

新北基高級中等學校 111 學年度學測模擬考數學 B(111-E4)

第壹部分：選擇題(占 90 分)



一、單選題(占 35 分)

1. 試問下列直線 L_1 到 L_5 中，何者斜率最小？

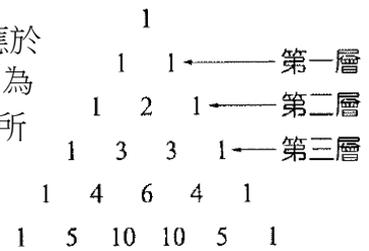
L_1 ：通過 $(-2,6)$ 、 $(1,4)$ 兩點的直線 L_2 ： x 截距為 -4 且 y 截距為 -5 的直線

L_3 ：通過點 $(2,1)$ 且與直線 $5x-3y=1$ 垂直的直線

L_4 ：通過 $(1,0)$ 且與 $x+y=0$ 平行的直線 L_5 ： $P(-2,2)$ 、 $Q(2,4)$ 兩點連線段的中垂線

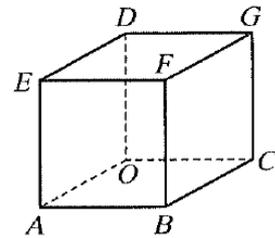
- (1) L_1 (2) L_2 (3) L_3 (4) L_4 (5) L_5

2. 右圖為著名的楊輝三角形，其第 n 層(頂層稱第 0 層)正好對應於二項式 n 次展開式的係數($n \in N$)。例如第三層 1 3 3 1 是以 3 為指數的二項式展開形式 $(x+y)^3$ 的係數。試問第一層到第六層所有的數字和為下列何者？



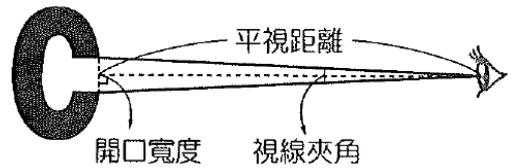
- (1) 55 (2) 93 (3) 94
(4) 126 (5) 254

3. 有一邊長為 2 的正立方體如右圖。已知 M 為 \overline{AB} 中點，設 $\angle OMG = \theta$ ，試問 $\cos \theta$ 之值為下列何者？



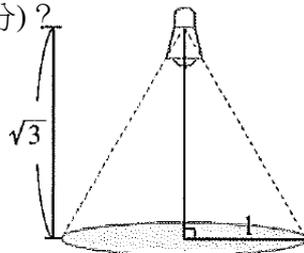
- (1) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (2) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{10}}{10}$
(4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (5) $\sqrt{2}$

4. 已知視力為 1.0 時，可以清楚辨認出開口寬度約為視線夾角 1 角分(1 度角 = 60 角分)的字母 C 之開口方向。附圖為量測視力模擬圖。若依此圖方式量測(即眼睛平視於 C 之開口中心，以眼睛至 C 之開口中心為平視距離)，今有一字母 C 之開口寬度為 1 毫米(mm)，則在視力 1.0 的狀況下，能清楚辨認此字母 C 之開口方向的最遠平視距離為 y 公尺，試問 y 應如何表示？(1 公尺 = 1000 毫米)

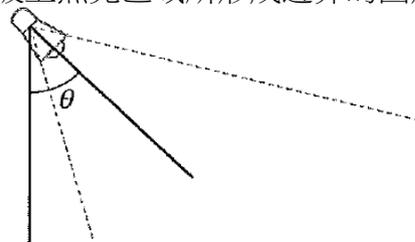


- (1) $\frac{1000}{\sin(\frac{1}{60})^\circ}$ (2) $\frac{1}{2000 \times \sin(\frac{1}{120})^\circ}$ (3) $\frac{2000}{\tan(\frac{1}{60})^\circ}$ (4) $\frac{2}{1000 \times \tan(\frac{1}{120})^\circ}$ (5) $\frac{1}{2000 \times \tan(\frac{1}{120})^\circ}$

5. 某人家中一盞燈離地 $\sqrt{3}$ 公尺，其照射的燈光形成直圓錐狀，且直圓錐的軸與地板垂直。今發現照在地板的區域形成半徑 1 公尺的圓，如圖(一)所示。已知燈可旋轉，且旋轉角度為 θ 時，如圖(二)所示。若 $\theta = 70^\circ$ 時，則其地板上照亮區域所形成邊界的圖形為下列哪個選項的圖形(或一部分)？



