

全國公私立高中 114 學年度第三次學測模擬考數學 B(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

- 明代數學家程大位編撰的《算法統宗》，用詩的方式寫下一些有趣的數學問題，例如下這首詩：「遠望巍巍塔七層，紅燈點點倍加增，共燈三百八十一，請問尖頭幾盞燈？」白話文的意思是，有一座塔，一共有 7 層，每相鄰兩層中，下一層燈的數量都是上一層的兩倍，已知總共有 381 盞燈，試問最上層有幾盞？
(1) 1 (2) 3 (3) 5 (4) 7 (5) 9
- 已知三次多項式 $f(x)$ 除以 $(x+3)^3$ 的餘式為 $-2x-5$ ，試問下列哪一個選項是此三次多項式函數圖形的對稱中心？ (1)(-2,-5) (2)(-3,1) (3)(3,5) (4)(-3,-5) (5)(0,0)

- 股票漲跌幅度的計算公式為：
$$\frac{\text{當前價格}-\text{前一期收盤價格}}{\text{前一期收盤價格}}$$
。例如，如果一個股票的前

一期收盤價格為 100 元，當前價格為 110 元，那麼漲跌幅度為 $\frac{110-100}{100} = 0.1$ ，即上漲

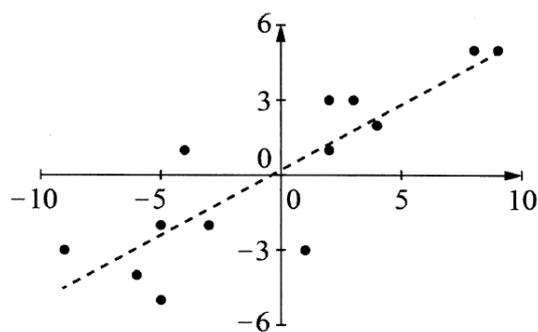
了 10%。今小文投資三檔股票，但在某國關稅政策提出後，週一到週四股市大幅震盪，小文將各股的漲跌的情形記錄如表(1)：

表(1)

	週一	週二	週三	週四
A 股	跌 10%	跌 9%	漲 9%	漲 10%
B 股	跌 10%	跌 8%	漲 8%	漲 10%
C 股	跌 10%	跌 10%	漲 10%	漲 10%

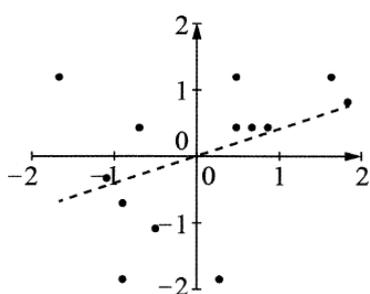
假設小文三檔股票都在週一前的總值都相同，經過這四天結束後，試選出正確敘述的選項。
(1)三檔股票都是上漲的，以 A 股漲最多 (2)三檔股票都是上漲的，以 C 股漲最多
(3)三檔股票都是下跌的，以 B 股跌最多 (4)三檔股票都是下跌的，以 C 股跌最多
(5)三檔股票因為漲跌互消，所以總值都沒變

- 圖(1)為一組數據： $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{13}, y_{13})$ 的散布圖，虛線為這 13 筆數據的迴歸直線(即最適直線)。已知數據的相關係數 r_{XY} 約為 0.86，現將這 13 筆數據標準化後，試問下列何者為其散布圖及迴歸直線？

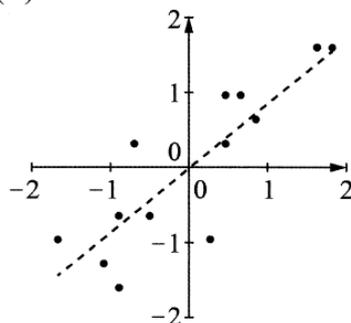


圖(1)

