

數學 B 考科詳解

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
(3)	(3)	(4)	(4)	(2)	(3)	(1)
8.	9.	10.	11.	12.	13.	
(3)	(1)(2)	(1)(3)	(1)(4)	(3)(5)	(1)(3)(4)	

第壹部分、選擇(填)題

一、單選題

1. (3)

出處：第二冊〈三角比〉

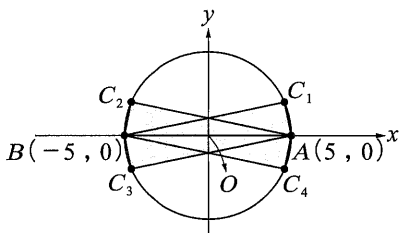
目標：廣義角

解析：(5 cos θ, 5 sin θ) 在圓心 (0, 0)，半徑為 5 的圓上

且需滿足 |5 sin θ| = 2

如下圖可看出滿足條件的三角形有 4 個，即 △ABC₁，

△ABC₂，△ABC₃，△ABC₄



故選(3)。

2. (3)

出處：第二冊〈排列組合與機率〉、第四冊〈矩陣與資料表〉

目標：反矩陣的運算、方程組解的情形

解析：若聯立方程式恰有一組解，則

$$\begin{vmatrix} a & 1 \\ -2 & b \end{vmatrix} \neq 0$$

⇒ ab ≠ -2 ⇒ (a, b) ≠ (-1, 2) 及 (2, -1)

則滿足條件的數對 (a, b) 共 4 × 4 - 2 = 14 組

故選(3)。

3. (4)

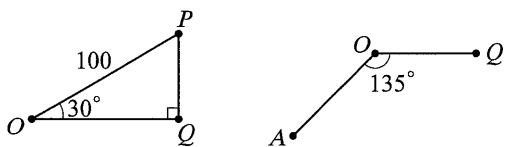
出處：第四冊〈空間概念與空間坐標系〉

目標：空間坐標系

解析：設 P 點坐標為 (a, b, c)，Q 點為 P 點在 xy 平面上的投

影點，則 Q 點坐標為 (a, b, 0)

且 ∠POQ = 30°，∠AOQ = 135°



所以

$$c = \overline{PQ} = 100 \times \sin 30^\circ = 50, \text{ 且 } \overline{OQ} = 100 \times \cos 30^\circ = 50\sqrt{3}$$

$$a = \overline{OQ} \times \cos 135^\circ$$

$$= 50\sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -25\sqrt{6}$$

$$b = \overline{OQ} \times \sin 135^\circ$$

$$= 50\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{6}$$

故 P 點坐標為 (-25√6, 25√6, 50)

故選(4)。

4. (4)

出處：第二冊〈數據分析〉

目標：概念性知識

解析：由算術平均數為 10 知 a + b = 19

$$\frac{7^2 + (a-10)^2 + 1^2 + (b-10)^2 + 9^2}{5} = \frac{144}{5}$$

$$\Rightarrow (a-10)^2 + (b-10)^2 = 13$$

$$\text{又 } a = 19 - b, \text{ 代入得 } (9-b)^2 + (b-10)^2 = 13$$

$$\Rightarrow 2b^2 - 38b + 168 = 0$$

$$\Rightarrow b^2 - 19b + 84 = 0$$

$$\Rightarrow (b-12)(b-7) = 0$$

$$\Rightarrow b = 7 \text{ 或 } 12$$

$$\because a < b \quad \therefore a = 7, b = 12$$

故選(4)。

5. (2)

出處：第三冊〈按比例成長模型〉

目標：對數概念性知識及推理論證能力

解析：log(f(1)) + log(f(2)) + log(f(3)) + log(f(4)) + log(f(5))

$$+ \log(f(6))$$

$$= \log(f(1) \times f(2) \times \dots \times f(6))$$

$$= \log\left(\frac{\log 3}{\log 2} \times \frac{\log 4}{\log 3} \times \dots \times \frac{\log 8}{\log 7}\right)$$

$$= \log\left(\frac{\log 8}{\log 2}\right) = \log\left(\frac{3 \log 2}{\log 2}\right)$$

$$= \log 3$$

故選(2)。

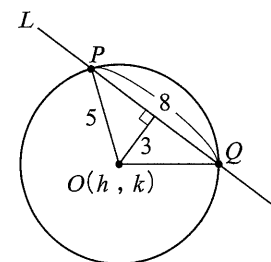
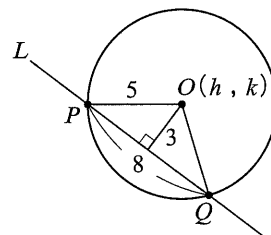
6. (3)

