

# 臺北區 111 學年度第一學期第二次學測模擬考

## 數學 B(111-B2)



### 第壹部分：選擇題(占 85 分)

#### 一、單選題(占 35 分)

1. 放射性物質的半衰期  $T$ (單位：小時)定義為每經過時間  $T$  小時，該物質的質量會衰退成原來的一半。已知某放射性物質在經過 100 小時後，該物質的質量會衰退成原來的  $\frac{1}{8}$ ，則此物質半衰期  $T$  最接近下列哪一個選項？

- (1) 25 小時 (2) 33 小時 (3) 60 小時 (4) 300 小時 (5) 400 小時

2. 設等差數列  $\{a_n\}$  之首項  $a_1 = 11$ ，公差  $d$  為正整數，且數列的前 50 項滿足不等式

$$\frac{1}{a_1} < \frac{2}{a_2} < \dots < \frac{k}{a_k} < \frac{49}{a_{49}} < \frac{50}{a_{50}} < \frac{1}{2}$$

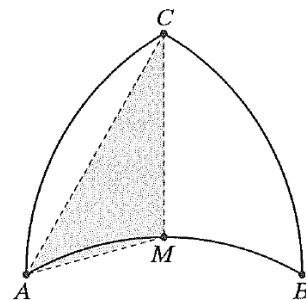
- (1) 6 個 (2) 7 個 (3) 8 個 (4) 9 個 (5) 10 個

3. 有兩組供機器運作的配件  $A$ 、 $B$ ，其單獨發生故障的機率分別為 0.1、0.3，故障情形互不影響；當配件  $A$  或配件  $B$  發生故障時，此機器即無法運作。此機器無法運作的機率為下列哪一個選項？ (1) 0.03 (2) 0.3 (3) 0.4 (4) 0.5 (5) 0.6

4. 右圖為由平面上三段相同半徑、圓心角為  $60^\circ$  的弧線  $(\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CA})$

所組成，其中點  $A$ 、 $B$  分別為  $\widehat{BC}$ 、 $\widehat{AC}$  的圓心，點  $M$  為  $\widehat{AB}$  的中點，則在  $\triangle AMC$  中，邊長比值  $\frac{AM}{CM}$  是下列哪一個選項？

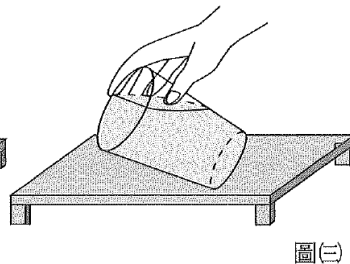
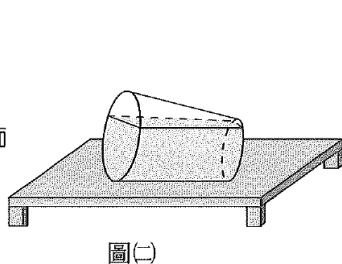
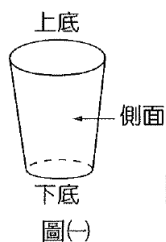
- (1)  $\frac{1}{3}$  (2)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (3)  $\frac{1}{2}$  (4)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (5)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$



5. 請問下列哪一個選項中的矩陣乘積等於  $\begin{bmatrix} 5b & 6a \\ 5d & 6c \end{bmatrix}$  ? (1)  $\begin{bmatrix} b & a \\ d & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ a & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b & d \\ a & c \end{bmatrix}$

- (3)  $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$  (5)  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$

6. 假設某飲料杯封口後為圓錐臺的形狀(即上底與下底皆為圓形，下底半徑略小於上底半徑，且過兩圓心的直線同時垂直上底圓與下底圓)，如圖(一)所示。今將該飲料杯裝八分滿的水，在封口後側置於平坦的水平桌面上，如圖(二)所示。用手拿著飲料杯上底部分扶正的過程中如圖(三)所示，水面與飲料杯側面的截痕為某些圓形的一部分，其變化順序為下列哪一個選項？



(注意：假設飲料杯移動過程中，水面皆與桌面(水平面)平行。不考慮與兩底面的截痕，只考慮飲料杯側面的截痕)