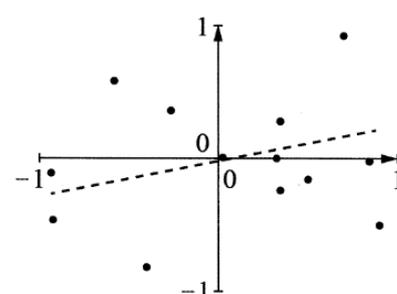
(1)

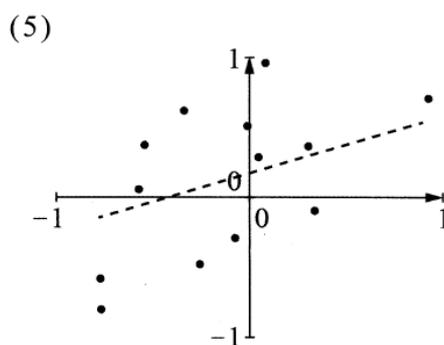
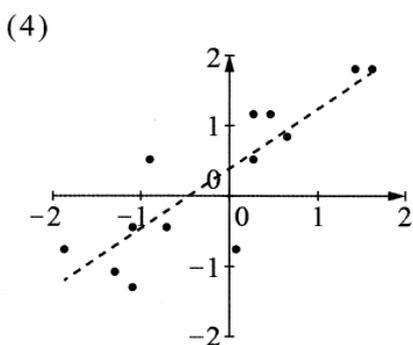


(2)

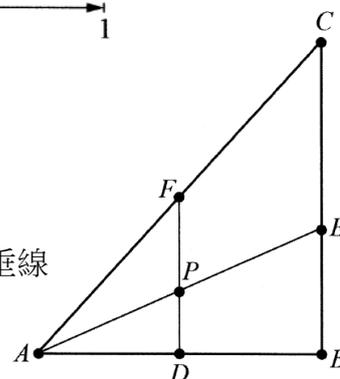


(3)





5. 圖(2)，三角形 ABC 中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， D 、 E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 上一點，使得 \overline{DF} 為 \overline{AB} 的中垂線，且 \overline{AE} 為 $\angle CAB$ 的角平分線。令 \overline{DF} 與 \overline{AE} 交於 P 點，



圖(2)

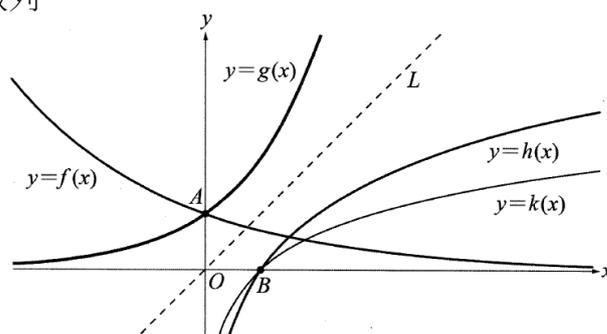
試問向量 \overrightarrow{AP} 與向量 \overrightarrow{DF} 內積值為何？

- (1) $\sqrt{5}$ (2) $-\sqrt{5}$ (3) 2 (4) -2 (5) $2\sqrt{5}$
6. 實數 x, y 滿足下列條件， $x + y \leq 6$ 及 $x - y \leq 0$ ，且在圓 $x^2 + y^2 = 36$ 內部，試問在坐標平面上 (x, y) 所形成的區域面積為何？ (1) $\frac{27\pi}{2} + 9$ (2) $\frac{27\pi}{2} + 18$ (3) $\frac{27\pi}{2} - 18$
- (4) $9\pi - 18$ (5) $9\pi + 9$

二、多選題(占 30 分)