出處：第一冊〈直線與圓〉

目標：圓與直線的關係

解析：圓 Γ 與直線 L 相交有兩種情形，如下圖，圓 Γ 的圓心

為 (h, k)，半徑為 5



又圓 Γ 與直線 L 交兩點形成的弦長為 8 單位，則圓心

到直線 L 的距離

$$d = \frac{|3h + 4k - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$$

$$\Rightarrow |3h + 4k - 10| = 15$$

$$\Rightarrow 3h + 4k - 10 = 15 \text{ 或 } 3h + 4k - 10 = -15$$

$$\Rightarrow 3h + 4k = 25 \text{ 或 } 3h + 4k = -5$$

直線 $L': 3(x-1)+4(y+2)-10=0$

則圓心到直線 L' 的距離

$$d' = \frac{|3(h-1)+4(k+2)-10|}{\sqrt{3^2+4^2}}$$

$$= \frac{|3h+4k-5|}{5}$$

$$= \frac{|25-5|}{5} \text{ 或 } \frac{|-5-5|}{5}$$

$$= 4 \text{ 或 } 2$$

因為 $d' < 5$ ，所以圓 Γ 與直線 L' 交兩點

故選(3)。

7. (1)

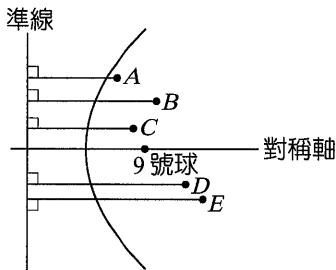
出處：第四冊〈圓錐曲線的認識與應用〉

目標：拋物線的焦點性質

解析：依照拋物線的光學性質，要擊中 9 號球需以平行拋物線對稱軸的方向往球檯邊緣擊出，擊中 9 號球所移動的路徑為每個點至準線之距離

如下圖

A 點至準線之距離最小



故選(1)。

8. (3)

出處：第二冊〈數列與級數〉

目標：等比數列概念與解題技巧

解析： $a_1+a_4+a_6=a_5+a_7$

$$\Rightarrow a_1+a_4=a_5-a_6+a_7$$

$$\Rightarrow a_1(1+r^3)=a_5(1-r+r^2)$$

$$\Rightarrow 1+r=r^4$$

$$\Rightarrow r^4-r-1=0$$

$$\text{原式}=(a_{14}-a_{11}-a_{10})+(a_{13}-a_{10}-a_9)+(a_{12}-a_9-a_8)$$

$$=a_{10}(r^4-r-1)+a_9(r^4-r-1)+a_8(r^4-r-1)$$

$$=0$$

故選(3)。

二、多選題

9. (1)(2)

出處：第三冊〈按比例成長模型〉

目標：了解指數與對數關係、認識指數函數圖形及推理論證能力

解析： $y=2a^x=a^{\log_2 2} \cdot a^x=a^{x+\log_2 2}$ 為 $y=a^x$ 沿 x 軸方向平移的結果

$a > 1$ ，則 $\log_a 2 > 0$ 代表左移

$0 < a < 1$ ，則 $\log_a 2 < 0$ 代表右移

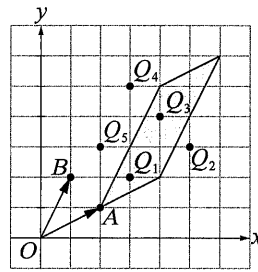
故選(1)(2)。

10. (1)(3)

出處：第三冊〈平面向量與應用〉

目標：向量的線性組合

解析：所有 P 點所形成的區域如下圖， Q_1 和 Q_3 落於區域內



故選(1)(3)。

11. (1)(4)

出處：第四冊〈矩陣與資料表〉

目標：矩陣的性質與運算

解析：由 $\begin{cases} A+B=\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \\ A-B=\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 3 & -10 \end{bmatrix} \end{cases}$ ，可得 $A=\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$ ， $B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

(1) \circ ： $B-A=-\begin{bmatrix} -2 & 7 \\ -3 & 10 \end{bmatrix}$

(2) \times ： $\because AB=\begin{bmatrix} -2 & -9 \\ -3 & -13 \end{bmatrix}$ ， $BA=\begin{bmatrix} 11 & -19 \\ 15 & -26 \end{bmatrix}$

$\therefore AB \neq BA$

(3) \times ： $\because \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = 3(-7) - (-5)4 = -1 \neq 0$

$$\therefore C=A^{-1}=\frac{1}{-1}\begin{bmatrix} -7 & 5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

(4) \circ ：承(3)