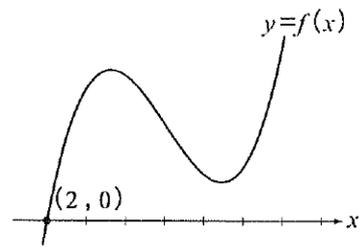
圖(一)



圖(二)

- (1) 圓 (2) 橢圓 (3) 拋物線 (4) 雙曲線 (5) 無圖形

6. 若三次多項式函數的函數圖形如右，且已知不等式 $x(x-2)(x-5)f(x) < 0$ 有 k 個整數解，試問 k 之值為下列何者？
 (1) 0 (1) 1 (3) 2
 (4) 3 (5) 4



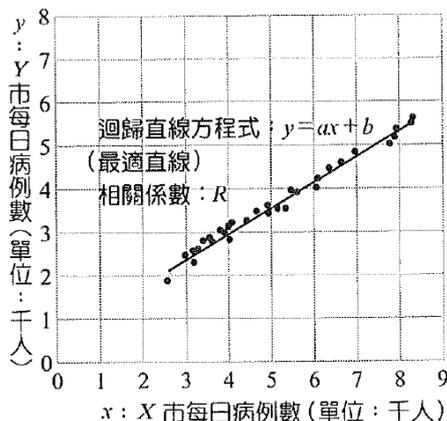
圖(一)

7. 已知：若 $a > 0$ 且 m 為正整數，則 m 次方程式 $x^m = a$ 恰有一正實數解，記為 $\sqrt[m]{a}$ 。今有一數列 $\langle a_n \rangle$ ， $a_1 = \sqrt[7]{7}$ ，且當 $n \geq 1$ 時， $a_{n+1} = (a_n)^{\sqrt[7]{7}}$ 。試問滿足 a_n 為有理數的最小正整數 n 之值為下列何者？ (1) 7 (2) 8 (3) 9 (4) 10 (5) 不存在正整數 n 使 a_n 為有理數

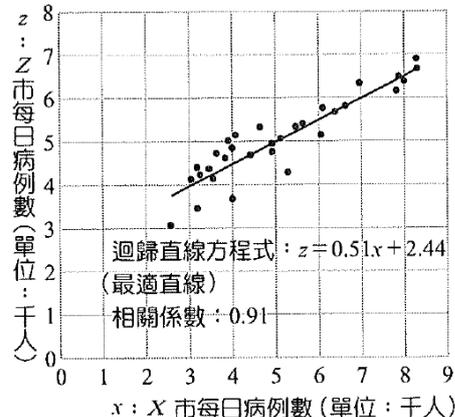
二、多選題(占 25 分)

8. A440 為國際規定的標準音高之一，其「中央 A」的頻率及純音聲波的波形分別為 $f = 440\text{Hz}$ 及 $y = \sin(880\pi x)$ ，其中 x 為時間，單位為秒。已知人類可聽到的聲音頻率範圍約 $20\text{Hz} \sim 20000\text{Hz}$ 。試選出正確的選項。(說明：Hz 為每秒震動次數，頻率 f 與週期 T 的轉換公式為 $T = \frac{1}{f}$ 。舉例如下：當某純音聲波的頻率為 440Hz 時，代表此純音聲波的週期 T 為 $\frac{1}{440}$ 一秒。)
 (1) $y = -\sin x$ 的圖形可由 $y = \sin x$ 的圖形往左平移 π 單位得到
 (2) $y = -\sin x$ 的圖形可由 $y = \sin x$ 的圖形往右平移 4π 單位得到 (3) 純音聲波的波形為 $y = \sin(20\pi x)$ 的聲音其頻率為 20Hz (4) 人類可以聽到純音聲波的波形為 $y = \sin(3000\pi x)$ 的聲音 (5) 人類無法聽到純音聲波的波形為 $y = \sin(60000\pi x)$ 的聲音
9. 設有 1、2、3、4、5、6、7 號的卡片各一張，今從這七張卡片每次抽取一張，依序抽出三張卡片且取後不放回。假設每張被抽取的機率均等，試選出正確的選項。
 (1) 三張卡片號碼都是奇數的方法數為 24 種 (2) 三張卡片號碼都是偶數的方法數為 6 種
 (3) 三張卡片號碼乘積為奇數的機率大於乘積為偶數的機率 (4) 已知三張卡片號碼乘積為偶數的條件下，三張卡片號碼都是偶數的機率為 $\frac{1}{31}$ (5) 第一張卡片號碼與第二張卡片號碼差為 2 的倍數，且第二張卡片號碼與第三張卡片號碼差也為 2 的倍數之機率為 $\frac{1}{7}$