7. 老師上課時要求同學們練習三次函數 $y=f(x)$ 圖形的特徵跟對稱中心，而小明將老師給的三次函數改寫為 $f(x) = (x-1)^3 + 6(x-1)^2 - 5$ ，並以為對稱中心在 $(1, -5)$ ，但老師告訴他這答案有誤，若改寫的過程中計算無誤，試選出正確的選項。(1) 對稱中心應在 $(-1, 13)$ (2) $y = f(x)$ 和 x 軸有三個交點 (3) $f(x) = 0$ 恰有一個整數解 (4) $y = f(x)$ 在 $x=1$ 的一次近似直線之斜率為 0 (5) 對於所有的實數 t ， $f(-3+2t) + f(1-2t) = 11$
8. 從 0, 1, 2, 3, 4, 5 六個數字中，選取 4 個排成四位數，試選出正確的選項。(1) 若數字重複，共可排出 1296 個四位數 (2) 若數字不可重複，共可排成 300 個四位數 (3) 若數字不可重複，共可排成 180 個偶數 (4) 若希望四位數由左至右的數字依序變大，則有 5 個四位數符合要求 (5) 若數字不可重複，符合「0 在 1 左邊」的四位數和符合「0 在 1 右邊」的四位數一樣多
9. 已知 $\langle a_n \rangle: a_1, a_2, a_3, \dots$ 為等差數列，其公差 $d > 1$ ， $\langle b_n \rangle: b_1, b_2, b_3, \dots$ 為等比數列，其首項 $b_1 > 0$ ，公比 $0 < r < 1$ ，試選出正確的選項。(1) 5^{a_n} 必大於 1 (2) 若 $b_1 = 1$ ，則 $\log b_n \leq 0$ (3) $\langle 5^{a_n} \rangle: 5^{a_1}, 5^{a_2}, 5^{a_3}, \dots$ 為等差數列 (4) $\langle \log b_n \rangle: \log b_1, \log b_2, \log b_3, \dots$ 為等差數列 (5) $\langle b_n \cdot 5^{a_n} \rangle: b_1 \cdot 5^{a_1}, b_2 \cdot 5^{a_2}, b_3 \cdot 5^{a_3}, \dots$ 為等比數列

10. 實數 a, b, c, d 均大於 0 且不等於 1，圖(3) 中為在坐標平面上的幾個函數圖形，在 x 軸上方由左至右依序分別為 $f(x) = a^x; g(x) = b^x; h(x) = \log_c x; k(x) = \log_d x$ ；直線 L 為 $y = x$ 。其中，點 A 為函數圖形與 y 軸交點，點 B 為函數圖形與 x 軸交點，且 $y = g(x)$ 與 $y = h(x)$ 函數圖形對稱於 L ，試選出正確的選項。



圖(3)

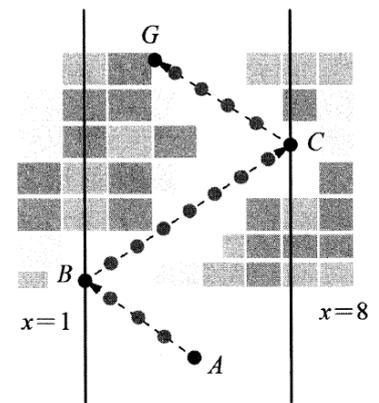
(1)若點 (s,t) 在 $y=h(x)$ 上，則點 (t,s) 也在 $y=g(x)$ 上 (2) \overline{AB} 的中點為 $(1,1)$ (3) $a > 1$
 (4) $b < d$ (5) $bc = 1$

11. 設 $A(4,1)$ 、 $B(1,7)$ ，已知 $P(x,y)$ 為平面上滿足 $2\overline{PA} = \overline{PB}$ 的動點，且 P 點所成的軌跡為一圓 C ，試選出正確的選項。(1)圓 C 的方程式為 $x^2 + y^2 - 10x + 2y - 6 = 0$
 (2)點 $(3,-2)$ 在圓 C 內部 (3)圓心在直線 $L: x + y - 2 = 0$ 的右側 (4)圓 C 上的點皆在直線 $L: x + y - 2 = 0$ 的同一側 (5) \overline{PA} 之範圍滿足 $\sqrt{5} \leq \overline{PA} \leq 3\sqrt{5}$
12. 已知 $\triangle ABC$ 為等腰三角形， $\angle A$ 為頂角。設 M 為 \overline{AC} 中點， $\overline{BM} = 2$ ，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ ，試選出正確的選項。(1) x 可能為 4 (2) x 可能為 $\frac{4}{3}$ (3)若 $\cos A = \frac{1}{4}$ ，則 $\cos A = \frac{1}{4}$
 (4) $\triangle ABM$ 面積為 $\frac{\sqrt{(9x^2 - 16)(16 - x^2)}}{16}$ (5)當 $x = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ 時， $\triangle ABC$ 面積有最大值

