

# 臺北區高中 108 學年度第二學期指定科目第一次數學乙

## 第壹部分：選擇題（占 74 分）



### 一、單選題（占 18 分）

1. 某地區舉辦運動會，預計將運動會的聖火火炬在甲、乙、丙、丁四個城市間傳遞，各城市之間的距離如右表所示。若以甲市為起點，丙市或丁市為終點，而每個城市都經過且只經過一次，則此聖火火炬傳遞路線的最短距離等於多少公里？

	甲	乙	丙	丁
甲	0	2	3	5
乙	2	0	4	7
丙	3	4	0	5
丁	5	7	5	0
單位：公里				

- (1) 9 公里 (2) 11 公里  
(3) 13 公里 (4) 14 公里 (5) 16 公里

2. 設多項式，其中  $Q(x)$  為三次多項式，若  $f(x)$  除以  $x^2 + x - 1$  的餘式為  $-4x + 6$ ，則  $a + b$  的值為下列哪個選項？

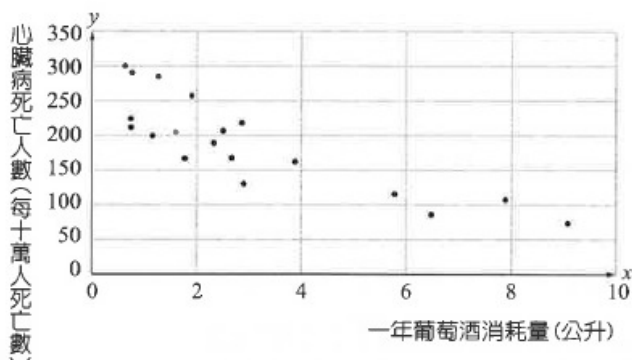
- (1) 1 (2) 2 (3) 4 (4) 8 (5) 不固定

3. 消費者物價指數(Consumer Price Index, CPI)反映了與居民生活有關的產品及勞務價格統計出來的物價變動指數，通常作為觀察通貨膨脹水平的重要指標。透過基期的比較，能夠判斷當期物價上揚抑或下跌，並能藉此看出購買力的增減。如基期年指數為 100，目前物價總指數為 120，即代表在基期年花 100 元取得商品及服務，現在要花 120 元才能取得。我們也可以從 CPI 年增率來判讀通膨壓力和趨勢，一般定義超過 3% 為通貨膨脹，超過 5% 就是比較嚴重的通貨膨脹。假設從今年算起的往後每年的 CPI 年增率都是 3%，那麼大約經過多少年後，購買同一商品所花費的金額會是今年的 1.5 倍。請選出最接近的選項。  
( $\log 2 \approx 0.3010$ ,  $\log 3 \approx 0.4771$ ,  $\log 1.03 \approx 0.0128$ ,  $\log 1.3 \approx 0.1139$ )

- (1) 2 年後 (2) 6 年後 (3) 10 年後 (4) 14 年後 (5) 20 年後

### 二、多選題（占 32 分）

4. 下圖是根據 19 個已開發國家一年葡萄酒消耗量(平均一年每人從喝葡萄酒所攝取的酒精公升數)與一年內因心臟病死亡的人數(每十萬人死亡人數)所畫成的散布圖。根據此散布圖，請選出正確的選項。



- (1) 這 19 個國家一年葡萄酒消耗量與心臟病死亡人數的相關係數是負的  
(2) 這 19 個國家一年葡萄酒消耗量之標準差大於 10 公升  
(3) 若以直線  $y = ax + b$  代表「心臟病死亡人數」對「一年葡萄酒消耗量」的迴歸直線(最佳直線)，則此直線的斜率  $a$  是負數  
(4) 若以直線  $y = ax + b$  代表「心臟病死亡人數」對「一年葡萄酒消耗量」的迴歸直線(最佳直線)，則此直線的斜率  $a$  等於相關係數  
(5) 一年葡萄酒的消耗量這筆數據的中位數介於 2 至 3 公升之間

5. 已知二次實係數多項式  $f(x) = x^2 + 2x + a$ ， $g(x) = -x^2 - 2x + b$ ，若函數  $y = f(x)g(x)$  的圖形與  $x$  軸恰有兩個相異交點，請選出正確的選項。
- (1)  $a$  值可能是  $-3$     (2)  $b$  值可能是  $-1$     (3) 當  $a = 2$  時， $b$  值可能是  $-3$   
 (4) 當  $a = -1$  時， $b$  值可能是  $0$     (5) 若不等式  $f(x)g(x) \leq 0$  恆成立，則  $a + b$  必等於  $0$
6. 在有關胃癌篩檢新開發的檢驗中，若是胃癌患者，則檢查結果為陽性的機率為  $80\%$ ，但若非胃癌患者，亦有  $5\%$  的機率被判定為陽性。今在人口  $10000$  人的甲鎮進行新開發的胃癌篩檢，居住在甲鎮的人有  $0.8\%$  患有胃癌，請選出正確的選項。
- (1) 甲鎮人口中大約有  $80$  人為胃癌患者  
 (2) 在胃癌患者中，檢查結果為陽性的約有  $64$  人  
 (3) 沒有胃癌但檢查結果為陽性的約有  $560$  人  
 (4) 在檢查結果為陽性的條件下，實際為胃癌患者的條件機率為  $\frac{4}{35}$   
 (5) 在檢查結果為陰性的條件下，實際為胃癌患者的條件機率為  $\frac{1}{590}$
7. 坐標平面上  $O$  為原點， $P$  點坐標為  $(1, -3)$ ，直線  $L$  的方程式為  $x - 3y = 6$ 。請選出正確選項。
- (1) 在直線  $L$  上可以找到一點  $A$ ，滿足  $\overrightarrow{OP}$  與  $\overrightarrow{OA}$  平行  
 (2) 在直線  $L$  上可以找到一點  $B$ ，滿足  $\overrightarrow{OP}$  與  $\overrightarrow{OB}$  垂直  
 (3) 在直線  $L$  上恰可以找到一點  $C$ ，使得  $\triangle OCP$  為直角三角形  
 (4) 在直線  $L$  上恰可以找到兩點，滿足  $P$  點到此兩點的距離皆等於  $2$   
 (5) 在直線  $L$  上恰可以找到一點  $E$ ，滿足  $\triangle EOP$  為等腰三角形

