

# 111 年學科能力第六次模擬測驗數學 B(110-W6)



## 第壹部分：選擇題(占 85 分)

### 一、單選題(占 30 分)

1. 將  $x=1$  代入下列各函數，所得函數值最小的是哪一個選項？

- (1)  $f(x) = \sin x$  (2)  $f(x) = \cos x$  (3)  $f(x) = \log x$  (4)  $f(x) = (\frac{1}{2})^{-x}$  (5)  $f(x) = \log 2^{-x}$

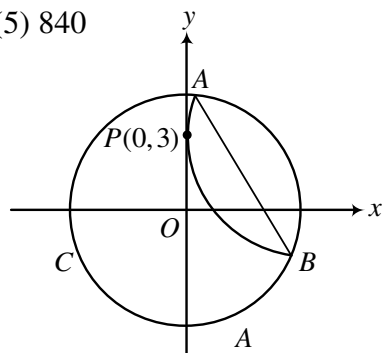
2. 在坐標平面上，拋物線  $y = -4x^2 - 4x + 5$  上一點  $P$ ，其  $x$  坐標為  $\log_{10} \frac{1}{4}$ 。試選出正確的選項。  
 (1) 點  $P$  在第一象限 (2) 點  $P$  在第二象限 (3) 點  $P$  在第三象限  
 (4) 點  $P$  第四象限 (5) 點  $P$  在  $x$  軸上

3. 將 2 本相同的書、3 支相同的筆分給 7 個人，若每人兩種可兼得，且每種至多只得 1 件，則共有多少種分法？ (1) 630 (2) 690 (3) 735 (4) 760 (5) 840

4. 如右圖，坐標平面上，將圓  $C: x^2 + y^2 = 16$  沿著弦  $\overline{AB}$  折疊後的圓弧與  $y$  軸相切於點  $P(0,3)$ ，則線段  $\overline{AB}$  的中點坐標為下列哪一個選項？

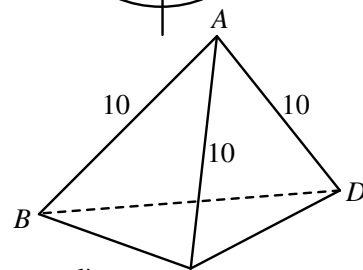
- (1)  $(2, \frac{3}{2})$  (2)  $(2, 1)$  (3)  $(\frac{3}{2}, 1)$

- (4)  $(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$  (5)  $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$



5. 右圖是三腳架所形成的四面體  $A-BCD$ ，底部三支腳在地面的接觸點  $B$ 、 $C$ 、 $D$  形成邊長為 6 公分的正三角形，且腳架的三支腳長皆為 10 公分，即  $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 10$ ，則此時腳架頂端  $A$  到地面  $BCD$  的距離為多少公分？

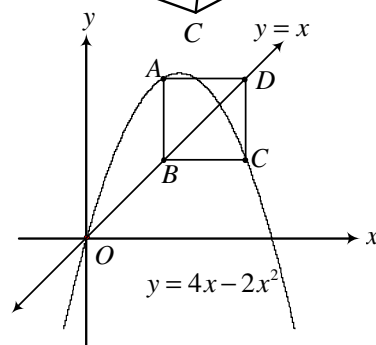
- (1)  $2\sqrt{15}$  (2)  $2\sqrt{22}$  (3)  $3\sqrt{10}$  (4)  $3\sqrt{15}$  (5)  $4\sqrt{6}$



6. 如圖所示， $A$ 、 $C$  為二次函數  $y = 4x - 2x^2$  圖形上的兩相異點， $B$ 、 $D$  為直線  $y = x$  上的兩相異點。若  $ABCD$  為正方形，且點  $A$  的坐標為  $(a, b)$ ，則  $a+b$  的值為下列何數？

- (1) 5 (2)  $\frac{5}{2}$  (3)  $\sqrt{5}$

- (4)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (5)  $\frac{5\sqrt{5}}{2}$



