

# 臺北區 110 學年度第一學期第二次學科能力測驗

## 數學 B(110-B2)



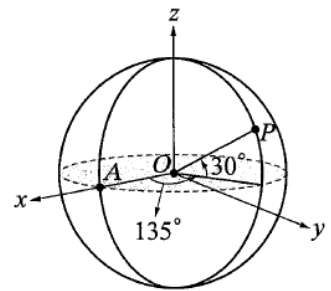
### 第壹部分：選擇題(占 85 分)

#### 一、單選題(占 40 分)

1. 若在坐標平面上有一個三角形面積為 10，且其三頂點坐標分別為  $(5,0)$ 、 $(-5,0)$ 、 $(5\cos\theta, 5\sin\theta)$ ，則滿足條件的三角形有幾個？  
 (1) 0 個 (2) 2 個 (3) 4 個 (4) 6 個 (5) 無限多個

2. 已知  $a, b \in \{-1, 0, 1, 2\}$ ，且聯立方程式  $\begin{bmatrix} a & 1 \\ -2 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$  恰有一組解，則滿足此條件的數對  $(a, b)$  共有幾組？ (1) 10 組 (2) 12 組 (3) 14 組 (4) 16 組 (5) 18 組

3. 如右圖所示，在空間坐標系中有一個半徑為 100 單位的地球儀，其球心為原點  $O$ ，赤道在  $xy$  平面上， $x$  軸正向與赤道交於  $A$  點，且  $A$  點在 0 度經線上。若  $P$  點位於此地球儀北緯 30 度，東經 135 度的交點上，試求  $P$  點的空間坐標為何？  
 (1)  $(50\sqrt{2}, -50\sqrt{2}, 50)$  (2)  $(-50\sqrt{2}, 50\sqrt{2}, 50)$   
 (3)  $(25\sqrt{6}, -25\sqrt{6}, 50)$  (4)  $(-25\sqrt{6}, 25\sqrt{6}, 50)$   
 (5)  $(50\sqrt{2}, 50\sqrt{2}, 50\sqrt{3})$

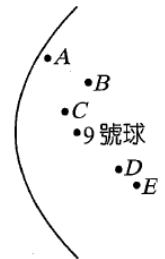


4. 已知五筆資料 3,  $a$ , 9,  $b$ , 19，其算術平均數為 10，標準差為  $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ 。設  $a < b$ ，試求  $b$  的值。 (1) 9 (2) 10 (3) 11 (4) 12 (5) 13

5. 設  $n$  為正整數且函數  $f(n) = \frac{\log(n+2)}{\log(n+1)}$ ，試求  $\log(f(1)) + \log(f(2)) + \log(f(3)) + \log(f(4)) + \log(f(5)) + \log(f(6))$  的值。  
 (1)  $\log 2$  (2)  $\log 3$  (3)  $\log 4$  (4)  $\log 5$  (5)  $\log 6$

6. 已知圓  $\Gamma: (x-h)^2 + (y-k)^2 = 25$  與直線  $L: 3x+4y-10=0$  交兩點，此兩交點形成的弦長為 8 單位，現將直線  $L$  向右移動 1 單位，向下移動 2 單位，得到一新直線  $L'$ ，試問圓  $\Gamma$  與直線  $L'$  有幾個交點？ (1) 0 個交點 (2) 1 個交點 (3) 2 個交點 (4) 3 個交點 (5) 資料不足，無法確定

7. 如右圖，有一撞球檯的邊緣設計成一拋物線，將 9 號球放在此拋物線的焦點。已知母球沿著平行拋物線之對稱軸的方向往球檯邊緣直線前進，碰到撞球檯邊緣後反彈會命中 9 號球。試問母球擺放在右圖中哪個位置，命中 9 號球時所移動的路徑最短？  
 (1) A (2) B (3) C (4) D (5) E

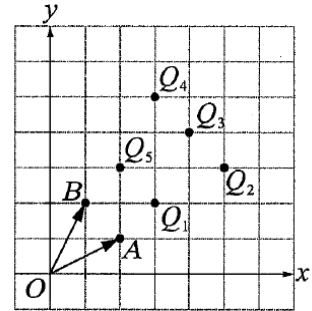


8. 有一等比數列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ， $n$  為正整數，已知  $a_1 + a_4 + a_6 = a_5 + a_7$ ，試求  $a_{14} + a_{13} + a_{12} - a_{11} - 2a_{10} - 2a_9 - a_8 = ?$   
 (1) -3 (2) -2 (3) 0 (4) 2 (5) 3

二、多選題(占 25 分)

9. 試問  $y = a^x$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 的函數圖形, 經過下列哪一種平移的效果, 可以得到  $y = 2a^x$  的函數圖形? (1) 左移 (2) 右移 (3) 上移 (4) 下移 (5) 不具有平移關係

10. 坐標平面上, 設  $O$  為原點,  $\vec{OA} = (2, 1)$ ,  $\vec{OB} = (1, 2)$ 。若  $P$  點滿足  $\vec{OP} = x\vec{OA} + y\vec{OB}$ , 且  $1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$ , 其中  $x, y$  為實數, 則下列哪些點可能是  $P$  點的位置?



