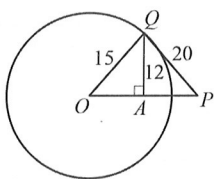


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13-1	13-2	14-1
2	2	3	4	4	1	2	134	234	34	345	245	—	2	4
14-2	14-3	15-1	15-2	15-3	15-4	16-1	16-2	16-3	16-4	17-1	17-2	17-3	18	19
6	6	1	9	1	3	1	0	7	2	6	3	0	4	
20														

第壹部分、選擇(填)題

一、單選題

- $\sqrt{22-2\sqrt{57}} = \sqrt{(\sqrt{19}-\sqrt{3})^2} = \sqrt{19}-\sqrt{3}$,
 $\sqrt{22+2\sqrt{57}} = \sqrt{(\sqrt{19}+\sqrt{3})^2} = \sqrt{19}+\sqrt{3}$,
 $\sqrt{19} \approx 4.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$,
 因此區間內有 3, 4, 5, 6 等四個整數,
 故選(2)。
- $\overline{PA} = |x-1|$, $\overline{PB} = |x-5|$,
 因此 $\overline{PA} + \overline{PB} > 7$ 可以表示為 $|x-1| + |x-5| > 7$,
 故選(2)。
- $0.01 = \frac{1}{99}$, $0.03 = \frac{1}{33}$, $0.04 = \frac{1}{25}$, $0.14 = \frac{7}{50}$,
 $0.1231 = \frac{1231}{10000}$, 因此選 0.04 ,
 故選(3)。
- 計算斜率得到 $m = \frac{0 - \log 5}{1 - \log 2} = -\frac{\log 5}{\log 2} = -1$,
 L 的方程式為 $y - 0 = -(x - 1)$,
 化簡可得 $x + y = 1$, 兩截距皆為 1。
 因此, L 不通過第三象限,
 故選(4)。
- 令圓心為 O 點, 則我們可以發現,
 $\triangle OPQ$ 必為直角三角形, 且 $\angle Q$ 為直角。
 在 \overline{OP} 上找一點 A, 滿足 \overline{OA} 長度為 9。
 通過 A 點且與 \overline{OP} 垂直的平面,
 與圓的交集就是所有 Q 點的可行解,
 剛好形成一個以 \overline{QA} 為半徑的圓。
 用母子相似定理可解出 $\overline{QA} = 12$,
 故選(4)。
- 垂直向量內積必定為 0, 又 $|\vec{u}| = |\vec{v}|$,
 因此 $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = |\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2 = 0$,
 故選(1)。
- 根據題目敘述, 當生成圓半徑為 r ,
 擺線下面積為 $3\pi r^2 = 100$, $r = \sqrt{\frac{100}{3\pi}} \approx \frac{10}{\sqrt{9.42}} \approx 3$,
 故選(2)。



二、多選題

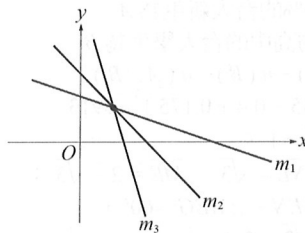
- 由於成長率每年相同, 可知阿爾法公司資本額呈現公比為 $2^{\frac{1}{8}}$ 的等比數列; 貝塔公司資本額則是公比為 $2^{\frac{1}{12}}$ 的等比數列。
 (1) \bigcirc : $200 \times (2^{\frac{1}{12}})^6 \approx 200 \times 1.414 = 282.8$ 。
 (2) \times : $100 \times (2^{\frac{1}{8}})^4 \approx 100 \times 1.414 = 141.4$ 。
 (3) \bigcirc : $(1.1)^8 > 1 + C_1^8 0.1 + C_2^8 0.1^2 = 2.08$,
 因此成長率必定低於 10%。

- \bigcirc : $100 \times (2^{\frac{1}{8}})^{25} = 800 \times 2^{\frac{1}{8}}$;
 $200 \times (2^{\frac{1}{12}})^{25} = 800 \times 2^{\frac{1}{12}}$,
 阿爾法公司的成長率又較高,
 因此 2035 年後, 阿爾法公司資本額較多。

(5) \times : $100 \times (2^{\frac{1}{8}})^{48} + 200 \times (2^{\frac{1}{12}})^{48}$
 $= 6400 + 3200 = 9600 < 100000$ 。

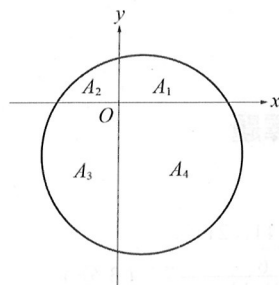
故選(1)(3)(4)。

- 由於 $f(2022) + f(2024) = 2f(2023)$,
 可以得知 (2023, $f(2023)$) 為 $f(x)$ 的對稱中心。
 令 $f(x) = (x - 2023)^3 + p(x - 2023) + 7$,
 代入 $x = 2024$ 可得 $p = 0$ 。
 (1) \times : $f(2025) = 8 + 7 = 15$ 。
 (2) \bigcirc : $f(2020) + f(2026) = 2f(2023) = 14$ 。
 (3) \bigcirc : $p = 0$, 故恰有一個交點。
 (4) \bigcirc : $p = 0$, 圖形嚴格遞增。
 (5) \times : p 值不同的三次函數無法平移來重合。
 故選(2)(3)(4)。
- (1) \times (2) \times (3) \bigcirc :
 三斜直線都不通過第三象限, 因此 x 截距與 y 截距皆為正值; 且斜率皆為負值, $0 > m_1 > m_2 > m_3$ 。



