

# 全國公立高中 111 學年度第四次模擬考 數學 B

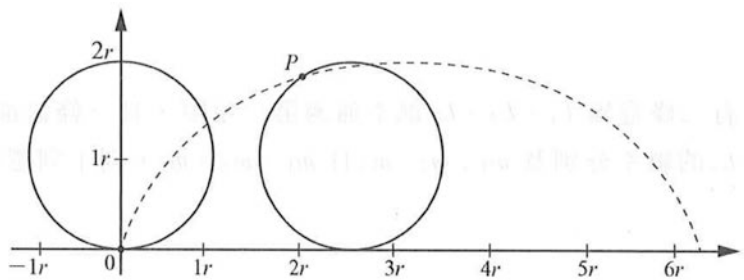
第壹部分：選擇(填)題 (占 85 分)

一、單選題 (占 35 分)



1. 區間  $\left[ \sqrt{22-2\sqrt{57}}, \sqrt{22+2\sqrt{57}} \right]$  內，包含多少個整數？  
 (1) 0 個    (2) 4 個    (3) 6 個    (4) 19 個    (5) 25 個
2. 數線上有  $P(x)$ 、 $A(1)$ 、 $B(5)$ ，滿足  $\overline{PA} + \overline{PB} > 7$  的點，可以用以下哪個不等式表示？  
 (1)  $|x+1| + |x+5| > 7$     (2)  $|x-1| + |x-5| > 7$     (3)  $|x-1| - |x-5| > 7$   
 (4)  $|x-5| - |x-1| < 7$     (5)  $|x-1| + |x-5| < 7$
3. 下列有限或循環小數中，哪一個化為最簡分數後，其分母最小？  
 (1)  $0.\overline{01}$     (2)  $0.0\overline{03}$     (3)  $0.0\overline{04}$     (4)  $0.1\overline{4}$     (5)  $0.12\overline{31}$
4. 在坐標平面上有兩點  $P$ 、 $Q$ ，坐標分別為  $P(1,0)$ 、 $Q(\log 2, \log 5)$ 。  
 直線  $L$  通過  $P$ 、 $Q$  兩點，則下列敘述何者正確？ (1)  $L$  垂直於  $y$  軸 (2)  $L$  通過原點  
 (3)  $L$  斜率大於  $-1$  (4)  $L$  不通過第三象限 (5)  $L$  的  $y$  截距大於  $1$
5. 佩珂仰望月球，直直盯著月亮正中心。她想起古時候有一句詩詞：「但願人長久，千里共嬋娟」，因此，佩珂好奇地想了解此時此刻地球上那些地方仰望月球中心時，與她所處的地點有一樣的仰角。假設地球為半徑  $15$  單位的正球體，沒有地形起伏也沒有任何遮蔽物與光害會妨礙觀月，月球可視為一個點且距離地球中心為  $25$  單位，佩珂所在地點與月球恰好距離  $20$  單位，那麼與佩珂觀測地點有著相同仰角的其他地點，在地球上會形成什麼樣的形狀？ (1) 半徑  $25$  的圓 (2) 半徑  $20$  的圓 (3) 半徑  $16$  的圓  
 (4) 半徑  $12$  的圓 (5) 半徑  $9$  的圓
6. 平面上有不垂直且不平行的二等長向量  $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ ，則下列哪一組向量相互垂直？  
 (1)  $\vec{u} + \vec{v}$ 、 $\vec{u} - \vec{v}$     (2)  $|\vec{v}| \vec{u}$ 、 $|\vec{u}| \vec{v}$     (3)  $(\vec{u} \cdot \vec{v}) \vec{u}$ 、 $(\vec{v} \cdot \vec{u}) \vec{v}$   
 (4)  $\vec{u} + 2\vec{v}$ 、 $2\vec{u} + \vec{v}$     (5)  $\vec{u} + 2\vec{v}$ 、 $2\vec{u} - \vec{v}$

7. 如圖，某一動圓上有一點  $P$ ，動圓沿著地面向前滾動一圈， $P$  點形成的軌跡如圖中虛線所示。已知軌跡與  $x$  軸所包圍面積為  $100$  是動圓面積的  $3$  倍，則動圓的半徑約為多少？  
 (1)  $1$     (2)  $3$     (3)  $5$   
 (4)  $7$     (5)  $10$