- (1)  $Q_1$  (2)  $Q_2$  (3)  $Q_3$  (4)  $Q_4$  (5)  $Q_5$

11. 已知  $A, B, C$  皆為二階方陣,  $I$  為二階單位方陣,  $O$  為二階零方陣, 且  $A + B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$ ,

$A - B = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 3 & -10 \end{bmatrix}$ , 試選出正確的選項。

(1)  $B - A = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ -3 & 10 \end{bmatrix}$  (2)  $AB = BA$  (3) 若  $AC = I$ , 則  $C = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$

(4) 若  $AC = O$ , 則  $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (5)  $A^2 - B^2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

12. 110 年 5 月因為 COVID-19(新冠肺炎)的疫情影響, 臺北市十二個行政區實施「停課不停學」, 截至 5 月 20 日為止, 各區的人口數與本土病例人數統計如右表。

已知「確診比例 =  $\frac{\text{本土病例人數}}{\text{人口數}}$ », 試依據右表選

出正確的選項。

- (1) 若行政區的人口數越多, 則本土病例人數也越多  
 (2) 大同區的確診比例小於文山區的確診比例  
 (3) 每一行政區的確診比例都不超過千分之 2  
 (4) 臺北市的確診比例為各區確診比例的總和  
 (5) 從臺北市市民中任意抽取一人, 假設每人被抽中的機會相等。若此人為本土病例, 則此人住在文山區的比例大於 5%

	人口數 (人)	本土病例 (人)
松山區	198603	21
信義區	212559	19
大安區	299823	26
中山區	221679	16
中正區	154461	25
大同區	123334	28
萬華區	181044	299
文山區	266439	35
南港區	117777	15
內湖區	280785	16
士林區	275823	20
北投區	248679	14
總計	2581006	534

13. 下列哪些選項的兩個函數圖形經平移後會重疊?

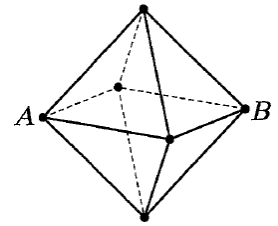
(1)  $y = x^2 + x + 1$  和  $y = x^2 - 100x + 100$  (2)  $y = x^3 + x$  和  $y = x^3 + 3x^2 + 2x + 2$

(3)  $y = 2^x$  和  $y = \frac{1}{4} \cdot 2^x$  (4)  $y = \log x$  和  $y = \log(100x)$  (5)  $y = \sin x$  和  $y = \sin(2x) - 3$

三、選填題(占 20 分)

14. 設  $f(x), g(x)$  為兩實係數多項式，已知  $f(x)$  有一次因式  $x-1$ ，且  $f(x)$  除以  $g(x)$  的商式為  $x+2$ ，餘式為  $x^2+x+1$ ，試求  $g(x)$  除以  $x-1$  的餘式為\_\_\_\_\_。

15. 如右圖，有一個邊長為 2 的正八面體，外部有一隻螞蟻，內部有一隻蜜蜂，同時從  $A$  點出發，想要走最短路徑到達  $B$  點，試問螞蟻(爬)要比蜜蜂(飛)多移動\_\_\_\_\_的距離。(化為最簡根式)



16. 設  $f(n)$  表示正整數  $n$  的各位數字之總和，例如： $f(12)=1+2=3, f(20)=2+0=2$ 。若  $n$  為二位數，則  $\frac{n}{f(n)}$  的最小值為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

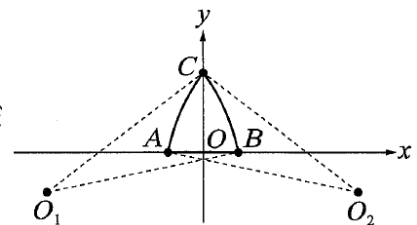
17. 因應 COVID-19(新冠肺炎)疫情趨緩，政府適度鬆綁餐廳內用的條件，店家提供內用以五人為限，並採取梅花座(前後左右不坐人)。方方小吃店同時來了甲、乙、丙三位客人，三人入座  $3 \times 3$  座位表如右，甲坐第一排第一位，若需符合室內用餐規定，則乙、丙的人座方式共\_\_\_\_\_種。

		甲

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

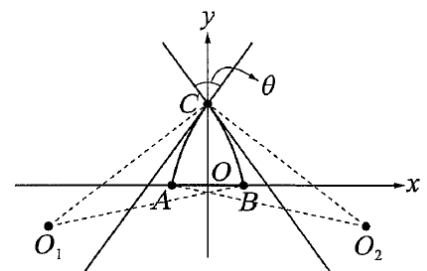
18-19 題為題組

歐洲常見的哥德式尖拱建築，是由兩個半徑相等之圓弧所組成。尖拱的一種類型可以用坐標平面上的圖來描述：以  $O_1(-4, -1)$  與  $O_2(4, -1)$  為圓心，取半徑為 5 畫圓弧  $\widehat{BC}$  與  $\widehat{AC}$ ，兩圓弧交於尖點  $C$  且分別交  $x$  軸於  $B$ 、 $A$  兩點，如右圖。



18. 試求尖點  $C$  至尖拱底部  $\overline{AB}$  的距離？(單選題，5 分)  
 (1) 1 (2) 1.5 (3) 2 (4) 2.5 (5) 3

19. 兩弧相交處的切線夾角稱為尖拱的頂角，如右圖所示。若此尖拱的頂角為  $\theta$ ，試求  $\cos \theta$ 。(非選擇題，10 分)



**RB421 臺北區 110 學年度第一學期第二次學科能力測驗數學 B(110-B2)**

**參考答案**

**選擇題：**1. (3) 2. (3) 3. (4) 4. (4) 5. (2) 6. (3) 7. (1) 8. (3) 9. (1)(2) 10. (1)(3)  
11. (1)(4) 12. (3)(5) 13. (1)(3)(4)

**選填題：**14.  $-1$  15.  $2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$  16.  $\frac{19}{10}$  17. 18

**混合題：**18. (3) 19.  $\frac{7}{25}$