10. 新冠肺炎(COVID-19)於全球肆虐，約有 5.75 億人已遭受感染。某生想了解自己國家中的三個城市：X 市、Y 市與 Z 市的每日病例數(單位：千人)，三者是否有關聯性。於是蒐集 6 月中到 7 月中的相關數據，並繪製了兩張散布圖如下，其中圖(一)為 X 市每日病例數(x)與 Y 市每日病例數(y)的散布圖，相關係數為 R ，並假設其迴歸直線(最適直線)方程式為 $y = ax + b$ ；而圖(二)為 X 市每日病例數(x)與 Z 市的每日病例數(z)的散布圖，相關係數為 0.91，且其迴歸直線(最適直線)方程式為 $z = 0.51x + 2.44$ 。



圖(一)：X 市與 Y 市每日病例數散布圖



圖(二)：X 市與 Z 市每日病例數散布圖

透過上述資料，試選出正確的選項。(1) Y 市每日病例數與 Z 市每日病例數呈現正相關
 (2) $R < 0.91$ (3) X 市每日病例數的標準差小於 Z 市每日病例數的標準差 (4) 已知 Y 市每日病例數的標準差大於 Z 市每日病例數的標準差，則 $a > 0.51$ (5) 因 X 市與 Y 市每日病例數呈現高度正相關，所以加強 X 市的防疫措施就一定能使 Y 市的每日病例數下降

11. 已知一正球型地球儀球心坐標為 $O(0,0,0)$ ，半徑為 8， x 軸正向通過赤道與 0° 經線(本初經線)的交點， y 軸正向通過赤道與東經 90° 的交點， Z 軸正向為球心往正北極方向。若 A 點在赤道上 0° 經線(本初經線)的位置， B 點在赤道上東經 45° 的位置， C 點在東經 60° 、北緯 30° 處。試選出正確的選項。(1) C 點之 z 坐標為 4 (2) C 點所在的緯線長為 $8\sqrt{3}\pi$
 (3) 若有一 P 點由北極 N 走直線往球心方向移動到南極 S ，則 $\angle APB$ 會先變大再變小
 (4) 承(3)，平面 ANS 與平面 BNS 的兩面角(取銳夾角)，與此路線當中 $\angle APB$ 的最大值相等
 (5) 若有一 Q 點從赤道上西經 67.5° 沿赤道方向移動到赤道上東經 112.5° (不經過 0° 經線)，則 $\angle AQB$ 保持不變

12. 小惠經由朋友的介紹認識了小凱，在看過小凱照片與聽完朋友描述後，參考網路文章《情人的加分扣分，請遵守貝氏定理》，小惠估計小凱是理想情人的機率為 40%，於是決定跟他來一場午餐約會，而根據過往經驗與猜測，理想情人會提早到的機率是 85%、非理想情人會提早到的機率是 60%。這日，小惠提早十分鐘抵達餐廳，發現小凱已經在靠窗的位子等待。試選出正確的選項。(1) 見面前，小惠評估小凱不是理想情人的機率低於 50% (2) 見面前，小惠評估小凱會提早到的機率為 85% (3) 見面前，小惠評估小凱會提早到的機率高於 60% (4) 見面後，已知小凱提早到的情況下，小惠重新評估小凱是理想情人的機率高於 50% (5) 見面後，已知小凱提早到的情況下，小惠重新評估小凱是理想情人的機率和見面前相比是變大了

三、選填題(占 30 分)