### 三、選填題 (占 24 分)

A. 天文研究社有  $12$  位成員，要從中挑選出  $4$  人去參加天文觀測營隊，若小華、皓芸兩人至少有一人要參加，則有\_\_\_\_\_種組隊的方法。

B. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AC} = 3$  且  $\angle BAC = 120^\circ$ ，則  $\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\right) \cdot (2\overrightarrow{AC})$  的值為\_\_\_\_\_。

C. 小明上學的路上要經過  $4$  個路口，若各路口是否遇到紅燈是互相獨立的，且遇到紅燈的機率都是  $\frac{1}{3}$ ，則小明在上學路上恰遇到一次紅燈的機率\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

## 第貳部分：非選擇題（占 26 分）

一、某工廠每天生產  $A$  和  $B$  兩種產品，每生產一個單位， $A$  產品需要使用 60 千瓦·時的電力和  $2m^3$  的天然氣， $B$  產品需要使用 20 千瓦·時的電力和  $4m^3$  的天然氣，基於成本考量，工廠每天使用的電力不超過 1500 千瓦·時，天然氣的使用不超過  $100m^3$ 。若  $A$  產品的售價為 3000 元， $B$  產品的售價為 4000 元，工廠希望在電力和天然氣的上限下，可以使得產品總價最高。若假設工廠每天生產  $A$  產品  $x$  單位， $B$  產品  $y$  單位，試回答下列問題：

- (1) 試寫出此問題之線性規劃不等式及目標函數。(4 分)
- (2) 在坐標平面上畫出可行解區域，並以斜線標示該區域。(4 分)
- (3) 工廠每天應該生產  $A$  和  $B$  兩種產品各多少個單位，才能使得產品總售價最高？此最高總售價為何？(5 分)

二、已知機器人  $M$  依據以下規則在  $A$  點與  $B$  點之間移動：

規則 1：當在時間  $k$  時處於  $A$  點時，則在時間  $k+1$  時處於  $A$  點與  $B$  點的機率分別為  $\frac{3}{4}$  與  $\frac{1}{4}$ 。

規則 2：當在時間  $k$  時處於  $B$  點時，則在時間  $k+1$  時處於  $A$  點與  $B$  點的機率分別為  $\frac{1}{2}$  與  $\frac{1}{2}$ 。

假設在時間 0 時，機器人  $M$  在  $A$  點處。對於時間  $n$  ( $n$  為正整數) 時，機器人  $M$  在  $A$  點處的機率為  $p_n$ 。則：

- (1) 試寫出描述上述現象的轉移矩陣。(4 分)
- (2) 試求  $p_1$  與  $p_2$ 。(4 分)
- (3) 若經過一段長時間後，動點  $P$  在  $A$  點處與  $B$  點處的機率處於穩定狀態，試求此時動點  $P$  在  $A$  點處的機率。(5 分)

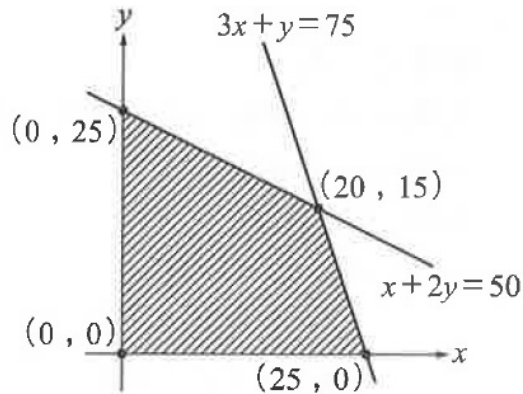
**RB416 臺北區高中 108 學年度第二學期指定科目第一次數學乙  
參考答案**

選擇題：1. (2) 2. (2) 3. (4) 4. (1)(3)(5) 5. (1)(5) 6. (1)(2)(4)(5) 7. (1)(4)

選填題：A. 285 B. -6 C.  $\frac{32}{81}$

非選擇題：一、(1)  $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 3x + y \leq 75 \\ x + 2y \leq 50 \end{cases}$ ，目標函數  $P = 3000x + 4000y$

(2)



(3) 當 A 產品生產 20 單位和 B 產品生產 15 個單位，可使得產品總售價最高為 120000 元

二、(1)  $\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$  (2)  $p_1 = \frac{3}{4}, p_2 = \frac{11}{16}$  (3)  $\frac{2}{3}$