

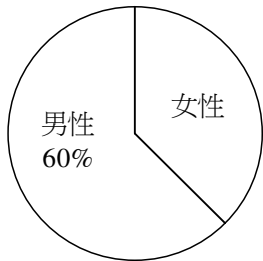
# 全國公立高中 110 學年度第四次學測能力模擬考[南一版]

第壹部分：選擇題(占 85 分)

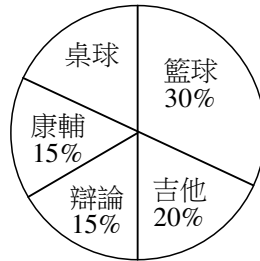


## 一、單選題(占 35 分)

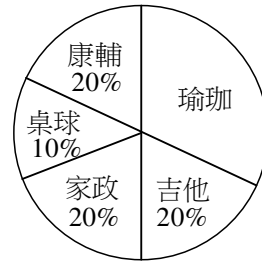
1. 下列圖(1)、圖(2)、圖(3)分別為大山中學的學生性別人數的比例圖、男學生各社團人數比例圖、女學生各社團人數比例圖，今任抽一學生，若已知抽中參加運動類社團(含桌球、籃球、瑜珈社)的學生，試問此學生是男性的機率為何？



學生性別人數的比例圖  
圖(1)

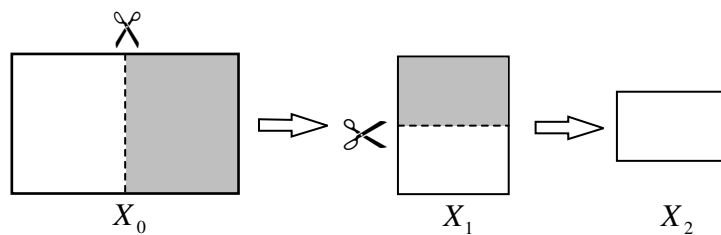


男學生各社團人數的比例圖  
圖(2)



女學生各社團人數的比例圖  
圖(3)

- (1)  $\frac{3}{10}$  (2)  $\frac{9}{20}$  (3)  $\frac{15}{23}$  (4)  $\frac{12}{17}$  (5)  $\frac{15}{19}$
2. 空間坐標中，設圓  $O$  為  $xy$  平面上以原點  $O$  為圓心的單位圓， $Q$  點為圓上之動點，若  $P$  點坐標為  $(4,3,4)$ ，則  $\overline{PQ}$  長之最小值為下列哪個選項？  
(1) 5 (2)  $\sqrt{41}-1$  (3)  $4\sqrt{2}$  (4)  $\sqrt{41}$  (5)  $5\sqrt{2}$
3. 設丟擲兩顆大小不同的公正骰子一次，所得點數依序為  $x$ 、 $y$ ，試問其結果滿足聯立不等式  $\begin{cases} x+y \leq 7 \\ 4x-3y \geq 0 \end{cases}$  的機率為何？ (1)  $\frac{1}{4}$  (2)  $\frac{5}{18}$  (3)  $\frac{11}{36}$  (4)  $\frac{1}{3}$  (5)  $\frac{13}{36}$
4. 美術社應客戶的要求設計特殊規格的  $X$  系列紙張。例如：將一張  $X_0$  紙的長邊對摺後剪開就是  $X_1$  紙，如圖(4)，而沿  $X_1$  紙的長邊對摺後剪開就是  $X_2$  紙，依此類推。



圖(4)

$X$  系列紙張的規格是長與寬的比值對半裁切後仍維持相同。

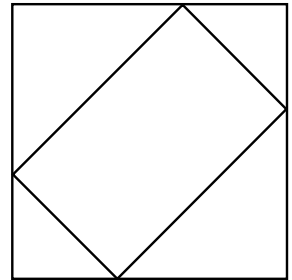
若已知  $X_2$  紙的短邊長為 1024 毫米，則  $X_5$  紙的長邊長為多少毫米？

- (1)  $128\sqrt{2}$  (2) 256 (3)  $256\sqrt{2}$  (4) 512 (5)  $512\sqrt{2}$
5. 福島核災甫屆十年，日本政府於日前決議要將 125 萬噸核廢水排放到太平洋，環保組織綠色和平表示此廢水中除了受媒體關注的“氚”外，尚含有十幾種放射性物質，例如碳-14，它能融入蛋白質、核酸，特別是  $DNA$  等細胞組織中，因此造成  $DNA$  損傷而致細胞死亡與潛在的遺傳突變，更嚇人的是它的半衰期長達 5730 年，即其濃度降為原來的一半須歷經 5730 年，由此推知若其濃度降為原來的  $\frac{1}{10}$  須歷經約多少年？  
(1) 15000 (2) 19000 (3) 21000 (4) 23000 (5) 25000

6. 遊樂場中有一戳戳樂遊戲，只要付 45 元，便可從一  $4 \times 4$  的十六宮格中任選一格，並獲得內藏的獎金，若已知每格均有獎金，且獎金恰可分成 100、50、10 元三種。在僅有獎金的支出，無其他成本考量下，欲使此遊戲設計達公平，則需設計有多少格是內藏 10 元獎金？ (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 9

