

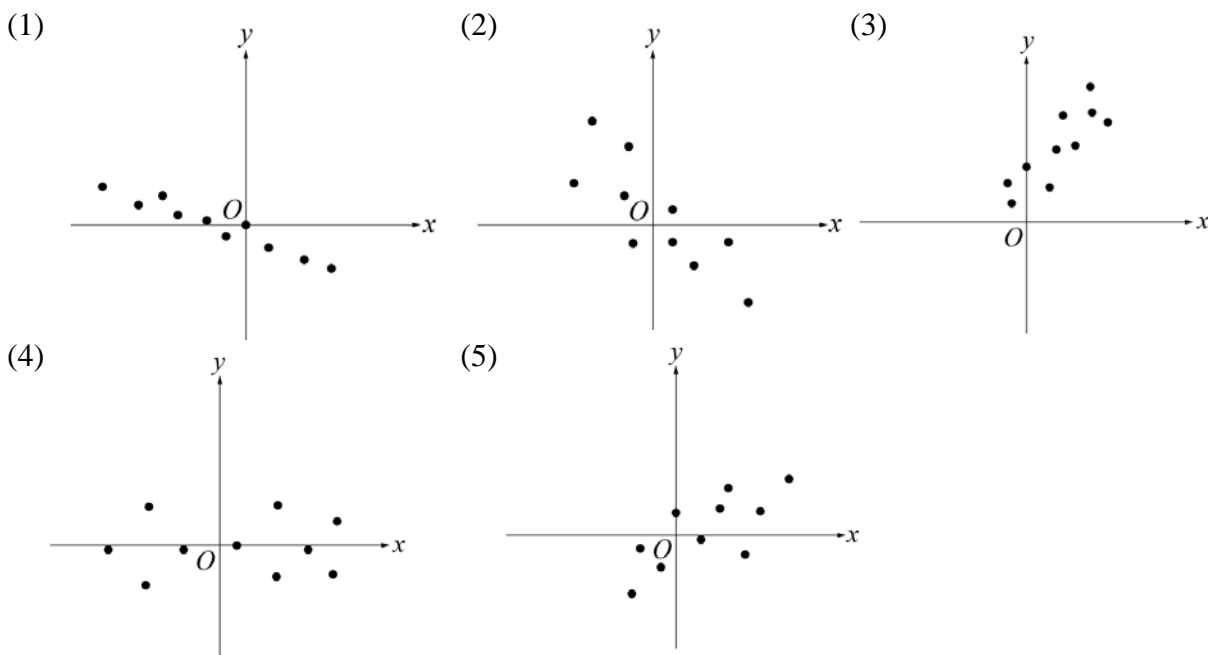
全國公立高中 113 學年度第三次學測模擬考數學 B(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 35 分)

- 將坡度定義為：爬升高度(h)和在水平位移(d)的比值。紐西蘭但尼丁的鮑德溫街(*Baldwin Street*)曾被金氏世界紀錄認證為「世界最陡的道路」，坡度高達 35%。若沿著坡道前進 50 公尺，則高度變化的近似值為幾公尺？ (1)2.4 (2)5.7 (3)9 (4)10 (5)16.8
- 過下列各點作圓 $C:(x-1)^2+(y+1)^2=25$ 的切線，試選出其切線斜率最大者。
(1)(1,-6) (2)(4,-5) (3)(5,2) (4)(-3,2) (5)(-2,-5)
- 現有一列已排定順序的 4 個符號：「 $\blacksquare \triangle \blacktriangle \square$ 」，在不改變其相對順序的情況下，將另兩個符號：「 \circ 」、「 \bullet 」插入其中，則會形成多少種不同的排列方式？
(1) C_2^5 (2) P_2^5 (3) $\frac{6!}{2!2!2!}$ (4) $\frac{6!}{4!2!}$ (5) $\frac{6!}{4!}$
- 順利贏得縣內排球冠軍賽的喔野高中排球隊，球員的身高(公分)分別為 181、163、177、175、177、160、184、188、179、176，因應烏氧教練的訓練與對戰需求，球隊經理潔子將每位球員身高先加上 20 公分後並以公尺登記做成檔案，則在檔案中球員的平均身高為幾公尺？ (1)1.55 (2)1.56 (3)1.75 (4)1.96 (5)20.76
- 將下列五個散布圖中兩變量 (x_i, y_i) 分別經過標準化後得 (x'_i, y'_i) ，試選出 y' 對 x' 的最適合直線斜率最小的選項。

