

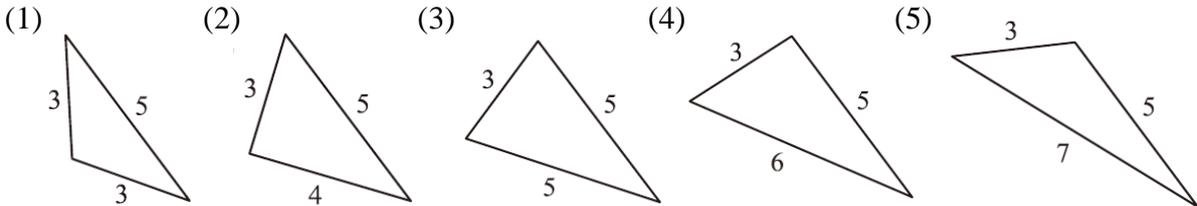
# 北北基高級中等學校 113 學年度學測模擬考數學 B(113-E3)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 35 分)

1. 請問絕對值不等式  $|x-1| > x$  的解為何？(1)  $x < \frac{1}{2}$  (2)  $x > \frac{1}{2}$  (3)  $x > 1$  (4)  $x \geq 1$  (5)  $x \leq 1$
2. 坐標平面上圓  $C: x^2 + y^2 = 1$  與一定點  $P(2, 0)$ ， $O$  為原點。試問圓  $C$  上共有幾個點  $M$  使得  $\angle MPO = 20^\circ$ ？(1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 4 個
3. 下列五個選項中的三角形，請選出面積最大者。



4. 一個容器內裝有細沙 30 立方公分，細沙從容器底下一個細小的孔慢慢流出，已知  $t$  分鐘後容器內剩餘的細沙量為  $y$  立方公分，可以用數學式  $y = 30 \times a^{-bt}$  表示，其中  $a, b$  為常數。若經過 8 分鐘後，發現容器內還剩餘一半的細沙，試問大約再過幾分鐘後，容器內的細沙只有開始時的五分之一？  
(1) 9.6 分鐘 (2) 10.6 分鐘 (3) 11.6 分鐘 (4) 15.6 分鐘 (5) 18.6 分鐘
5. 坐標平面上  $O$  為原點，且  $A(1,1)$ ， $B(-1,2)$ 。令  $\Omega$  為滿足  $\vec{OP} = \alpha \vec{OA} + \beta \vec{OB}$  的所有點  $P$  所形成的區域，其中  $1 \leq \alpha \leq 3, 1 \leq \beta \leq 2$ ，則區域  $\Omega$  可用下列哪一組不等式表示？

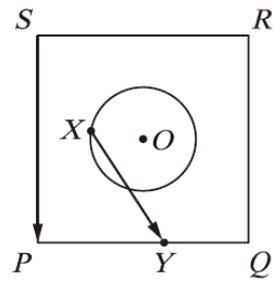
(1)  $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ 1 \leq y \leq 2 \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} 1 \leq x - y \leq 3 \\ 1 \leq 2x + y \leq 2 \end{cases}$  (3)  $\begin{cases} -6 \leq x - y \leq -3 \\ 3 \leq 2x + y \leq 9 \end{cases}$  (4)  $\begin{cases} x - y \leq -3 \\ 2x + y \geq 3 \\ y \leq 5 \end{cases}$  (5)  $\begin{cases} x - y \geq -6 \\ 2x + y \leq 9 \\ y \geq 5 \end{cases}$