- (1) 拋物線→橢圓→圓 (2) 拋物線→雙曲線→圓 (3) 拋物線→雙曲線→橢圓  
 (4) 雙曲線→橢圓→圓 (5) 雙曲線→拋物線→橢圓

7. 老師準備 8 顆球，分別是 1 到 8 號球各一顆，甲、乙兩位同學各拿 2 顆相異號碼球排成 2 位數整數(兩人共 4 個號碼皆不同)。若滿足甲的十位數字大於乙的十位數字，且甲的個位數字也大於乙的個位數字(例如：甲排出 68、乙排出 35，滿足條件；但甲排出 65、乙排出 38，不滿足條件)。則兩位同學能排出滿足條件的方法數共有多少種？

(1) 35 種 (2) 140 種 (3) 210 種 (4) 420 種 (5) 840 種

## 二、多選題(占 25 分)

8. 下列選項中的絕對值方程式，哪些恰有兩個相異實數解？

(1)  $|x|+2x=111$  (2)  $|x|-2x=111$  (3)  $|x|+x=0$  (4)  $|x|+\frac{x}{2}=111$  (5)  $|x|-\frac{x}{2}=111$

9. 坐標平面上，圓  $C$  分別與直線  $3x-4y=0$  以及直線  $4x-3y=0$  所截的兩個弦長皆為 4，且兩弦交於點  $P$ 。試選出正確的選項。(1)  $P$  點坐標為  $(0,0)$  (2) 圓心在直線  $x-y=0$  上

(3) 兩直線夾角正弦值為  $\frac{7}{25}$  (4) 圓  $C$  面積的最大值為  $\frac{200\pi}{49}$  (5) 圓  $C$  面積的最小值為  $4\pi$

10. 甲、乙兩班討論舉辦班際籃球友誼賽的事項，調查結果兩班同學中有 80% 贊成舉辦，在確定舉辦比賽後，接著討論是否男女分組比賽，調至更結果有 60% 贊成男女分組比賽(調至結果只有同意與不同意兩個選項，且所有同學皆表達意見，沒有廢票)。現在由兩班同學中隨機抽出一位。請選出正確的選項。(1) 若此同學贊成舉辦比賽，一定也贊成分組 (2) 此同學贊成舉辦比賽的機率為 0.8 (3) 此同學贊成舉辦比賽，且贊成分組的機率至多為 0.6 (4) 此同學贊成舉辦比賽，且贊成分組的機率至少為 0.48 (5) 此同學不贊成舉辦比賽，但是贊成分組比賽的機率至多為 0.2

11. 在球心為  $O$  的地球儀上，已知  $A$  點的經緯度為北緯 30 度，東經 10 度； $B$  點的經緯度為南緯 20 度，東經 10 度； $C$  點的經緯度為北緯 30 度，東經 60 度。今在地球儀表面上，質點  $P$  沿著經線或緯線移動，下列關於  $P$  點移動過程之描述，試選出正確的選項。

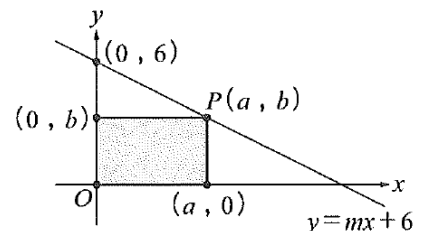
(1) 若  $P$  從  $A$  點沿著東經 10 度經線向南移動至  $B$  點，則  $\overrightarrow{OP}$  與通過南北極直線的銳夾角不變 (2) 若  $P$  從  $A$  點沿著北緯 30 度緯線向東移動至  $C$  點，則  $\overrightarrow{OP}$  與通過南北極直線的銳夾角不變 (3) 若  $P$  從  $A$  點沿著東經 10 度經線向南移動至  $B$  點，則  $P$ 、 $C$  兩點間的距離不變 (4) 若  $P$  從  $A$  點沿著北緯 30 度緯線向東移動至  $C$  點，則  $P$ 、 $B$  兩點間的距離不變 (5) 若  $P$  從  $A$  點沿著東經 10 度經線向南移動至  $B$  點，則  $A$ 、 $P$ 、 $B$  三點不會在同一個大圓上