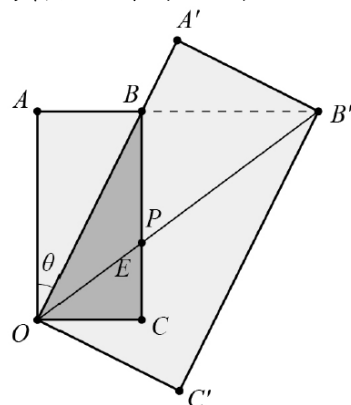


6. 已知二次函數 $y = f(x) = a(x+1)^2 - 3a + 6$ 的圖形不經過第四象限，且恆在直線 $ax + y + 11 = 0$ 上方，則 a 的範圍區間為何？

- (1) (0,3] (2) [3,4] (3) (0,4) (4) $(-\infty, 0)$ (5) $(3, \infty)$

7. 圖(1)為兩相似矩形 $OABC$ 、 $OA'B'C'$ ，其中 $O-B-A'$ 且 $A-B-B'$ 共線，對角線 $\overline{OB'}$ 交 \overline{BC} 於 P 點。設 $\overline{OP} = r$ 且 $\angle AOB = \theta$ ，試選出線段 $\overline{A'B'}$ 的長。

- (1) $\frac{r \sin \theta}{\tan 2\theta}$ (2) $\frac{r \cos \theta}{\tan 2\theta}$ (3) $r \tan 2\theta \sin \theta$
(4) $r \tan 2\theta \cos \theta$ (5) $r \tan 2\theta \tan \theta$



圖(1)

二、多選題(占 25 分)

8. 下列哪些選項的函數圖形與直線 $y=3$ 僅相交於 1 個點？

(1) $y=2^x \cdot 5^x$ (2) $y=(\frac{1}{2})^x + 3$ (3) $y=\log 2x$ (4) $y=-3+\log x$ (5) $y=|\log x|$

9. 關於平面上一直線 $L:12x+5y+7=0$ 的敘述。試選出正確的選項。

(1) 若 L 的斜角為 α ，則 $\tan \alpha = \frac{-12}{5}$ (2) 直線 L 與兩軸圍出的三角形面積為 $\frac{49}{120}$

(3) 點 $P(2,-1)$ 至直線 L 的距離為 2 (4) 若直線 L 與直線 $M:15x-36y+2=0$ 的夾角為 β ，則 $\sin \beta = 1$ (5) 若 k 為實數，當直線 L 與圓 $C:(x+1)^2 + (y+2k)^2 = 25$ 交出的弦長為最大值時， $k = \frac{-1}{2}$

10. 臺南龍崎與高雄內門交界的市道 175 線是著名的重機跑山路線，許多騎士會在此道路競速、壓車過彎、甚至飆車，導致事故頻傳。今警方將市道 175 線上某一路段繪製於坐標平面上，近似於三次函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ 的圖形。若此路段上恰有一重機在 $R(2, k)$ 處超速過彎以致直線衝出護欄造成車禍，為加強取締，預計在沿路 $P(-1, 0)$ 、 $Q(3, 0)$ 兩點處設置測速照相裝置。試選出正確的選項。

(1) $a+b=-4$ (2) 此路段的對稱中心坐標為 $(1, 0)$ (3) $f(1+\sqrt{2024}) = f(1-\sqrt{2024})$

(4) R 點處的一次近似直線為 $y = -x + 1$ (5) 將 $y = f(x)$ 的圖形經適當平移後可與 $y = x^3 - 4x$ 的圖形重合

11. 設 A 、 B 、 C 為圓 $x^2 + y^2 = 4$ 上的點， O 為圓心，若 $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ 且內積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} > \frac{5}{2}$ ，則下列

哪些選項可能為內積 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ 之值？ (1) -4 (2) $\frac{-3}{2}$ (3) 0 (4) $\frac{\sqrt{39}}{2}$ (5) $\frac{7}{2}$

12. 魯夫、索隆與那美三人自 A 點處出發，已知魯夫沿著 \vec{a} 方向，每分鐘走 x 公尺；索隆沿著 \vec{b} 方向每分鐘走 y 公尺；那美沿著 \vec{c} 方向前進。魯夫讓索隆、那美兩人先走 1 分鐘後再出發。當魯夫走 1 分鐘後到達 B 點時，索隆走到 C 點，且兩人走的路徑長總和為 20 公尺，而那美走到 \overline{BC} 上一點 P ，且 $3\overrightarrow{AP} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 。試選出正確的選項。

(1) $2x + y = 20$ (2) $\overline{BP} : \overline{CP} = 2 : 3$ (3) \overrightarrow{AP} 在 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AC} 上的正射影長比 = 3 : 4

(4) B 、 C 兩點距離最小值為 102 公尺 (5) $\triangle ABP$ 面積最大值為 30 平方公尺

三、選填題(占 25 分)

13. 設多項式 $f(x) = x^5 + 99x^4 + 97x^3 - 98x^2 - x$ ，若多項式 $g(x)$ 滿足 $g(x+99) = f(x)$ ，則 $g(x)$ 的所有項之係數和 = _____。

