

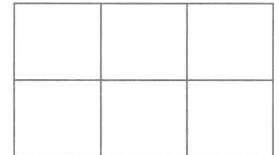
# 臺北區高中 109 學年度第二學期指定科目第一次模擬考數學乙 B3



## 第壹部分：選擇題（占 74 分）

### 一、單選題（占 18 分）

- 地震規模的大小通常用芮氏等級來表示，而芮氏地震規模( $M$ )與釋放能量( $E$ )的關係為  $\log E = 4.8 + 1.5M$ ；從歷史文獻記載中，最強烈的地震是1960年5月22日的智利大地震，其規模為9.5，則其所釋放的能量 $E$ 為幾位數？  
(1) 2 (2) 18 (3) 19 (4) 20 (5) 21
- 設二次實係數多項式  $f(x) = ax^2 - 2ax + b$  滿足  $f(3) > 0, f(4) < 0$ ，若  $f(x)$  在區間  $-1 \leq x \leq 2$  的最大值為8，最小值為4，則  $2a + b$  的值為下列何者？  
(1) 16 (2) 7 (3) 5 (4)  $\frac{20}{3}$  (5)  $\frac{16}{3}$
- 有一片長方形牆壁，尺寸為  $2 \times 3$ ，如右圖所示。今有4塊黑色及4塊白色的正方形壁磚，尺寸均為  $1 \times 1$ 。若任取6塊壁磚貼滿此長方形牆壁，則可貼成幾種不同的圖案？  
(1) 3 種 (2) 7 種 (3) 50 種 (4) 64 種 (5) 720 種



### 二、多選題（占 24 分）

- 袋中有 8 顆大小相同的球，其中紅球有 3 顆，白球有 3 顆，黑球有 2 顆，若每顆球被取出的機率相等，今自袋中一次取出 3 球，試選出正確的選項。  
(1) 這 3 顆球顏色均相同的機率為  $\frac{3}{56}$  (2) 這 3 顆球顏色均相異的機率為  $\frac{9}{28}$   
(3) 這 3 顆球顏色恰為兩種的機率為  $\frac{9}{14}$  (4) 這 3 顆球中，有紅球也有白球的機率為  $\frac{27}{28}$   
(5) 在取出的球中有紅球也有白球的條件下，這 3 顆球顏色均相異的機率為  $\frac{1}{3}$
- 已知實係數多項式  $f(x)$  除以  $x^2 - 3x$ ，可得餘式為  $3x - 13$ ，試選出正確的選項。  
(1)  $f(x)$  除以  $x$  的餘式為  $-13$  (2)  $f(x) = 0$  在 0 與 3 之間必有實根  
(3)  $f(x) + x = 0$  在 0 與 3 之間必有實根 (4)  $f(x) + x^2 = 0$  在 0 與 3 之間必有實根  
(5)  $f(x) + x^3 = 0$  在 0 與 3 之間必有實根
- 某餅乾公司想要推出一款新產品，在上市前先進行市場調查，若以不同的單價  $X$  (單位：元) 售出，調查市場的需求為  $Y$  (單位：千盒)，調查結果如右表。試選出正確的選項。  
( $\sqrt{2} \approx 1.414$ )  
(1)  $X$  的算術平均數為 74 元 (2)  $Y$  的標準差小於 1.4 千盒  
(3)  $X$  與  $Y$  的相關係數為  $-0.4$  (4)  $Y$  對  $X$  的迴歸直線為  $y = 35.6 - 0.4x$   
(5) 利用迴歸直線預測：當售價定為 75 元時，可預測市場需求為 3.6 千盒

### 三、選填題 (占 32 分)

A. 植物學家根據過去的統計資料，利用指數函數模型模擬出 A 植物覆蓋面積  $f(t)(\text{cm}^2)$  與時間  $t$  (年) 的關係，其模型為  $f(t) = 3 \times 2^{-kt}$  (其中  $k$  為常數)；若小安分析資料後發現 3 年後 A 植物覆蓋面積約為 9 年後 A 植物覆蓋面積的  $\frac{1}{4096}$  倍，則常數  $k$  的值為\_\_\_\_\_。