三、選填題(占 25 分)

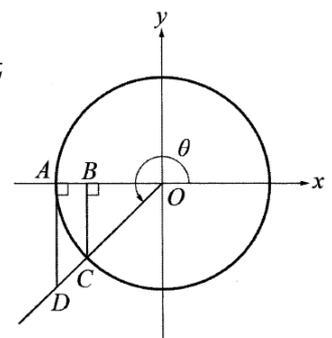
13. 若 x, y 為實數，且 $a > 0$ ， $b > 0$ 。已知 $x - 2y = 2.8$ ，且 $\log a = 3x$ ， $\log b = 6y$ ，則實數值 $\frac{a}{b}$ 的整數部分是_____位數。

14. 圖(4)中顯示了打磚塊遊戲中，兩段反彈路徑 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow G$ ：是一條從 $A(4, 2)$ 出發，經過點 B 反彈路徑到點 C ，再由點 C 經過反彈路徑到點 $G(3, 7)$ ，角度維持符合「反射定律」(入射角=反射角)，其中點 B 與點 C 正好分別以在 $x=1, x=8$ 的「牆面」。試求 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AG} 的內積為_____。



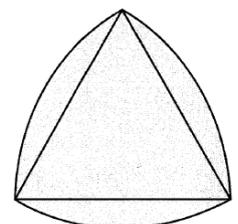
圖(4)

15. 圖(5)，圓心在原點的單位圓(半徑為1的圓)，圓與 x 軸交於 A 點，有向角 θ ($180^\circ < \theta < 270^\circ$)的終邊 \overline{OD} 與單位圓交於 C 點， \overline{BC} 垂直 x 軸於 B ， \overline{AD} 垂直 x 軸於 A ， $\tan \theta = \frac{24}{7}$ ，則 \overline{CD} 長度為_____。(化為最簡分數)



圖(5)

16. 現在有很多的掃地機器人都設計成勒洛三角形的形狀如圖(6)，而所謂的勒洛三角形，其繪製的方法如下：先畫一個正三角形，選定其中一頂點為圓心，正三角形邊長為半徑，在另外兩個頂點之間畫一個圓弧線，接著再選定下一個頂點重複此動作，直到三個頂點都被選定完畢。試著計算看看，一個半徑為 $5\sqrt{2}$ 公分的圓形，比一個以邊長為10公分的正三角形繪製出的勒洛三角形面積大_____平方公分。



圖(6)

17. 小美參加遊戲拿獎金，遊戲規則如下：桌上擺有一個 3×3 的對應表如表(2)，以及一個箱子，箱子中有1號至9號球各一個，從中任意抽球，且每個球被取到的機會均等，取後立即放回，每次可以拿到的獎金為對應表中與取出該球號碼同行同列的所有數字和的10倍(例如：若小美抽到3號球，則可以拿到 $10 \times (4 + 3 + 6 + 2 + 8) = 230$ 元)，試問若小美有2次取球的機會，則小美獲得的獎金期望值為_____元。