14. 設數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項和為 S_n ，且 $S_n = 2a_n - 5$ ， n 為正整數，則 S_{100} 為 _____ 位數。

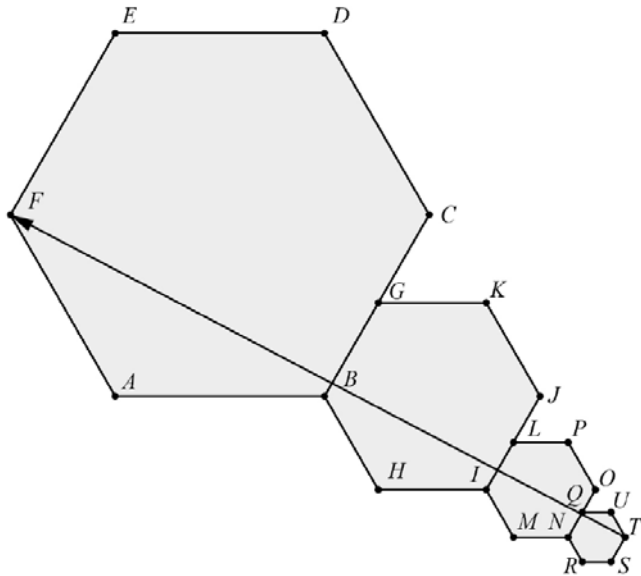
15.圖(2)中有四個正六邊形，邊長由大至小分別為 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 ，

且滿足 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}, n=1,2,3$ 。

若 $\vec{TF} = x\vec{AB} + y\vec{BC}$ ，則數對

$(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(化為最簡分數)



圖(2)

16.某航空公司經濟艙有A~D四種票，每種票的累積里程比例不同，如表(1)。

表(1)

票種	A	B	C	D
累積里程比例	0%	50%	75%	100%

小南分析自己長期購買該公司某特定航線的經驗發現：購買此航線A種票的機率為 $\frac{1}{3}$ ，

購買B~D三種票的機率恰與票種的累積里程比例成反比，則依小南的購票經驗，購買一張該公司此特定航線累積里程比例的期望值為_____。(四捨五入至整數位)

17.設一個正整數的奇數位數的和稱為A，偶數位數的和稱為B，絕對值 $|A - B|$ 稱為這個正整數的祕密差。例如：20250118的奇數位數的和 $A = 8 + 1 + 5 + 0 = 14$ ，偶數位數的和 $B = 1 + 0 + 2 + 2 = 5$ ，所以20250118的祕密差是 $|14 - 5| = 9$ 。則祕密差為25的六位正整數有_____個。

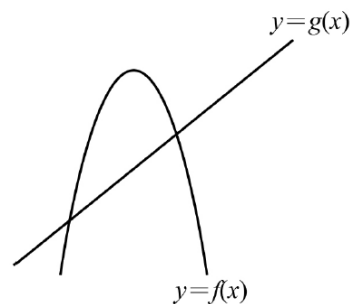
第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

如圖(3)所示，坐標平面上，二次函數 $\Gamma: y = f(x) = a(x+5)(x-k)$ 與一次函數 $L: y = g(x) = m(x+5)$ 相交於A、B兩點，其中 a 、 k 、 m 為實數。已知 Γ 的對稱軸為 $x = -2$ ，且A、B兩點分別在x、y軸上，設 $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ ，試回答下列問題。

18. 關於 $y = h(x)$ ，試選出正確的選項。(多選題，5分)

- (1) $y = h(x)$ 的最高次項係數為負
- (2) 方程式 $h(x) = -1$ 有三個相異實根
- (3) $y = h(x)$ 經過適當平移可得 $y = amx^3$ 的圖形
- (4) $y = h(x)$ 圖形對稱中心的x坐標小於-2
- (5) 若 $(x+3)h(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為256，則 $a = -2$



圖(3)

19. 試求不等式 $h(x+1) > 0$ 的解。(非選擇題，5分)

20. 若 $y = h(x)$ 在 $x = 1$ 時的一次近似圖形和直線 L 垂直，則 $a^3 = ?$ (非選擇題，5分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\sqrt{10} \approx 3.162$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 5 \approx 0.6990$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

RB310 全國公私立高中 113 學年度第三次學測模擬考數學 B(南一)

參考答案

選擇題：1. (5) 2. (4) 3. (5) 4. (4) 5. (1) 6. (1) 7. (4) 8. (1)(3)(4) 9. (1)(2)(3)(4)(5)

10. (1)(2)(5) 11. (2)(3) 12. (2)(4)

選填題：13. 98 14. 31 15. $(\frac{-15}{4}, \frac{7}{4})$ 16. 46% 17. 27

混合題：18. (1)(4)(5) 19. $x < 0$ 且 $x \neq -6$ 20. $-\frac{1}{36}$