(4)

選填題：13. 98 14. 31 15.  $(\frac{-15}{4}, \frac{7}{4})$  16. 46% 17. 27

混合題：18. (1)(4)(5) 19.  $x < 0$  且  $x \neq -6$  20.  $-\frac{1}{36}$