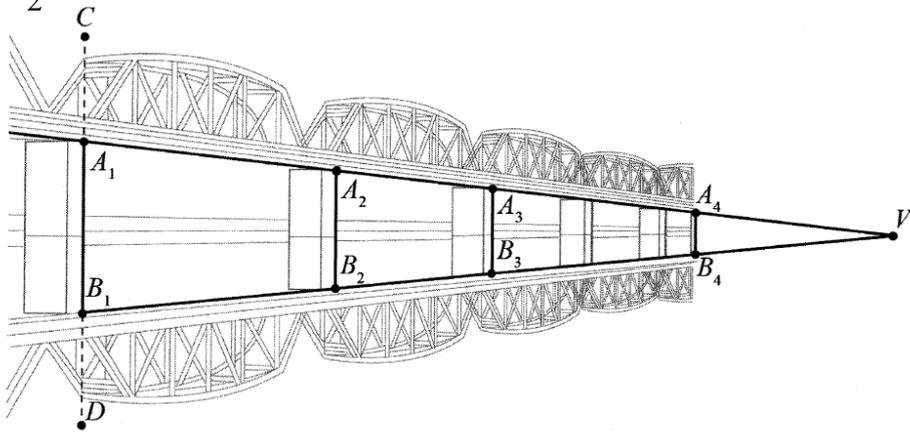
表(2)

1	4	9
2	3	8
5	6	7

第貳部分：混合題或非選擇題(占15分)

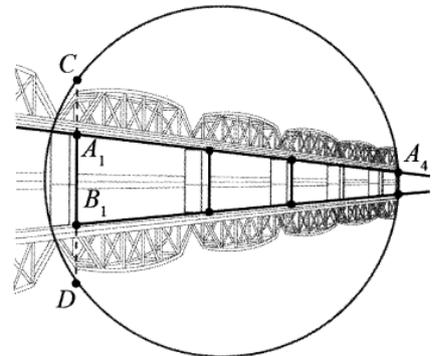
18-20題為題組

如圖(7)，1952年完工的西螺大橋，是台灣位於彰化縣與雲林縣之間的公路橋梁，橫跨濁水溪下游，以華倫式桁架橋設計，連接北端之溪州鄉、南端之西螺鎮二地的交通。身為商品設計師的丁丁，在一次出遊的機會，拍下一張西螺大橋及河面投影的絕美照片，現將照片重新繪製為西螺大橋河面投影的單點透視圖， V 點為消失點，為方便設計其他的周邊產品，重新標示點坐標，測量得下列部分資訊， A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 V 共線； B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 、 V 共線； $\overline{A_1B_1}$ 、 $\overline{A_2B_2}$ 、 $\overline{A_3B_3}$ 、 $\overline{A_4B_4}$ 均為鉛直線段，部分點坐標為 $A_1(-4, 2)$ 、 $B_1(-4, -1)$ 、 $A_3(3, 1)$ 、 $B_3(3, -\frac{1}{2})$ 。試回答下列問題。



圖(7)

18. 若線段 $\overline{A_2B_2}$ 正好在 y 軸上，則點 B_2 坐標為下列何者？(單選題，3分)
19. 消失點 V 的坐標為何？(非選擇題，4分)
20. 想設計一圓形杯墊示意圖如圖(8)，圓周正好通過 A_4 、 C 、 D ，且 C 、 A_1 、 B_1 、 D 共線，測得其點 C 比點 A_1 高2單位， D 點比 B_1 低2單位，且角度 $\angle CA_4D = 45^\circ$ ，試求此圓的方程式，請以一般式 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ 表示。(非選擇題，8分)



圖(8)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2$ ， $10^{0.4771} \approx 3$ ， $10^{0.6990} \approx 5$ ， $10^{0.8451} \approx 7$ 。

RB313 全國公私立高中 114 學年度第三次學測模擬考數學 B(南一)

參考答案

選擇題：1.(2) 2.(2) 3.(4) 4.(2) 5.(3) 6.(1) 7.(2)(3)(4) 8.(2)(4) 9.(2)(4)(5)
10.(1)(4) 11.(2)(3)(5) 12.(3)(4)

選填題：13. 9 14. 8 15. $\frac{18}{7}$ 16. $50\sqrt{3}$ 17. 500

混合題：18.(4) 19. $V(10,0)$ 20. $x^2 + y^2 + x - y - 24 = 0$