### 二、多選題(占 30 分)

7. 下列各選項中，試選出與不等式  $|3x-5| \geq 4$  之解的範圍相同的選項。

- (1)  $| -3x+5 | \leq 4$  (2)  $| 3x+5 | \geq 4$  (3)  $| x-\frac{5}{3} | \geq \frac{4}{3}$  (4)  $| x-\frac{3}{2} | \geq 2$  (5)  $| -3x+5 | \geq 4$

8. 關於三次函數  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3x - 4$ ，試選出正確的選項。

- (1)  $y = f(x)$  的圖形對稱中心為  $(1, -5)$   
 (2)  $y = f(x)$  在對稱中心附近的一次近似直線為  $y = -3x - 2$   
 (3) 已知點  $(x_0, y_0)$  為  $y = f(x)$  的圖形上一點，若點  $(x_0, y_0)$  到對稱中心附近的一次近似直線的距離為 5，則點  $(-x_0 + 2, -y_0 - 10)$  到此一次近似直線的距離亦為 5  
 (4)  $y = f(x)$  的圖形經平移後會與  $y = 2x^3 - 6x^2$  的圖形重合  
 (5)  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸有三個交點

9. 有 10 名學生，其數學考科之級分分別為  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ ，其算術平均數為 8 分，標準差為 3 分。若令  $f(x) = (x_1 - x)^2 + (x_2 - x)^2 + \dots + (x_{10} - x)^2$ ，試選出正確的選項。(1)  $f(8) = 50$   
 (2)  $f(8) = 90$  (3)  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 730$  (4)  $f(7) < f(8)$  (5)  $f(8) < f(9)$

10. 已知  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  為坐標平面上三個非零向量，試選出正確的選項。

- (1)  $|\vec{a}| |\vec{b}| \leq \vec{a} \cdot \vec{b}$  (2)  $|\vec{a} - \vec{b}| \geq |\vec{a}| - |\vec{b}|$  (3) 若  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ，則  $\vec{b} = \vec{c}$   
 (4) 若  $\vec{a} \perp \vec{b}$  且  $\vec{b} \parallel \vec{c}$ ，則  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$  (5)  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上的正射影與  $\vec{b}$  同向

11. 在球心為  $O$  的地球儀上，已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點的緯度均為北緯  $50^\circ$ ，其經度分別為東經  $50^\circ$ ，東經  $40^\circ$ ，東經  $70^\circ$ 。今在地球儀表面上，從  $A$  點沿著北緯  $50^\circ$  線，經過  $B$  點連到  $C$  點，可得到圓弧  $AC$ 。試選出正確的選項。(1) 圓弧  $AC$  在圓心為  $O$  的大圓上

- (2)  $\angle AOB$  等於  $30^\circ$  (3) 圓弧  $AC$  所在的平面與通過南北極的直線垂直  
 (4) 直線  $OA$  與通過南北極的直線之銳夾角為  $40^\circ$   
 (5) 通過南極與  $A$  點的直線與通過南北極的直線之銳夾角為  $20^\circ$

12. 某食品公司開發一種新蛋糕，並舉辦試吃活動，進行顧客喜愛程度調查。該公司將回答「很好吃」和「好吃」的人定義為「忠實消費者」，調查男女各 400 人結果統計如下表。試選出正確的選項。

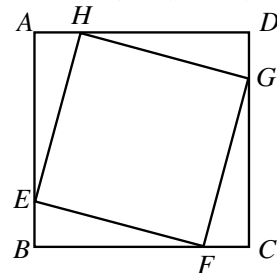
	很好吃	好吃	沒意見	不好吃	很不好吃	合計
16~25 歲男性	39	33	15	9	4	100
16~25 歲女性	31	43	10	13	3	100
26~35 歲男性	32	55	7	4	2	100
26~35 歲女性	39	53	6	1	1	100
36~45 歲男性	27	41	17	11	4	100
36~45 歲女性	31	43	16	7	3	100
46 歲以上男性	22	41	22	14	1	100
46 歲以上女性	20	48	21	8	3	100
合計	241	357	114	67	21	800