12. 將平面上三次多項式函數  $y = f(x) = x^3 - 9x$  的圖形向左平移 3 單位再向上平移 4 單位，可得到新函數  $y = g(x) = (x+3)^3 - 9(x+3) + 4$ 。若點  $P(r, s)$  在函數  $y = f(x)$  的圖形上，則下列哪些選項的點在  $y = g(x)$  的圖形上？(1)  $(-r, -s)$  (2)  $(r-3, s+4)$  (3)  $(r+3, s-4)$

(4)  $(-r-3, -s+4)$  (5)  $(-r+3, -s-4)$

## 三、選填題(占 25 分)

13. 平面上有一直線  $L: y = mx + 6$ ，其中斜率  $m < 0$ ，又直線  $L$  上的動點  $P(a, b)$  在第一象限。若依序以點  $(0,0)$ 、 $(a,0)$ 、 $(a,b)$ 、 $(0,b)$  為頂點的矩形其面積的最大值為 36，則直線  $L$  的斜率為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)



14. 將坐標平面上的函數  $\Gamma_1: y = \log x$  圖形沿著  $y$  軸向上平移 1 單位得圖形  $\Gamma_2$ 。且點  $P(a, b)$  在  $\Gamma_1$  上，水平線  $y = b$  與圖形  $\Gamma_2$  交於點  $Q(c, b)$ ，鉛垂線  $x = a$  與圖形  $\Gamma_2$  交於點  $R(a, b+1)$ 。若  $\overline{QR} = \frac{13}{5}$ ，則  $a =$ \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

15.有三顆特製的骰子  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，其六個面點數如下：

$A$  骰子：3, 3, 3, 3, 3, 6     $B$  骰子：2, 2, 2, 5, 5, 5     $C$  骰子：1, 4, 4, 4, 4, 4

假設投擲這 3 顆骰子每面出現的機率都相等。甲、乙兩人從這 3 顆骰子各選一顆進行遊戲。已知甲先選擇  $A$  骰子，接著乙隨機(機率皆為  $\frac{1}{2}$ )從  $B$ 、 $C$  中選擇一顆，兩人丟擲自己選的骰子一次並比較點數大小。在已知乙丟擲的點數大於甲的點數條件下，乙選到  $C$  骰子的條件機率為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

16.已知二階方陣  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$  滿足  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  與  $A \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$ ，則數對  $(a, b) =$ \_\_\_\_\_。

17.若三次函數  $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + cx + d$  圖形在  $x = -1$  附近的一次近似為  $y = -3x - 5$ ，則  $y = (x+1) \cdot f(x)$  在  $x = -1$  附近的一次近似為\_\_\_\_\_。

### 第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

#### 18-20 題為題組

平面上的相異三點  $A$ 、 $B$ 、 $C$  分別位於直線  $2x + y = 0$ 、 $2x - y = 0$ 、 $x + y = 0$  上，且原點  $O(0,0)$  為  $\triangle ABC$  的垂心。已知點  $A$  的坐標為  $(t, -2t)$ ，其中  $t \neq 0$ 。試回答下列各題：

18. 點  $B$  坐標為下列哪一個選項？(單選題，4 分)

- (1)  $(t, 2t)$     (2)  $(-t, -2t)$     (3)  $(-2t, -4t)$     (4)  $(3t, 6t)$     (5)  $(-3t, -6t)$

19. 在  $\triangle ABC$  中，試問  $\cos A$  的值最接近下列哪一個選項？(單選題，5 分)

- (1)  $-\frac{1}{2}$     (2)  $-\frac{1}{3}$     (3) 0    (4)  $\frac{1}{3}$     (5)  $\frac{1}{2}$

20. 若向量線性組合  $\vec{OA} = \beta \vec{AB} + \gamma \vec{AC}$ ，則數對  $(\beta, \gamma)$  為何？(非選擇題，6 分)

**RB424 臺北區 111 學年度第一學期第二次學測模擬考數學 B(111-B2)**

**參考答案**

**選擇題：**1. (2) 2. (4) 3. (3) 4. (5) 5. (4) 6. (1) 7. (4) 8. (4)(5) 9. (1)(3)(5)

10. (2)(3)(5) 11. (2) 12. (2)(4)

**選填題：**13.  $-\frac{1}{4}$  14.  $\frac{8}{3}$  15.  $\frac{5}{8}$  16. (2, -1) 17.  $-2x-2$

**混合題：**18. (5) 19. (2) 20.  $(\frac{1}{4}, 1)$