7. 水果盤商想設計一款年節禮盒，禮盒上方的正方形盒蓋要內接一個黃金矩形的透明視窗，如圖(5)，如此顧客不必打開盒子便能看到部分內容物。試問此黃金矩形視窗面積占正方形盒蓋面積的百分比最接近下列哪一選項？

- (1) 45% (2) 47% (3) 51% (4) 53% (5) 55%



圖(5)

## 二、多選題(占 25 分)

8. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，則矩陣  $B$  為下列哪些時，可滿足  $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ？

- (1)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  (3)  $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (5)  $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$

9. 試問下列哪些不等式之解是相同的？

- (1)  $|2x-3| \leq 1$  (2)  $2^{x^2-3x} \geq \frac{1}{4}$  (3)  $\log_{0.1}(x^2+2) \geq \log_{0.1} 3x$  (4)  $(x-1)^2(x-2) \leq 0$   
 (5)  $2(x^3-1) \geq x(x^3-1)$

10. 高三甲班有 50 位同學，期中考英文成績( $x$ )之算術平均數為 50 分，標準差 5 分，數學成績( $y$ )之算術平均數為  $\mu_y$  分，標準差 10 分，而  $y$  對  $x$  之迴歸(最適)直線為  $y = \frac{3}{5}x + 10$ 。今

因數學成績不盡理想，數學老師考慮自  $A$ 、 $B$  兩方案中擇一進行調分

方案  $A$ ：每位同學的數學成績( $y$ )均加  $h$  分得新成績( $y'$ )，使得新的班平均分數恰為 60 分

方案  $B$ ：每位同學的數學成績( $y$ )均乘以  $k$  倍得新成績( $y''$ )，使得新的班平均分數恰為 60 分

試選出正確的選項。

- (1)  $\mu_y = 40$  (2) 英文成績( $x$ )與數學成績( $y$ )之相關係數  $r_{x,y}$  為  $\frac{3}{10}$   
 (3) 方案  $A$  所得的新成績( $y'$ )與方案  $B$  所得的新成績( $y''$ )之相關係數  $r_{y',y''}$ ，必小於 1  
 (4) 無論採取哪一方案調整數學成績，數學成績之標準差均不會改變  
 (5) 無論採取哪一方案調整數學成績，英文成績與數學成績之相關係數均不會改變

11. 如圖(6)，大型風車某葉片的頂端為  $P$  點，開始運轉時， $P$  點恰在離地最高的位置上， $x$  秒後， $P$  點離地的高度  $y$ (公尺)可表為  $y = 40 \sin\left(\frac{\pi}{6}x + \frac{\pi}{2}\right) + 70$

，試選出正確的選項。

- (1) 4 秒後， $P$  點離地為 90 公尺 (2) 6 秒後， $P$  點離地最近  
 (3)  $P$  點離地最高為 70 公尺 (4)  $P$  點離地最近為 30 公尺  
 (5) 此發電機的葉片轉一圈需 6 秒



圖(6)

12. 設  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，若已知  $f(x)$  除以  $(x-1)^2$  餘 1，除以  $x(x+1)$  餘  $x+2$ ，試選出正確的選項。

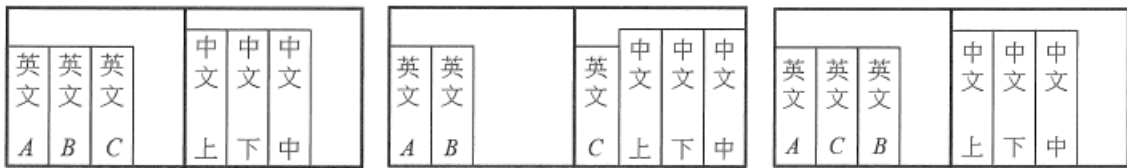
(1)  $a-b+c-d=1$  (2)  $a+b+c+d=1$  (3)  $f(x)$  除以  $x^2-1$  餘 1

(4) 若相異三點  $(x_0+t, y_0+s), (x_0, y_0), (x_0-t, y_0-s)$  均在  $y=f(x)$  之圖形上，則  $x_0 = \frac{1}{3}$

(5)  $y=f(x)$  圖形在  $x=2$  的一次近似直線為  $y=7x-10$

### 三、選填題(占 25 分)

13. 靜香有 3 本不同的英文書及 3 本不同的中文書，今欲立放於有左右兩格的書架中，每格內自左而右擺放且最多只放 4 本，觀察其排放的位置和順序，如圖(7)、圖(8)、圖(9)為三種不同排法，



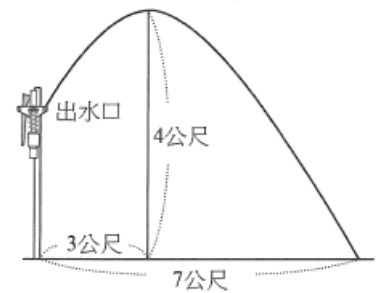
圖(7)

圖(8)

圖(9)