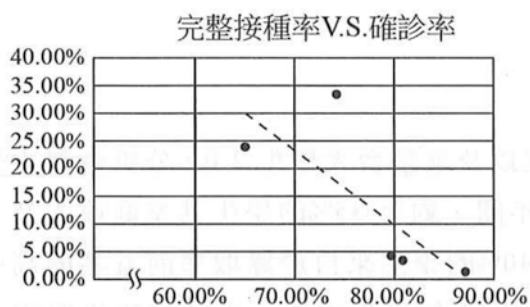


二、多選題 (占 25 分)

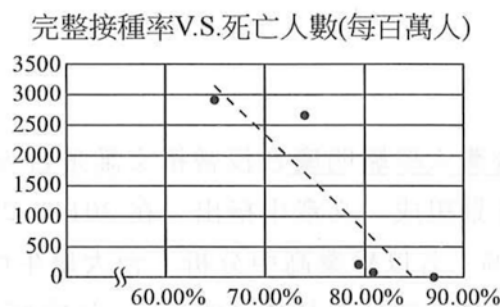
8. 阿爾法與貝塔在西元 2010 年 1 月 1 日開創自己的公司，兩公司分別有  $100$  萬、 $200$  萬的初始資本額，且每年成長率皆相同。其中阿爾法的經營手腕較好，公司資本額恰好每  $8$  年翻倍；貝塔公司資本額恰好每  $12$  年翻倍。請依據上述情境回答以下問題：  
 (1) 在西元 2016 年 1 月 1 日，貝塔公司的資本額低於  $350$  萬  
 (2) 在西元 2014 年 1 月 1 日，阿爾法公司的資本額超過  $150$  萬  
 (3) 阿爾法公司的資本額每年成長率低於  $10\%$   
 (4) 西元 2035 年 1 月 1 日時，阿爾法公司的資本額超過貝塔公司的資本額  
 (5) 西元 2058 年 1 月 1 日時，兩間公司資本額合計超過  $1$  億

9. 領導係數為1的三次多項式  $f(x)$  滿足： $f(2022)=2+0+2+2$ ， $f(2023)=2+0+2+3$ ， $f(2024)=2+0+2+4$ ，則下列選項哪些正確？(1)  $f(2025)=2+0+2+5$   
 (2)  $f(2020)+f(2026)=14$  (3)  $y=f(x)$  的圖形，與  $x$  軸僅有1個交點  
 (4)  $y=f(x)$  的圖形，始終遞增 (5)  $y=f(x)$  的圖形，可由  $y=x^3+3x$  經過適當平移得到
10. 坐標平面上有三條直線  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  都不通過第三象限，且三條線都通過  $(1,1)$ 。  
 若  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  的斜率分別為  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$  且  $m_1 > m_2 > m_3$ ，則下列選項哪些正確？  
 (1)  $m_1 > 0$  (2)  $m_2 > 0$  (3)  $m_3 < 0$  (4)  $L_1$  的  $x$  截距  $>$   $L_2$  的  $x$  截距  $>$   $L_3$  的  $x$  截距  
 (5)  $L_1$  的  $y$  截距  $>$   $L_2$  的  $y$  截距  $>$   $L_3$  的  $y$  截距
11. 平面上有一圓  $C : (x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$  被  $x$  軸與  $y$  軸分割為四個區域，在第一、二、三、四象限的面積分別為  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$ ，則下列選項哪些正確？  
 (1)  $A_1 > A_3$  (2)  $A_1 + A_3 > A_2 + A_4$  (3)  $A_1 < 4\pi$   
 (4)  $A_4 > 4\pi$  (5)  $|A_1 + A_3 - A_2 - A_4| = 8$
12. *COVID-19* 肆虐全球，下表為台、美、英、日、中五地的疫苗完整接種率、確診率與死亡人數（每百萬人），統計至 2022/5/16，其中疫苗完整接種率與確診率的相關係數為  $r_1$ 、疫苗完整接種率與死亡人數（每百萬人）的相關係數為  $r_2$ ；圖(一)與圖(二)依據下表所繪製之散布圖，橫軸皆為完整接種率，虛線為迴歸直線（最適合直線），則下列選項哪些正確？

	完整接種率	確診率	死亡人數（每百萬人）
台灣	80.8%	3.34%	46
美國	65.1%	24.10%	2909
英國	74.1%	33.39%	2663
日本	79.6%	3.83%	183
中國	87.0%	1.46%	9