$\therefore A^{-1}$ 存在 $\therefore C=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(5) \times ： $A^2-B^2=\begin{bmatrix} -11 & 20 \\ -16 & 29 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 11 \end{bmatrix}$

$$=\begin{bmatrix} -14 & 12 \\ -20 & 18 \end{bmatrix}$$

故選(1)(4)。

12. (3)(5)

出處：第二冊〈排列組合與機率〉、第四冊〈機率〉

目標：概念性知識

解析：(1) \times ：不一定

(2)(3) 萬華區的確診比例為 $\frac{299}{181044} \approx 0.0016 < 0.002$

文山區的確診比例為 $\frac{35}{266439}$

大同區的確診比例為 $\frac{28}{123334} = \frac{56}{246668}$

$$> \frac{35}{266439}$$

(4) \times

(5) \circ ： $\frac{35}{534} > \frac{35}{700} = 5\%$

故選(3)(5)。

13. (1)(3)(4)

出處：第一冊〈多項式函數〉、第三冊〈正弦函數與週期性現象〉、第三冊〈按比例成長模型〉

目標：函數圖形的平移

解析：(1) $\bigcirc : y = x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$

$$y = x^2 - 100x + 100 = (x - 50)^2 - 2400$$

開口方向、大小相同，故經平移後會重疊

(2) $\times : y = x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^3 - (x + 1) + 2$

平移後不會和 $y = x^3 + x$ 重疊

(3) $\bigcirc : y = \frac{1}{4} \cdot 2^x = 2^{x-2}$ 經平移後會和 $y = 2^x$ 重疊

(4) $\bigcirc : y = \log(100x) = \log x + 2$ 經平移後會和 $y = \log x$ 重疊

(5) $\times : y = \sin(2x) - 3$ 的週期為 π ， $y = \sin x$ 的週期為 2π ，故平移後不會重疊

故選(1)(3)(4)。

三、選填題

14. -1

出處：第一冊〈多項式函數〉

目標：餘式定理

解析：已知 $f(1) = 0$ 且 $f(x) = g(x) \cdot (x + 2) + (x^2 + x + 1)$

所求 $g(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為 $g(1)$ ，代入上式得

$$g(1) = -1$$

故餘式為 -1。

15. $2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

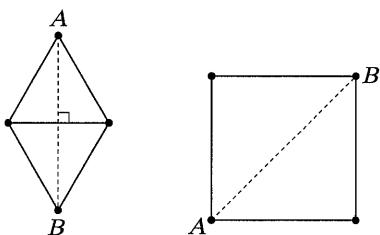
出處：第四冊〈空間概念與空間坐標系〉

目標：空間概念

解析：螞蟻移動的最短路徑距離為正三角形的高的兩倍 = $2\sqrt{3}$

蜜蜂移動的最短路徑距離為正方形的對角線 = $2\sqrt{2}$

所以螞蟻要比蜜蜂多移動 $2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ 的距離。



16. $\frac{19}{10}$

出處：第一冊〈數與式〉

目標：正整數概念性知識及推理論證能力

解析：令 $n = 10a + b$ ($a \neq 0$ 且 b 為 $0 \sim 9$ 的正整數)，則

$$\begin{aligned} \frac{n}{f(n)} &= \frac{10a+b}{a+b} = \frac{9a}{a+b} + 1 \\ &\geq \frac{9a}{a+9} + 1 = \frac{-81}{a+9} + 10 \\ &\quad \text{(b=9)} \\ &\geq \frac{-81}{10} + 10 = \frac{19}{10} \\ &\quad \text{(a=1)} \end{aligned}$$

故當 $n = 19$ 時，所求最小值為 $\frac{19}{10}$ 。

17. 18

出處：第二冊〈排列組合與機率〉

目標：推理論證及解決問題能力

解析：將各座位位置標示如下表

A	×	甲
B	C	×
D	E	F

則乙、丙的入座方式如下

乙入座 A	丙入座 CDEF	4
乙入座 B	丙入座 EF	2
乙入座 C	丙入座 ADF	3
乙入座 D	丙入座 ACF	3
乙入座 E	丙入座 AB	2
乙入座 F	丙入座 ABCD	4
合計		18

故乙、丙的入座方式共 18 種。

第貳部分、混合題或非選擇題

18. (3)

出處：第三冊〈平面向量與應用〉

目標：兩點間的距離

解析：設 $C(0, k)$

$$\text{因為 } \overline{O_1C} = \sqrt{(0 - (-4))^2 + [k - (-1)]^2} = 5$$

$$\text{則 } (k+1)^2 = 9$$

可以解出 $k = 2$ 或 -4 (不合)