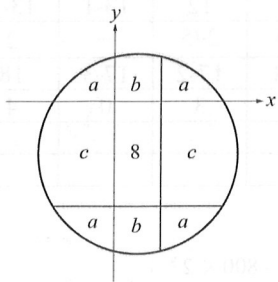
- \bigcirc (5) \times :
 由斜率定義可知, L_3 傾斜程度最大,
 故 x 截距最小, y 截距最大, 以此類推。

- 圓面積為 16π , 圓心在第四象限, 且 x 軸與圓心的距離為 2 ,
 y 軸與圓心距離為 1。



- \times : $A_1 + A_2$ 是一個弦心距為 2 的弓形,
 $A_3 + A_4$ 是一個弦心距為 1 的弓形,
 後者面積更大, 因此 $A_1 < A_3$ 。
- \times : 由圖形的重疊與平移可以得到 $A_4 - A_3 > A_1 - A_2$,
 因此原式不成立。
- \bigcirc : $A_1 + A_2 = \frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3} < 4\pi$ 。
- \bigcirc : 由於圓心在第四象限, 明顯 A_4 面積大於四分之一圓。

- (5) ○：由圖形的重疊與平移可以得到 $|A_1 + A_3 - A_2 - A_4|$
 $= |(a+b) + (a+c) - a - (a+b+c+8)|$
 等於是一個長寬分別為 2 與 4 的長方形面積，
 故面積為 8。



故選(3)(4)(5)。

12. 兩圖中，偏離迴歸直線最多的點都是英國的數據，且兩相關係數都為負值。

- (1) ×：由於移除英國後相關程度提高，因此 $|r_1|$ 增加，但 $r_1 < 0$ ，因此是變小。
 (2) ○：由於移除英國後相關程度提高，因此 $|r_2|$ 增加，但 $r_2 < 0$ ，因此是變小。
 (3) ×：應為正相關。
 (4) ○：延長迴歸直線，可得數據超過 30%。
 (5) ○：延長迴歸直線到中國下方，顯然此時得到的預測值為負數，死亡比例合理調整為 0。

故選(2)(4)(5)。

三、選填題

13. $A^2 = -I, A^4 = I, A^{2022} = A^2 = -I$ ，
 故總和為 $-1 + 0 + -1 + 0 = -2$ 。

14. 由最大最小值差距可得 $2a = 10 - 2, a = 4$ ；
 連接波峰波谷，可得最短距離為 10，鉛垂距離為 8，
 由畢氏定理，得到水平距離為 6，
 換言之，週期為 $2 \times 6 = 12$ 。

綜合上述， $(a, b, c) = (4, 6, 6)$ 。

15. 令非家庭收入在前 5% 的台大新生為 A ，
 來自錄取率前 5 名的高中的台大學生為 B ，
 所求 $= 4500 - [n(A) + n(B) - n(A \cap B)]$
 $= 4500 [1 - 0.35 - 0.4 + 0.175] \approx 1913$ 。

16. $\overline{AD} = \overline{AE} = 2, \overline{AN} = 1$ ，
 因此 $\angle EAN = 60^\circ, \overline{NE} = \sqrt{3}, \overline{ME} = 2 - \sqrt{3}$ ；
 $\angle GEM = 180^\circ - \angle AEN - \angle AEG = 60^\circ$ ，
 $\overline{GM} = \sqrt{3} \times \overline{ME} = 2\sqrt{3} - 3$ ；
 $\overline{GD} = \overline{MD} - \overline{GM} = 4 - 2\sqrt{3}$ ；

$$\text{四邊形 } ADGE = 2\triangle ADG = 2\overline{GD} \times \frac{\overline{AD}}{2}$$

$$= 4(2 - \sqrt{3}) \approx 1.072$$

17. $X = 6! = 720, Y = \frac{6!}{2!2!} = 90$ ，

$$X - Y = 630$$

第貳部分、混合題或非選擇題

18. $\frac{1 + \dots + 55}{55} = 28$ 。故選(4)。

19. $\frac{1^2 + 2^2 + \dots + 10^2}{1 + 2 + \dots + 10}$ (2分) $= \frac{10 \times 11 \times 21}{\frac{10 \times 11}{2}} = 7$ 。(3分)

20. 沂沂做完檢驗發現自己誤會的事件為 A ，
 抽到 2 枝 10 號籤的事件為 B ，那麼：
 $n(A) = C_2^2 + C_2^3 + \dots + C_2^{10} = C_2^{11} = 165$ ；(2分)
 $n(A \cap B) = n(B) = C_2^{10} = 45$ ；(2分)
 $P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{3}{11}$ 。(2分)