- (1) 就群組來說，忠實消費者比例最高的是 26~35 歲女性 (2) 就性別來說，女性的忠實消費者人數比男性多 (3) 就年齡群來說，36~45 歲的忠實消費者比例最低  
 (4) 26~35 歲女性以及 36~45 歲女性的忠實消費者比例都超過七成  
 (5) 回答「不好吃」或「很不好吃」的調整對象中，46 歲以上男性所占比例最高

### 三、選填題(占 25 分)

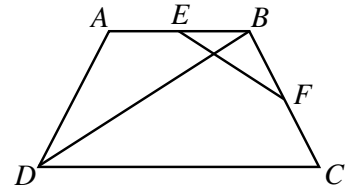
13. 如右圖，正方形  $EFGH$  內接於正方形  $ABCD$ ，

若  $\vec{AF} \cdot \vec{AG} = 10$ ，則正方形  $ABCD$  的面積為\_\_\_\_\_。

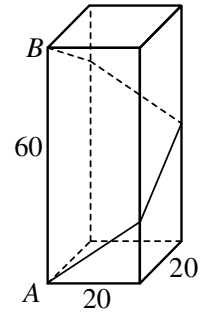


14. 設有甲、乙兩個箱子和一個籤筒，甲箱中有 3 顆紅球和 1 顆白球，乙箱中有 2 顆紅球和 1 顆白球，籤筒中共有 10 支籤，其中有 6 支是中獎籤。規則如下：先從甲箱中取出 1 顆球，如果那顆球是紅球，則從籤筒中取 1 支籤，無論中獎與否都結束；如果從甲箱取出的那顆球是白球，接下來就從乙箱中取出 1 顆球，如果是紅球，則從籤筒中取 1 支籤，無論中獎與否都結束；如果從乙箱取出的那顆球也是白球，遊戲結束，並判定為未中獎。試問在已知最後結果是未中獎的條件下，則一開始從甲箱取出的那顆球是紅球的機率為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

15. 如右圖，梯形  $ABCD$  中， $\angle DAB = \angle ABC = 120^\circ$ ，  
 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{BC} = 4$ ， $E$ 、 $F$  分別為  $\overline{AB}$  與  $\overline{BC}$  的中點，  
 則  $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{BD} =$  \_\_\_\_\_。



16. 建築師打算在一長、寬各為 20 公尺，高為 60 公尺的大樓外牆搭建一座安全梯，由地面上的  $A$  點環繞大樓一周後到達樓頂的  $B$  點，如右圖所示，則此安全梯的總長最短為 \_\_\_\_\_ 公尺。



17. 已知矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & r \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix}$ ，若  $A^n B = \begin{bmatrix} 1023 \\ 1024 \end{bmatrix}$ ，其中  $n$ 、 $r$  皆為正整數，  
 則數對  $(n, r) =$  \_\_\_\_\_。

**第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)**

**18-20 題為題組**

老張想在自家庭院建造一個小型三角形花園，他規劃的三邊長分別為  $a$ 、 $a+2$ 、 $a+4$  (單位：公尺)，其中  $a > 0$ 。試回答下列問題。

18. 若此三角形花園為直角三角形，則  $a$  之值為下列哪一選項？(單選題·3 分)  
 (1) 3 公尺 (2) 4 公尺 (3) 5 公尺 (4) 6 公尺 (5) 7 公尺
19. 若此三角形花園為鈍角三角形，試求  $a$  值的範圍。(非選擇題，5 分)
20. 若此三角形花園的最大內角為  $120^\circ$ ，則此花園的面積為多少平方公尺？  
 (非選擇題，7 分)

**RB425 111 年學科能力第六次模擬測驗數學 B(110-W6)**

**參考答案**

**選擇題：**1. (5) 2. (2) 3. (3) 4. (1) 5. (2) 6. (2) 7. (3)(5) 8. (1)(2)(3) 9. (2)(3)(5)  
10. (2)(4) 11. (3)(4)(5) 12. (1)(2)(4)

**選填題：**13. 10 14.  $\frac{2}{3}$  15. -12 16. 100 17. (9, 2)

**混合題：**18. (4) 19.  $2 < a < 6$  20.  $\frac{15\sqrt{3}}{4}$