6. 坐標平面上有兩個動點  $A$  與  $B$ ，一開始  $A$  的位置為  $(0, 0)$ ， $B$  的位置為  $(6, 6)$ ，接著  $A$  與  $B$  根據每次投擲硬幣的結果來移動，規則如下：  
若擲出正面， $A$  往右移動 1 單位， $B$  往左移動 1 單位；  
若擲出反面， $A$  往上移動 1 單位， $B$  往下移動 1 單位。  
今投擲一枚均勻硬幣， $A, B$  兩點均按投擲此硬幣之結果移動，試求兩點在坐標平面上相遇的機率為何？(1) 0 (2)  $\frac{5}{16}$  (3)  $\frac{21}{64}$  (4)  $\frac{63}{256}$  (5)  $\frac{231}{1024}$
7. 將 1, 2, 3, 4, 5, 6 這六個數字排成一個數字不重複的六位數  $abcdef$ ，若前三個數字形成的三位數  $abc$  與後三個數字形成的三位數  $def$ ，其相差不小於 200，則這樣的六位數  $abcdef$  共有幾個？(例如：564321(564-321  $\geq$  200)、156432(432-156  $\geq$  200)均為滿足要求的六位數)  
(1) 348 個 (2) 360 個 (3) 372 個 (4) 384 個 (5) 396 個

二、多選題(占 25 分)

8. 設  $x, y$  為正整數，若  $x$  為八位數且最高位數字為 4； $y$  為六位數且最高位數字為 5，請選出正確的選項。(1) 可以確定  $x+y$  為八位數 (2) 可以確定  $x+y$  的最高位數字為 4  
(3) 可以確定  $xy$  為十三位數 (4) 可以確定  $xy$  的最高位數字為 2 (5) 可以確定  $\frac{x}{y}$  的整數部分為三位數

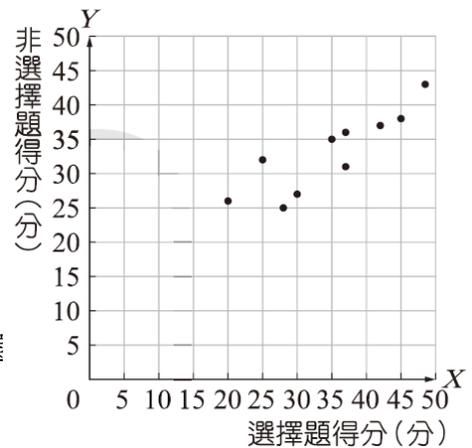
9. 如右圖，邊長為 4 的正方形  $PQRS$  的中心為  $O$ ，以  $O$  為圓心，1 為半徑作圓  $C$ ，設  $X$  為圓  $C$  上的任意點， $Y$  為邊  $\overline{PQ}$ 、 $\overline{QR}$ 、 $\overline{RS}$  上的任意點(包括端點)。考慮向量  $\overrightarrow{SP}$  與  $\overrightarrow{XY}$ ，請選出正確的選項。



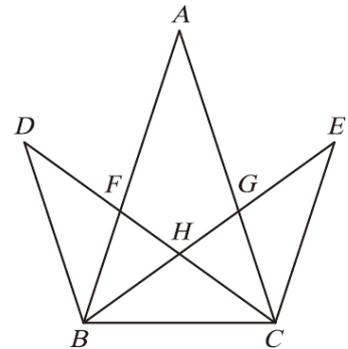
- (1)  $|\overrightarrow{XY}|$  的最小可能值為  $2\sqrt{2}-1$  (2)  $\overrightarrow{SP} \cdot \overrightarrow{XY}$  的最大可能值為 12  
 (3)  $\overrightarrow{SP} \cdot \overrightarrow{XY}$  的最小可能值為 0 (4) 若  $\overrightarrow{SP} \cdot \overrightarrow{XY} = 0$ ，則  $|\overrightarrow{XY}|$  的最小可能值為 1 (5) 若  $\overrightarrow{SP} \cdot \overrightarrow{XY} = 0$ ，則  $|\overrightarrow{XY}|$  的最大可能值為  $3\sqrt{2}$