則任意排放有\_\_\_\_\_種不同排法。

14. 如圖(10)，公園裡有一自動灑水器，噴出的水柱最高點距離地面 4 公尺高，且與灑水器的水平距離為 3 公尺，已知水柱的軌跡為拋物線，且灑水器噴出的水柱落在地面上後，離灑水器的最遠距離為 7 公尺，則可推知灑水器的出水口距離地面\_\_\_\_\_公尺。(化為最簡分數)



圖(10)

15. 有一稜長均為 10 的四角錐  $O-ABCD$ ，底面  $ABCD$  恰為一正方形，若  $P$  為  $\overline{OC}$  之中點，今有一螞蟻自  $A$  爬行此錐體表面到  $P$ ，則其最短路徑為\_\_\_\_\_。(化為最簡根式)

16. 半徑為 6 的地球儀，今將空間坐標的原點  $O$  置於球心， $x$ 、 $y$  軸正向分別過本初子午線、東經  $90^\circ$  線與赤道的交點， $z$  軸正向過北極。設  $P$ 、 $Q$  為同一經線上的兩點， $Q$  點的空間坐標為  $(3\sqrt{3}, 3, 0)$ ，且  $P$ 、 $Q$  兩點在球面上之最短距離為  $\frac{12}{5}\pi$ 。若已知  $P$  點在東經  $x$  度、北緯  $y$  度上，則數對  $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

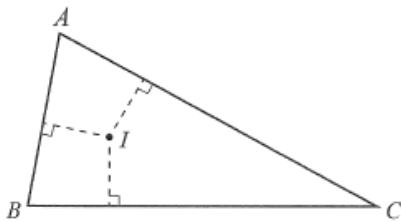
17. 設平面上有兩向量  $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$  滿足  $|\vec{u} + 2\vec{v}| = |\vec{u}| = 2|\vec{v}| = 2$ ，若  $(\vec{u} + 5\vec{v}) \perp (\vec{u} + t\vec{v})$ ，已知  $t$  為實數，則  $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

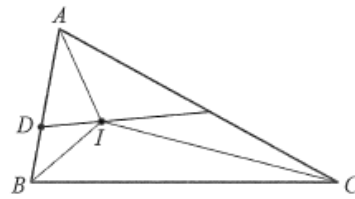
18-20 題為題組

甲城市有一名為「三角公園」的都市綠地，因其土地形狀特殊且緊鄰知名夜市而饒富盛名。三角公園 $\triangle ABC$ 的地形如下圖(11)，從市府提供的量測結果知其三邊長分別為 $\overline{AB}=150$ 公尺， $\overline{BC}=250$ 公尺， $\overline{AC}=300$ 公尺，公園內部 $I$ 點處設有涼亭一座，因設計之初各方居民均極力爭取將涼亭設於較近自己居住的社區，後基於公平起見，市府決議 $I$ 點定位於到公園三邊等距離處。

公園啟用三個月後發覺內部植被因踐踏而嚴重損毀，所以市府擬增設一條通過涼亭 $I$ 點的直線步道，該步道的一出入口是位於最短邊 $\overline{AB}$ 上的 $D$ 點且 $\overline{AD}=100$ 公尺。於步道完工後，市府將以此步道及 $\overline{AI}$ 、 $\overline{BI}$ 、 $\overline{CI}$ 為分界線劃分公園腹地 $\triangle ABC$ 為五個區塊，如下圖(12)。



圖(11)



圖(12)

除 $\triangle ADI$ 將安置運動及遊戲設施以為遊樂區外，其他四個區塊均規劃為不同主題的園藝區。試回答下列問題：

18. 從涼亭 $I$ 點到公園任一邊的距離為多少公尺？(單選題，3分)

- (1)  $\frac{80}{7}\sqrt{14}$  (2)  $\frac{90}{7}\sqrt{14}$  (3)  $\frac{95}{7}\sqrt{14}$  (4)  $\frac{100}{7}\sqrt{14}$  (5)  $\frac{120}{7}\sqrt{14}$

19. 若將步道視為一線段，步道面積不計，則遊戲區 $\triangle ADI$ 的面積占公園腹地 $\triangle ABC$ 的面積之百分比為何？試選出最接近的選項。(單選題，4分)

- (1) 10% (2) 14% (3) 18% (4) 20% (5) 24%

20. 若已知陳爺爺以固定速度自步道出入口 $D$ 點直線前行至涼亭 $I$ 點共費時 60 秒，試問若繼續以此速度前行，陳爺爺需再費時多少秒才能到達步道的另一出入口？

(非選擇題，8分)

**RB419 全國公私立高中 110 學年度第四次學測能力模擬考[南一版]**

**參考答案**

**選擇題：**1. (3) 2. (3) 3. (5) 4. (4) 5. (2) 6. (3) 7. (2) 8. (1)(3)(4)(5) 9. (1)(3)(5)  
10. (1)(2)(5) 11. (2)(4) 12. (2)(3)(4)(5)

**選填題：**13. 2160 14.  $\frac{7}{4}$  15.  $5\sqrt{7}$  16. (30,72) 17.  $\frac{1}{4}$

**混合題：**18. (4) 19. (2) 20. 108(秒)