所以 $C(0, 2)$ ，則尖點 C 至尖拱底部 \overline{AB} 的距離為 2

故選(3)。

19. $\frac{7}{25}$

出處：第三冊〈平面向量與應用〉

目標：平面向量的內積

解析：方法一：

$$\text{因為 } \overrightarrow{CO_2} = (4, -3), \overrightarrow{CO_1} = (-4, -3)$$

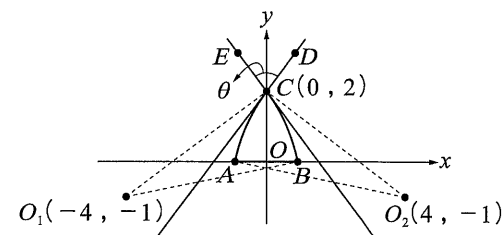
切線上的向量需與 $\overrightarrow{CO_2}$ 和 $\overrightarrow{CO_1}$ 的內積為 0

可以取與 $\overrightarrow{CO_2}$ 垂直之切線上的 D 點及與 $\overrightarrow{CO_1}$ 垂直之切線上的 E 點

$$\text{滿足 } \overrightarrow{CD} = (3, 4), \overrightarrow{CE} = (-3, 4)$$

若尖拱的頂角為 θ ，

$$\text{則 } \cos \theta = \frac{(3, 4) \cdot (-3, 4)}{\sqrt{3^2 + 4^2} \sqrt{(-3)^2 + 4^2}} = \frac{7}{25}$$



方法二：

$$\text{因為 } m_{CO_1} = \frac{3}{4}, m_{CO_2} = -\frac{3}{4}$$

切線的斜率需與 $\overrightarrow{CO_1}$ 和 $\overrightarrow{CO_2}$ 的斜率相乘為 -1

可以取與 $\overrightarrow{CO_2}$ 垂直之切線上的 D 點及與 $\overrightarrow{CO_1}$ 垂直之切線上的 E 點，

$$\text{滿足 } m_{CD} = \frac{4}{3}, m_{CE} = -\frac{4}{3}$$

若尖拱的頂角為 θ ，

$$\text{則 } \tan \theta = \frac{-\frac{4}{3} - \frac{4}{3}}{1 + \left(-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{4}{3}\right)} = \frac{24}{7}$$

$$\text{故 } \cos \theta = \frac{7}{25}。$$

◎評分原則

方法一：

因為 $\vec{CO}_2 = (4, -3)$ ， $\vec{CO}_1 = (-4, -3)$

(兩切線的法向量共 3 分)

切線上的向量需與 \vec{CO}_2 和 \vec{CO}_1 的內積為 0

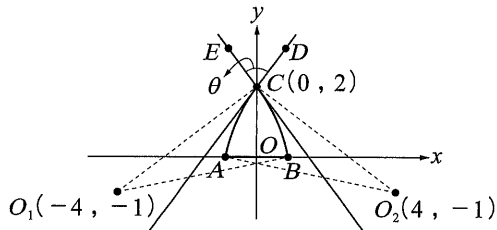
可以取與 \vec{CO}_2 垂直之切線上的 D 點及與 \vec{CO}_1 垂直之切線上的 E 點

滿足 $\vec{CD} = (3, 4)$ ， $\vec{CE} = (-3, 4)$

(兩切線的方向向量共 3 分)

$$\text{若尖拱的頂角為 } \theta, \text{ 則 } \cos \theta = \frac{(3, 4) \cdot (-3, 4)}{\sqrt{3^2 + 4^2} \sqrt{(-3)^2 + 4^2}} = \frac{7}{25}。$$

(4 分，若無計算正確方向的切線向量，則應說明為何取正數)



方法二：

因為 $m_{CO_1} = \frac{3}{4}$ ， $m_{CO_2} = -\frac{3}{4}$ (兩切線的斜率共 3 分)

切線的斜率需與 \vec{CO}_1 和 \vec{CO}_2 的斜率相乘為 -1

可以取與 \vec{CO}_2 垂直之切線上的 D 點及與 \vec{CO}_1 垂直之切線上的 E 點，

滿足 $m_{CD} = \frac{4}{3}$ ， $m_{CE} = -\frac{4}{3}$ (兩切線的斜率共 3 分)

若尖拱的頂角為 θ ，

$$\text{則 } \tan \theta = \frac{-\frac{4}{3} - \frac{4}{3}}{1 + \left(-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{4}{3}\right)} = \frac{24}{7} \text{ (2 分)}$$

故 $\cos \theta = \frac{7}{25}$ 。(2 分)(若 $\tan \theta$ 算出來為負數，則應說明為何取正數)