10. 已知數列  $a, b, c, d$  滿足前三項  $a, b, c$  成等差數列，後三項  $b, c, d$  成等比數列，且  $a, b, c, d$  為四個相異非零實數，請選出正確的選項。(1) 若  $a < c$ ，則  $b < d$  (2) 若  $a+b+c < 0$ ，則  $d < 0$  (3) 若  $bcd < 0$ ，則  $a > 0$  (4)  $\log|b|, \log|c|, \log|d|$  一定是等差數列 (5)  $\sin a, \sin b, \sin c$  可能是等比數列

11. 某次數學測驗分為選擇題與非選擇題兩部分，每部分各占 50 分，總分為 100 分。右圖為 11 位學生兩部分得分的散布圖，其中  $X$  表示選擇題的得分， $Y$  表示非選擇題的得分，但因有 2 位同學的兩部分得分均相同，所以散布圖僅有 10 個點(有 2 個點重疊)。已知此次測驗，11 位學生中有 5 人成績不及格(總分未達 60 分)，請選出正確敘述的選項。(1)  $X$  的中位數一定大於  $Y$  的中位數 (2)  $X$  的標準差一定大於  $Y$  的標準差 (3)  $Y$  對  $X$  的最適直線斜率一定大於 1 (4) 恰有 3 位學生的非選擇題得分低於 30 分 (5) 本次測驗 11 位學生中數學總分排名第 6 名的學生，其選擇題得分高於 35 分



12. 右圖的皇冠圖案，是由兩個全等三角形  $\triangle BCD$  與  $\triangle BCE$  及一個等腰三角形  $\triangle ABC$ ，將共同邊  $\overline{BC}$  重疊而成。已知  $\overline{DB} = \overline{BC} = \overline{CE} = 1$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle BAC = 36^\circ$ ， $\angle DBC = 108^\circ$ 。設  $F, G, H$  分別為  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$ 、 $\overline{AC}$  與  $\overline{BE}$ 、 $\overline{BE}$  與  $\overline{CD}$  的交點，請選出正確的選項。(1)  $\overline{AG} = \overline{GB} = 1$  (2)  $\overline{CG} = \sin 18^\circ$  (3)  $\overline{GH} = 4\sin^2 18^\circ$  (4)  $\overline{DF} = 2\sin 18^\circ$  (5)  $\overline{AC} = \frac{1}{2\sin 18^\circ}$



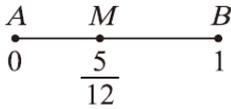
三、選填題(占 25 分)

13. 多項式  $(x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 7x^2 - x - 5)(x^2 - 4x + 4) + x^3$  除以  $x^2 - 4x + 3$  的餘式為 \_\_\_\_\_。

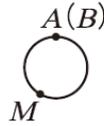
14. 某遊戲共有 60 位玩家參與，遊戲結束時，電腦程式會依據玩家於遊戲中的表現給予計分。已知程式設定 60 位玩家中有 10 位可獲得  $2^0$  分，9 位可獲得  $2^1$  分，8 位可獲得  $2^2$  分，以此類推， $k$  位玩家可獲得  $2^{10-k}$  分 ( $1 \leq k \leq 10$ ,  $k$  為正整數)，其餘未獲得分數的玩家則以 0 分計算。試問遊戲結束時，系統給予這 60 位玩家得分的第 75 百分位數為 \_\_\_\_\_ 分。

15. 經統計分析，某路段上的車流量  $y$ (十輛/小時)與車流密度  $x$ (十輛/公里)滿足關係式： $y = -10x^2 + 50x$ ，其中  $0 \leq x \leq 5$ 。已知當車流密度  $1 \leq x \leq m$  時 ( $m \leq 5$ )，車流量的最大值为 625 輛/小時，最小值为 400 輛/小時，則  $m$  值的最大可能範圍為 \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