B. 假設矩陣  $A = \begin{bmatrix} -4 & k \\ 16 & 4 \end{bmatrix}$  滿足  $A^3 = A$  且  $\det(A) \neq 0$ ，則  $k =$ \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

C. 在坐標平面上假設  $\vec{OA} = (4, 2)$ ， $\vec{OB} = (2, 3)$ ，有一點  $P$  滿足  $\vec{OP} = \vec{OA} + t\vec{OB}$ ， $0 < t < 1$ 。若  $\vec{OA}$ 、 $\vec{OB}$  兩向量所張成的平行四邊形面積為  $a$ ， $\triangle OAP$  的面積為  $b$  且  $a = 8b$ ，則  $t$  值為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

D. 已知平面上  $L_1$ 、 $L_2$  兩條直線交於點  $P(4, 3)$  且  $L_1 \perp L_2$ 。若這兩直線分別與直線  $x + y = 0$  交於  $Q(x_1, y_1)$ 、 $R(x_2, y_2)$  兩點且  $x_1 + x_2 = 0$ ，則， $\triangle PQR$  的面積為\_\_\_\_\_。(化為最簡根式)

## 第貳部分：非選擇題（占 26 分）

一、某科技公司有 5 間研究室，12 間儲藏室和 12 間會議室欲做清理。公司僱用了兩位工讀生小張與小明。小張每天能清理 1 間研究室，3 間儲藏室和 3 間會議室，小明每天能清理 1 間研究室，2 間儲藏室和 6 間會議室。小張每天的工資為 1250 元，小明每天的工資為 1100 元。假設兩人每天均能完成清理工作，公司希望以最節省工資的情況下僱用小張  $x$  天，小明  $y$  天， $x, y$  皆為非負整數，試回答下列問題。

- (1) 試寫出此問題之線性規劃不等式及目標函數  $P$ 。(5 分)
- (2) 在坐標平面上畫出可行解區域，並以斜線標示該區域。(3 分)
- (3) 當  $x, y$  的值各為多少時，可使公司所給付的工資最少？此時所給付的最少工資為多少元？(6 分)

二、科學家近期發現傳染病 A 病毒的突變病毒種—「B 病毒」，經研究後發現其演化的規律， $\langle a_n \rangle$  代表經過  $n$  次傳播後 A 病毒的數量， $\langle b_n \rangle$  代表經過  $n$  次傳播後 B 病毒的數量，其

兩種病毒數量的關聯性為  $\begin{cases} a_{n+1} = a_n \\ b_{n+1} = a_n + b_n \end{cases} (n = 0, 1, 2, \dots)$ ，試回答下列問題。

- (1) 若  $P$  為二階方陣，且滿足  $\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ ，試求二階方陣  $P$ 。(3 分)
- (2) 若起初 A 病毒的數量為 100 萬，B 病毒的數量為 0(即  $a_0 = 100$  萬,  $b_0 = 0$ )，則經過三次傳播之後 B 病毒的數量為多少？(3 分)
- (3) 承(1)，試計算  $P + P^2 + P^3 + \dots + P^{10}$ 。(3 分)
- (4) 承(2)，假設經過  $n$  次傳播後 B 病毒的數量大於 1000 萬，則  $n$  的最小值為多少？(3 分)

RB417 臺北區高中 109 學年度第二學期指定科目第一次模擬考  
數學乙 B3 參考答案

選擇題：1. (4) 2. (3) 3. (3) 4. (2)(3) 5. (1)(4)(5) 6. (1)(5)

選填題：A. -2 B.  $-\frac{15}{16}$  C.  $\frac{1}{4}$  D.  $\frac{35\sqrt{2}}{2}$

非選擇題：一、(1) 
$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ x + y \geq 5 \\ 3x + 2y \geq 12 \\ 3x + 6y \geq 12 \end{cases}$$
，目標函數為  $P = 1250x + 1100y$  (2) 略

(3) 當  $x = 2, y = 3$  時，可使公司所給付的工資為最少，此時所給付的最少工資為 5800 元

二、(1)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (2) 300 萬 (3)  $\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 55 & 10 \end{bmatrix}$  (4) 11