圖(一)



圖(二)

- (1) 若將英國的數據移除，則  $r_1$  之值變大 (2) 若將英國的數據移除，則  $r_2$  之值變小  
 (3) 確診率與死亡人數（每百萬人）為負相關 (4) 由圖表中分析，若某國家完整接種率僅有 60%，則理論上有超過 30% 的國民確診 (5) 由圖表中分析，若某國家接種率超過 90%，則理論上沒有國民會因 *COVID-19* 死亡

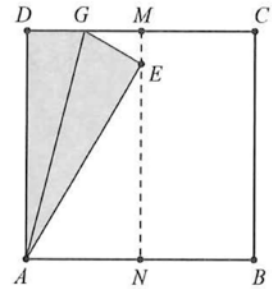
三、選填題 (占 25 分)

13.  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $A^{2022} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ , 則  $a+b+c+d =$  \_\_\_\_\_。

14. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為非負實數，對於三角函數  $y = a \sin\left(\frac{\pi x}{b} + 1\right) + c$ ，已知其最大值為 10，最小值為 2，且函數圖形中任選一波峰，計算其與最近的波谷之最短距離為 10，則數對  $(a, b, c) =$  \_\_\_\_\_。

15. 台灣大學駱明慶教授曾撰文誰是台大學生以及誰是台大學生 2.0，分析台灣大學學生之背景組成。文章中指出：在 2011~2014 年間，約有 35% 的學生其家庭收入為全國的前 5%；若以畢業高中分析，台大學生中約 40% 的學生來自於錄取率前五名的高中。假設台灣大學每年招收 4500 人，且家庭收入前 5% 的學生中有一半就讀於錄取率前五名的高中，那麼在符合上述趨勢的狀況下，有 \_\_\_\_\_ 位學生既非家庭收入在前 5%，也不是來自於錄取率前五名的高中。（四捨五入至個位）

16. 如圖，在一個邊長為 2 的正方形紙張  $ABCD$ ，先將其沿著兩對邊  $AB$ 、 $CD$  中點  $M$ 、 $N$  連線對折後打開，得到摺痕  $MN$ 。固定  $A$  點，將  $D$  點折到  $MN$  上得到  $E$  點，則四邊形  $ADGE$  面積為 \_\_\_\_\_。(請使用參考公式之近似值計算，四捨五入至小數點後第三位)



17. 有大小相同的 6 顆球，分別是紅色 1~3 號，綠色 1~3 號，將它們排成一列，有  $X$  種方法；但對於無法辨別紅、綠色的紅綠色盲，只能辨別數字，從色盲的觀點來看，全部的排列數只有  $Y$  種，則  $X - Y$  之值為 \_\_\_\_\_。

第貳部分：混合題或非選擇題 (占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

籤筒中有一些籤，沂沂本來以為籤筒中的籤是 1 到  $n$  號的正整數剛好各一支，但其實籤筒內有 1 支 1 號籤，2 支 2 號籤，以此類推，直到 10 支 10 號籤。已知每支籤被抽到的機率一樣，且沂沂知道籤的總數。請依據此情境回答以下問題：

18. 在沂沂的主觀機率下，抽一支籤其號碼的期望值為何？(單選題，4 分)

- (1) 5.5      (2) 10      (3) 11      (4) 28      (5) 56

19. 實際上，抽一支籤其號碼的期望值為何？(非選擇題，5 分)

20. 有人告訴沂沂，她誤會了籤筒的狀況，沂沂半信半疑地同時抽兩支籤來檢驗，若抽出的兩支籤同號，她就明白自己誤會了，否則她就會相信自己是對的。已知沂沂做完檢驗後，發現自己誤會了，那麼檢驗時，沂沂抽到 2 支 10 號籤的機率為多少？

(非選擇題，6 分)

**RB422 國公私立高中 111 學年度第四次模擬考 數學 B**

**參考答案**

**選擇題：**1. (2) 2. (2) 3. (3) 4. (4) 5. (4) 6. (1) 7. (2) 8. (1)(3)(4) 9. (2)(3)(4)

10. (3)(4) 11. (3)(4)(5) 12. (2)(4)(5)

**選填題：**13. -2 14. (4,6,6) 15. 1913 16. 1.072 17. 630

**混合題：**18. (4) 19. 7 20.  $\frac{3}{11}$