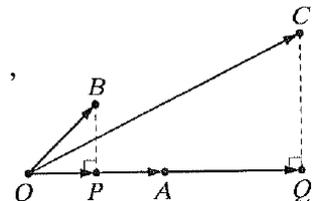
13. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ ， $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $A^2 + A + I_2 = pA + qI_2$ ，其中 p, q 為實數，則數對 $(p, q) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 一臺搬運貨物的無人車可以透過遠端操作，在一條筆直的工作軌道上移動。已知無人車的訊號發射站設置在工作軌道上的 $A(\frac{8}{3})$ 及 $B(\frac{16}{3})$ 兩點，由兩發射站到無人車的距離和若超過 14，則訊號強度會太差而無法控制無人車。令無人車的位置為 $C(k)$ ，則可控制無人車的實數 k 值範圍最大為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 有 9 位同學的數學成績為 50、60、77、84、85、86、89、95、100，今自其中隨機刪除 3 人，則中位數不變之機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

16. x, y 為兩實數，且滿足 $\begin{cases} x + y = \log_2 \sqrt{4 + \sqrt{12}} \\ x - y = \log_2 \sqrt{4 - \sqrt{12}} \end{cases}$ ，則 $4^x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 如右圖， O, P, A, Q 四點共線，若 \overrightarrow{OB} 在 \overrightarrow{OA} 上的正射影為 \overrightarrow{OP} ， \overrightarrow{OC} 在 \overrightarrow{OA} 上的正射影為 \overrightarrow{OQ} ，且 $\overrightarrow{OQ} = 4\overrightarrow{OP}$ ，若 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA} = 20$ ，則 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OA} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



18. 某公司車子售價 4 萬美金，原購買方案是分三次付款，依序付 1 萬、2 萬與 1 萬，且每次間隔三個月。已知公司收到的錢會馬上全數轉到巴菲特基金公司做投資，一期三個月，每期會有 25% 的投資報酬且複利計算(即第一期初轉入 10000 元，第一期滿可得到 12500 元，第二期滿可得到 15625 元)。若有客人欲用現金一次付清，但希望在價錢上能有些折扣，則公司至少要收 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元(美金)，才能在六個月後的錢不會比原來的方案少。

(注意，原有的方案及新方案都會投入基金複利計算)

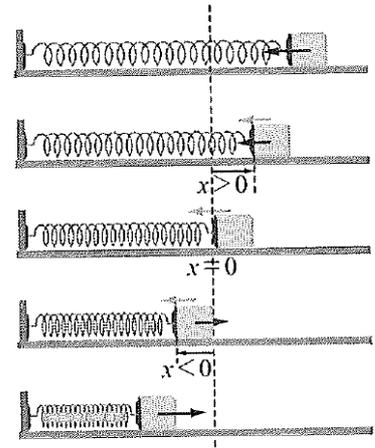
第貳部分：混合題或非選擇題(占 10 分)

19-20 題為題組

將一木塊繫在彈簧之端點，放置於光滑水平桌上，將彈簧的另一端固定於牆上。當彈簧未被伸長或壓縮時，此時木塊位置稱為平衡點，將平衡點訂定為原點，方向向右為正，方向向左為負。若施力使彈簧向右伸長後放手，則木塊將會隨著彈簧左右震盪，如右圖，在物理上稱這樣的運動為「簡諧運動」。

在木塊開始運動後，記錄 0~8 秒內木塊的位置如下表：

時間(秒)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
位置	5	0	-5	0	5	0	-5	0	5



根據上述資料，試回答下列問題。

19. 已知木塊運動模式為週期運動，由上表可知週期為 T 秒，振幅為 h ，則 $T+h=?$
(單選題，4 分)

- (1) 7 (2) 9 (3) 12 (4) 13 (5) 14

20. 若木塊位置 x 與時間 t 的關係式可表示為 $x = a \sin(bt+c)+d$ ，求此關係式。
($a > 0, b > 0, 0 \leq c < 2\pi$) (非選擇題，6 分)

RB423 新北基高級中等學校 111 學年度學測模擬考數學 B(111-E4)

參考答案

選擇題：1.(5) 2.(4) 3.(1) 4.(5) 5.(4) 6.(4) 7.(2) 8.(1)(4)(5) 9.(1)(2)(4)(5)
10.(1)(4) 11.(1)(2)(3)(4)(5) 12.(3)(5)

選填題：13. (1,9) 14. $-3 \leq k \leq 11$ 15. $\frac{3}{28}$ 16. 2 17. 15 18. 32400

混合題： 19. (2) 20. $x = 5 \sin(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$