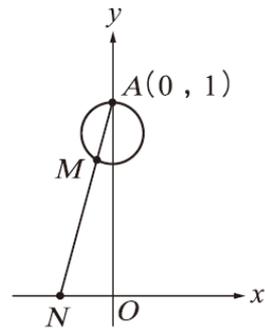
16. 將數線上區間  $[0, 1]$  形成的線段  $\overline{AB}$  (如圖(一)) 圍成一個圓, 兩端點  $A, B$  恰好重合(如圖(二)), 再將此圓放置於坐標平面上, 使其圓心在  $y$  軸上, 點  $A$  的坐標為  $(0, 1)$  (如圖(三))。已知區間  $[0, 1]$  內一點  $M$ , 對應的實數  $\frac{5}{12}$ , 圖(三)中連接直線  $\overleftrightarrow{AM}$  交  $x$  軸於  $N$  點, 試求  $N$  點坐標為\_\_\_\_\_。(化為最簡根式)



圖(一)



圖(二)



圖(三)

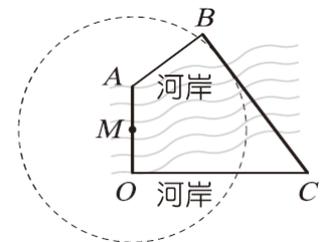
17. 某遊樂園舉辦暑期票價優惠活動, 每位入園的遊客從園方準備好的箱中(箱中有大小相同的 3 顆紅球與 3 顆白球, 共 6 顆球) 連續抽取 6 次, 每次取一球, 取後不放回, 若抽取過程中紅球不連續出現, 則可以半價購買門票入園; 若抽取過程中連續出現 2 次紅球, 則停止取球, 但亦可以八折價格購買門票入園。已知遊樂園的原票價如右表, 今小明一家四口欲購買兩張成人票、一張學生票及一張孩童票, 則這四張票總價的期望值為\_\_\_\_\_元。



**第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)**

**18-20 題為題組**

如右圖, 為了保護一河流上的古橋  $\overline{OA}$ , 政府規劃建一座新橋  $\overline{BC}$ , 同時設立一個圓形保護區(圖中虛線圓內), 承包商設計規劃如下: ● 新橋  $\overline{BC}$  與河岸  $\overline{AB}$  垂直。● 圓形保護區的圓心  $M$  在古橋  $\overline{OA}$  上, 且圓周與新橋  $\overline{BC}$  相切。經過測量, 點  $A$  位於點  $O$  正北方 20 公尺處, 點  $C$  位於點正東方 40 公尺處 ( $\overline{OC}$  為河岸), 且



$\tan \angle BCO = \frac{4}{3}$ , 試回答下列問題。

18. 若  $M$  為  $\overline{OA}$  的中點, 試問圓形保護區的半徑為何?(單選題, 3 分)  
 (1) 20 公尺 (2) 22 公尺 (3) 24 公尺 (4) 26 公尺 (5) 28 公尺
19. 試求新橋  $\overline{BC}$  的長為多少公尺?(非選擇題, 5 分)
20. 政府單位要求承包商的設計規劃中, 再加入一個條件:  
 ● 古橋兩端  $O, A$  到圓形保護區的邊界上任意點的距離, 均不少於 15 公尺。  
 試問當  $\overline{OM}$  長為多少公尺時, 圓形保護區的面積有最大值?(非選擇題, 7 分)

參考數值:  $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142, \tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$ 。

指對數值:  $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$ 。

**RB311 北北基高級中等學校 113 學年度學測模擬考數學 B(113-E3)**

**參考答案**

**選擇題：**1. (1) 2. (5) 3. (4) 4. (2) 5. (3) 6. (2) 7. (4) 8. (1)(4) 9. (2)(4)

10. (2)(4)(5) 11. (1)(2)(5) 12. (1)(3)(4)(5)

**選填題：**13.  $15x-17$  14. 24 15.  $\frac{5}{2} \leq m \leq 4$  16.  $(-2+\sqrt{3}, 0)$  17. 2960

**混合題：**18. (4) 19. 40 公尺 20. 7.5 公尺